

3

Allocation optimale du risque

M1 - Arnold Chassagnon, Université de Tours, PSE - Hiver 20121

Plan du cours

1. Industrie de l'assurance
2. Partage du risque non diversifiable
3. Exemples et exercices

1

Industrie de l'Assurance

- Mécanisme de l'assurance
- Conditions de l'assurance

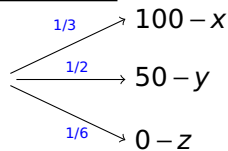
Partage du risque entre assureur et assuré

Le modèle standard d'assurance représente le partage de risque entre un assureur neutre au risque et un assuré, exposé au risque et averse au risque.



Tout se passe comme si l'assureur prenait à son compte la *dotation* de l'agent et qu'il donnait en retour la lotterie finale (ce qui est reçu dans chaque état de la nature) à l'agent.

Bilan des assureurs



Les points de vue de l'assureur et de l'assuré

L'assuré averse au risque, a un **critère**,

$$U \left(\begin{array}{l} \xrightarrow{1/3} 100 \\ \xrightarrow{1/2} 50 \\ \xrightarrow{1/6} 0 \end{array} \right) \leq U \left(\begin{array}{l} \xrightarrow{1/3} x \\ \xrightarrow{1/2} y \\ \xrightarrow{1/6} z \end{array} \right)$$

il accepte l'échange s'il en obtient une plus grande utilité

Les assureurs neutres au risque définissent la **faisabilité**,

$$0 \leq E \left(\begin{array}{l} \xrightarrow{1/3} 100 - x \\ \xrightarrow{1/2} 50 - y \\ \xrightarrow{1/6} -z \end{array} \right)$$

ils acceptent l'échange si l'espérance de leur bilan n'est pas négative

Le contrat optimal d'assurance

Un contrat est dit optimal s'il n'en existe pas d'autre donnant plus de satisfaction aux assurés, tout en augmentant les bénéfices de l'assureur.

Faisabilité de l'assureur

Le profit ne dépend de l'espérance de revenu de la loterie donnée à l'agent. Il est d'autant plus grand que cette est moindre que l'espérance de revenu de la loterie que l'agent abandonne.

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{6}z \leq \overbrace{\dots\dots}^{\text{profit}} \leq \frac{1}{3}100 + \frac{1}{2}50 + \frac{1}{6}0 = 58,33$$

Goût non coûteux de l'agent pour l'assurance parfaite

Quelle que soit la loterie, un agent averse au risque lui préfère toujours un revenu certain égal à son espérance (JENSEN) :

$$\frac{1}{3}u(x) + \frac{1}{2}u(y) + \frac{1}{6}u(z) \leq u\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{6}z\right)$$

Or donner à un agent une loterie ou son espérance, comme revenu certain engendrent le même est identique du point de vue



On propose à l'agent un revenu certain $x = y = z$ compris entre son équivalent certain et son espérance de gains.

Assurance optimale

On parle alors d'*assurance pure et parfaite* dès lors que l'agent obtient le même revenu dans tous les états de la nature à un prix actuariellement juste.

Remarquez qu'un contrat d'assurance pure et parfaite

1. implique qu'il n'y a pas de franchise ;
2. est actuariellement juste : la moyenne de ce qui est obtenu est la moyenne de la lotterie auquel l'agent était exposé ;
3. bénéficie *positivement* à ce dernier, qui était prédisposé à payer une prime de risque pour se débarrasser de son exposition au risque.

2

Conditions de l'assurance : Partage optimal du risque

- Risque diversifiable et non diversifiable
- Principe de mutualisation des risques
 - Décentralisation de l'optimum

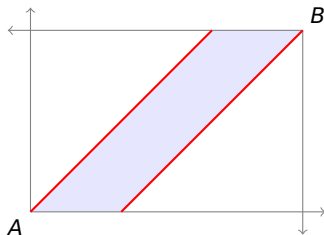
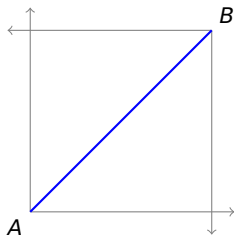
Risque diversifiable Vs non diversifiable

Prenons un exemple simple dans lequel il n'y a que deux états de la nature, un seul bien dans chaque état. On note Ω^1 et Ω^2 les ressources *agrégées* correspo

Définition : On dira que le risque est *diversifiable* quand $\Omega^1 = \Omega^2$, sinon, il sera réputé *non diversifiable* quand $\Omega^1 \neq \Omega^2$.

On peut représenter ces situations dans les boites d'Edgeworth suivantes.

- Dans la première, la première bissectrice correspond à un possible partage optimal et parfait du risque entre deux agents A et B averses au risque.
- Dans la deuxième situation, $\Omega^1 < \Omega^2$, on voit bien (cf les deux droites rouges) *qu'il est impossible que les deux agents soient assurés en même temps.*



Concernant cette deuxième situation, remarquer que les allocations comprises dans l'aire bleue sont telles que les deux agents obtiennent plus d'argent dans l'état de la nature "plus riche"

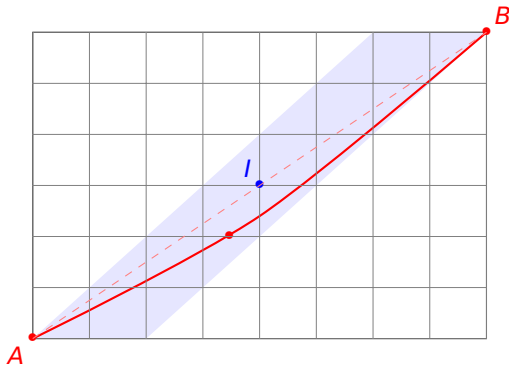
Domaine de l'assurance

- ▶ On ne peut donc pas assurer a priori tous les risques, en ce sens que dans certains états de la nature, la richesse agrégé de l'économie est plus faible. Obligatoirement, une partie au moins des individus de la société devra perdre de la richesse.
- ▶ Autrement dit : si les risques d'une cohorte de plusieurs agents sont corrélés, il sera impossible d'assurer en même temps cette cohorte d'agent, au sens de l'assurance pleine et parfaite. *Un partage du risque demeure cependant possible.*
- ▶ Les règles du partage optimal du risque dans le cas où il y a un risque agrégé suppose *a minima* de donner à chacun des agents averses au risque un revenu qui sera croissant avec la richesse agrégée

**Amélioration du bien-être en présence
d'un risque non diversifiable**

Partage optimal dans le cas risque non diversifiable

- ▶ *Ex ante*, la courbe des contrats entre *A* et *B* représente l'ensemble des situations de partage optimales du risque entre deux agents *A* et *B*.



- ▶ Ici, on représente une situation où l'agent *A* est plus averse au risque que l'agent *B* : en effet, à l'issue du partage du risque, *A* obtient des allocations plus importantes dans l'état de la nature le moins riche et des allocations moins importantes dans l'état de la nature le plus riche.

Exemple

1.1 Calculer la courbe de partage optimal du risque dans le modèle à deux états de la nature et deux agents, lorsque la richesse agrégée dans le premier état est 60 et la richesse agrégée dans le second état est 40 et que les fonctions VNM des deux agents sont respectivement

$$u^A(x) = \sqrt{100 + x} \quad u^B(x) = \sqrt{x}$$

1.2 Vérifier en particulier que cette courbe est compatible avec le principe de mutualisation des risques

2.1 Refaire l'exercice avec les mêmes préférences quand la richesse agrégée dans le premier état est 6000 et la richesse agrégée dans le second état est 4000.

2.2. Si, en modifiant l'échelle dans le second cas de 1/100, vous superposiez les courbes obtenues, que verrait-on ?
Commenter.

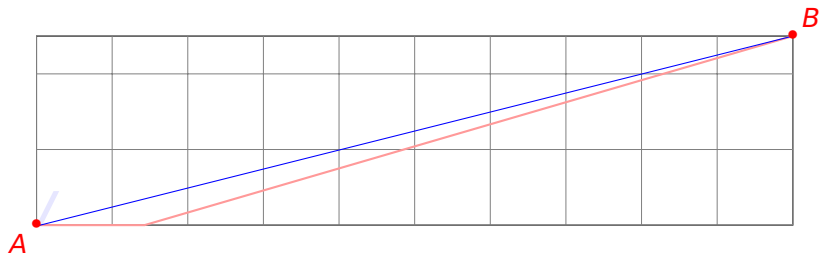
solution : dans le premier 2nd cas (bleu), il y a moins de partage de risque

Si on recherche des allocations optimales à l'intérieur de la boîte d'Edgeworth, elles vérifient l'égalité des TMS, soit :

$$\frac{x_2 + 100}{x_1 + 100} = \frac{40 - x_2}{60 - x_1} = \frac{140}{160} \quad x_2 = \frac{7}{8}x_1 - \frac{25}{2}$$

(la dernière égalité obtenue en additionnant numérateurs et dénominateurs). Un calcul analogue dans le second cas donne

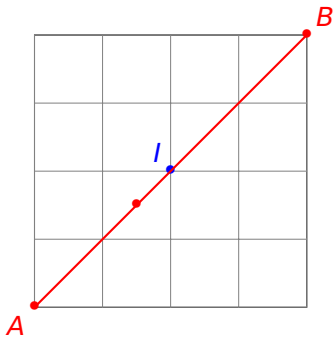
$$\frac{x_2 + 100}{x_1 + 100} = \frac{4000 - x_2}{6000 - x_1} = \frac{4100}{6100} \quad x_2 = \frac{41}{61}x_1 - 100\frac{20}{41}$$



Partage optimal dans le cas risque diversifiable

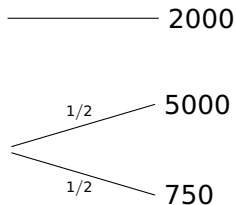
Ex ante, la courbe des contrats entre A et B représente l'ensemble des situations de partage optimales du risque entre deux agents A et B .

- ▶ Ici, quels que soient les différences de degrés d'aversion au risque des agents, le partage optimal du risque délivre à tous une assurance pleine.
- ▶ On parlera de *mutualisation des risques* : On partage suivant une certaine règle la même richesse agrégée entre les différents agents, indépendamment des réalisations individuelles des risques.



Partage optimal et exposition au risque.

- ▶ Robinson et Vendredi cueillent des fruits. Ils en tirent chacun 2000 calories/jour.
- ▶ Vendredi a cependant la possibilité de pêcher, et on suppose que c'est une activité risquée (de moyenne 2875) :

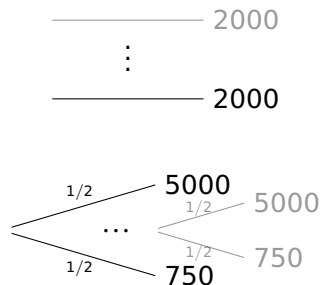


Il est possible d'être dans une situation telle que

- si Vendredi est seul à prendre cette décision, il préfère la cueillette, moins risquée
- alors que si Vendredi et Robinson mettent leurs ressources en commun, ils trouvent un partage commun de leurs ressources, qui présuppose que Vendredi choisisse l'activité risquée de la pêche.

Mutualisation des risque et diversification .

- ▶ Une population d'individus cueillent des fruits. Ils en tirent chacun 2000 calories/jour.
- ▶ Tous ces individus ont cependant la possibilité de pêcher, et on suppose que c'est une activité risquée (de moyenne 2875) :



AVEC NOMBRE D'INDIVIDUS ELEVE DANS LA POPULATION :

- ▶ tous les individus choisissent l'activité risquée dont l'espérance de gain est plus élevée, mais, en même temps, mutualisent leurs ressources.
- ▶ Par cette opportunité et par ce choix de diversification de leur risque individuel, l'exposition au risque individuelle des individus diminue alors qu'il deviennent plus riches. (Ici, il y a un gain de +15%)

Principe de Mutualisation des risque et ses limites

Principe

- ▶ L'union et le partage font la force. La diversification des risques est créatrice de richesse.

limites :

- ▶ En général, les risques individuels sont corrélés. La diversification ne permet pas d'éliminer tous les risques.
- ▶ Le risque résiduel doit être supporté par les ménages. . .
- ▶ . . .de préférence par ceux qui éprouvent moins d'averssion au risque.

- ▶ donc, par les plus riches.

Partage du risque

EN RESUME

- La consommation de chacun ne dépend que de la richesse du groupe : diversification !
- Le groupe doit être le plus large possible. Personne ne devrait être exclu.
- La part du risque est croissante avec la richesse.

Groupes, c'est-à-dire, liens

Solidarité \supseteq partage obligatoire

\supseteq partage désiré \supseteq individualisme

Definitions

Solidarité : S'en sortir ensemble, "in solidum". Exemple des droits de successions.

Assurance obligatoire : Cas de l'assurance dépendance en Nouvelle Zélande

Partage désiré : On se sent solidaires les uns des autres.

Partage de risque 1 : la famille, lieu de partage de risque

- ▶ *Engagement* naturel des différents membres [rend possible le partage]
- ▶ Fourniture de bien publics & division du travail
- ▶ Assistance mutuelle imposée par la loi. [No divorce.]
- ▶ Mariage = diversification des risques.

“Dans cette approche, la famille est considérée comme une unité de production et de consommation. Les décisions en matière d’allocation du travail total disponible dans une famille doit permettre à la famille de maximiser ses gains. La variable à maximiser est alors le revenu total de la famille. Cette " collaboration familiale " peut s’expliquer par un consensus en faveur du partage ou une forme d’altruisme du chef de famille. Une personne est dite altruiste si l’augmentation de la consommation des autres membres de la famille est inclus dans sa fonction d’utilité.” (Becker)

Familles, comment certains paramètres modifient le partage

- ▶ Réduction des coûts du divorce, ➔ c'est augmenter le risque d'opportunisme.
- ▶ Double analyse du PACS.
- ▶ Modulation des dons aux enfants en fonction de leur « destin ». ➔ (Hélas,) ce sont les plus riches qui reçoivent le plus !
- ▶ Peu de solidarité ascendante ➔ Loi sur l'obligation alimentaire (les enfants ne sont pas solidaires).

Partage de risque 2 : les communautés rurales

- ▶ Importance des relations sociales informelles en l'absence d'un régime légal bien établi.
- ▶ L'exclusion est un châtimeut extrême.
- ▶ Etudes montrant l'existence de PdR efficaces au sein de ces communautés.
- ▶ Par quels mécanismes ? Solidarité réciproque, tontine, prêts informels, metayage, avec remboursements dépendants de la fortune

La tontine est un système d'investissement dans lequel les bénéfices sont répartis entre les souscripteurs survivants jusqu'au dernier survivant. il existe aussi des clause de tontine dans les SCI.

Partage de risque 3 : la bourse

- ▶ Régime légal fort de contrat.
- ▶ L'action, contrat de PdR.
- ▶ La bourse joue le rôle de « pot commun ». Diversification essentielle ! Elle élimine les risques diversifiables.
- ▶ Persistance d'un risque résiduel : la volatilité du CAC40. Elargir le PdR, réduire le coût du capital. Au niveau national, et international.

Partage de risque 4 : les contrats

- ▶ Contrat d'assurance, participation mutualiste.
- ▶ Contrat de travail CDI versus CDD. Double analyse de la flexibilisation.
- ▶ Contrat entre industriels. OPA sur les concurrents ou sur les fournisseurs.
- ▶ Les contrats à terme, les options, la réassurance, les subprime
- ▶ La responsabilité civile
- ▶ Le cautionnement mutuel, Grameen, . . .

Partage de risque 5 : l'Etat

- ▶ L'impôt, outil de PdR.
- ▶ Le voile d'ignorance : solidarité = assurance.
- ▶ Politique de contrôle des prix : PAC, modulation de la TIPP, SMIC, ...
- ▶ La sécurité sociale...
- ▶ La responsabilité limitée de l'emprunteur, compensée par des taux élevés

Partage de risque 6 : Où, l'avenir

- ▶ Beaucoup de risques sont inassurables : Capital Humain, Catastrophes Naturelles, ...
- ▶ Capitalisation boursière= 7% de la richesse des ménages aux USA.
- ▶ Les PME ne diversifient pas le risque.
- ▶ « L'Union » Européenne. Les pays en voie de développement.

Assurance et solidarité