

# Chapitre 2

## Choix efficace des ménages

Arnold Chassagnon  
Université Paris-Dauphine (LEDA-SDFi)

DU1 - Université Paris-Dauphine,  
2009-2010

## Analyse positive - analyse normative

- 1 La contrainte budgétaire du ménage
- 2 Les courbes d'indifférence et les utilités qui les représentent
- 3 Choix optimal du ménage
- 4 Statiques comparatives - élasticités
- 5 Problème dual et analyses normatives
- 6 Effets prix - effet revenu

## 1. La contrainte budgétaire

### Un principe économique

Le consommateur dispose de ressources limitées qu'il transforme en un panier de biens satisfaisant sa contrainte budgétaire.

Le même revenu permet de disposer de biens différents. Les différentes possibilités de consommation dépendent des prix relatifs. Ces prix définissent le taux auquel on peut substituer un bien par un autre.

Dans sa version la plus simple, la contrainte budgétaire s'écrit en valeur : "Dépense inférieure ou égale au revenu" ; Dans le cas de  $n$  biens, si les prix sont respectivement  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , si le revenu du ménage est  $R$ , sa contrainte budgétaire s'écrit

## Exemples

Dans un modèle à trois biens, dont les prix sont égaux à 1, écrire la contrainte budgétaire d'un ménage dont le revenu est égal à 1000.

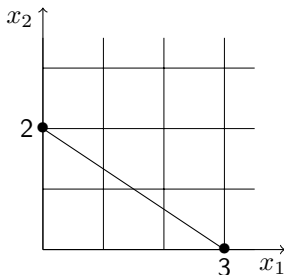
Dans un modèle à deux biens,  $p_1 = 2$ ,  $p_2 = 5$ , tracer la CB d'un ménage disposant d'un revenu  $R = 7$ . Quelle en est sa pente ?

Un travailleur répartit son temps entre loisir et travail :  $\ell + t = 1$  (=100%); Il est rémunéré  $w$   $t$  (son salaire est  $w$ ). Ce qu'il gagne lui permet de consommer; pour simplifier l'analyse, on suppose qu'il n'existe qu'un seul bien composite dont le prix est  $p = 1$ , qu'il consomme en quantité  $x$ .

- Ecrire la C.B. de ce travailleur en fonction de  $x$  et de  $t$ , puis de  $x$  et de  $\ell$ ;
- quelle est l'écriture la plus ressemblante avec la C.B. du ménage ?

## Une droite dont la pente indique le prix relatif

**Exemple :**  $2x_1 + 3x_2 = 6$        $\rightarrow$        $p_1 = 2$  ;  $p_2 = 3$  ;  $R = 6$



### Pente de la CB et prix relatif

Dans le modèle à deux biens, la pente de la contrainte budgétaire est le prix relatif du bien 1, c'est-à-dire l'équivalent de 1 unité de bien 1 compté en unités de bien 2,  $-p_1/p_2$  ; Il suffit de modifier l'équation en la réécrivant :  $x_2 = R/p_2 - p_1/p_2 x_1$ .

## Unicité de la contrainte budgétaire

La contrainte budgétaire traduit le caractère fini des ressources du consommateur, c'est une équation souvent linéaire et toujours **UNIQUE**. Elle définit implicitement des taux de substitution entre les biens.

Un consommateur a une contrainte budgétaire unique quelque soit le nombre de biens. Des consommateurs différents ont des contraintes budgétaires qui diffèrent par leurs ressources.

Remarque : Dans les problèmes économiques simples, l'unicité de la contrainte budgétaire ne fait aucune difficulté. Au contraire dans les problèmes où l'agent possède plusieurs types de ressources, il faudra toujours veiller à les traduire sur une seule échelle.

► Contrainte budgétaire, dans une économie de deux périodes, avec le même taux d'intérêt pour l'emprunt ou pour le saving.

## Références



Deaton and Muellbauer,  
Economics and Consumer Behavior,  
(Cambridge), chapters 1-4.



Becker,  
Economic Theory,  
(Knopf,1971), chapter 3.

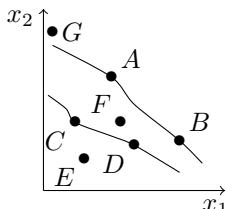


Chassagnon,  
Introduction à la microéconomie,  
HYPERLINK "[http ://arnold.chassagnon.free.fr/DeugECO.html](http://arnold.chassagnon.free.fr/DeugECO.html)" ,  
chapter 2.

## 2. Courbes d'indifférences représentant l'objectif du ménage

Il est naturel de représenter dans l'espace de consommation les paniers entre lesquels les agents sont indifférents. Ces courbes CARACTERISENT (DEFINISSENT) complètement les préférences (cad l'objectif) du ménage rationnel : on les appelle courbes d'indifférence.

Exemple : Le consommateur dont les préférences sont caractérisées par les courbes d'indifférence du graphique suivant est indifférent entre les paniers A et B d'une part, et les paniers C et D d'autre part.



Exercice : ordonner les paniers de biens A, B, C, D, E, F, G

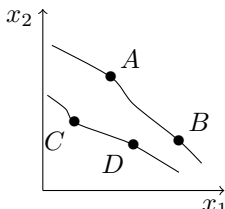
Réponse :  $G \succ A \approx B \succ F \succ C \approx D \succ E$



## 2. Courbes d'indifférences représentant l'objectif du ménage

Il est naturel de représenter dans l'espace de consommation les paniers entre lesquels les agents sont indifférents. Ces courbes CARACTERISENT (DEFINISSENT) complètement les préférences (cad l'objectif) du ménage rationnel : on les appelle courbes d'indifférence.

Exemple : Le consommateur dont les préférences sont caractérisées par les courbes d'indifférence du graphique suivant est indifférent entre les paniers A et B d'une part, et les paniers C et D d'autre part.



L'objectif du ménage se représente graphiquement comme la recherche de la consommation du panier de bien situé sur la courbe d'indifférence la plus élevée possible

## Quelques exemples de choix de consommation

- Le travailleur hésite entre le maximum de loisir associé à peu de consommation ou entre peu de loisir associé à un plus grand niveau de consommation ;
- idem de l'étudiant entre l'effort NON fourni et sa note finale ;
- le malfrat hésite entre une activité risquée lui fournissant avec une faible probabilité un gros magot et une activité moins risquée lui fournissant avec une plus forte probabilité un revenu moins élevé ;
- la société (en particulier dans les pays en voie de développement) hésite entre une production chère peu polluante et une production moins coûteuse et polluante ;
- Un pays consacre ses ressources à produire des voitures et des ordinateurs. Ses contraintes se représentent dans un espace à deux dimension par une courbe décroissante. Ses préférences (cad les préférences de l'agent représentatif), par un faisceau de courbes d'indifférences décroissantes.

## Représentation des préférences par des fonctions d'utilité

### Définitions

Etant donné des préférences définies par une famille de courbes d'indifférence dans l'espace à deux dimensions, on dit que la fonction  $U(x_1, x_2)$  les représente si

- $U$  est constante sur chaque courbe d'indifférence
- $U$  est croissante avec les biens  $\left( \frac{\partial U}{\partial x_i} \geq 0, \forall i \right)$

On dit encore que la fonction  $U$  représente les préférences  $\succeq$  si

- $U(\vec{x}) \geq U(\vec{y}) \iff \vec{x} \succeq \vec{y}$

### Remarques

- Beaucoup de fonctions d'utilité possibles
- Pas d'interprétation "normative" d'une fonction d'utilité particulière

## Exemples

$$U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

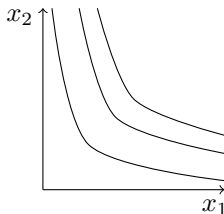
- Même si les biens sont différents par nature, pour ce consommateur, ils lui apportent exactement le même type de satisfaction

$$U(x_1, x_2) = x_1 + 2 x_2$$

- Même chose, hormis que les biens sont comptés dans une échelle différente

$$U(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

- Pour avoir une grande utilité, il faut un peu des deux biens :



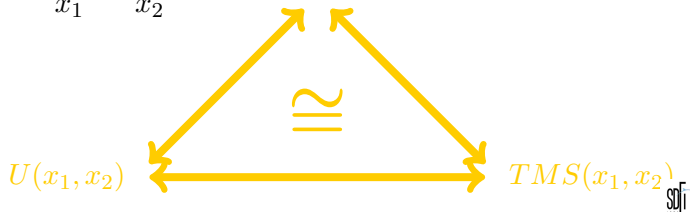
## Représentation des préférences par le TMS

### Définition

Si un consommateur possède un panier  $(x_1, x_2)$ , le *taux marginal de substitution de bien 1 en bien 2* est la quantité de bien 2 qu'il est prêt à céder pour acquérir une unité de bien 1 supplémentaire.

- c'est la valeur (relative et subjective) qu'il attribue au bien 1 ;
- c'est la **pen**te de la courbe d'indifférence en  $(x_1, x_2)$

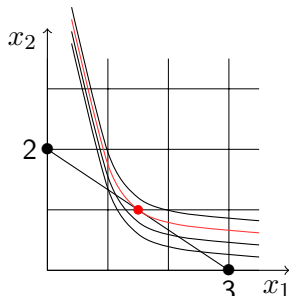
- c'est encore :  $\frac{\partial U}{\partial x_1} / \frac{\partial U}{\partial x_2}$  Courbes d'indifférence



### 3. Choix optimal du ménage

Dans un monde décentralisé, le ménage choisit de consommer sur la courbe d'indifférence la plus élevée, compatible avec sa contrainte budgétaire

**Exemple :**  $\max x_1 x_2$  s.c.  $2x_1 + 3x_2 = 6$



- $x^*$  est situé sur la contrainte budgétaire
- la courbe d'indifférence et la CB, tangentes en  $x^*$  :  
 $p_1/p_2 = TMS(x^*)$

## Caractéristiques du choix optimal

Tendance à  
l'égalisation  
TMS /  
prix relatifs



Si le panier optimal est à l'intérieur de la droite de budget, obligatoirement prix relatifs et TMS sont égaux (valeur objective = valeur subjective).

*A l'optimum les goûts du ménage rejoignent la valeur d'échange du marché.*

Egalisation  
loin d'être  
systématique



Mais lorsque cette égalisation n'est pas possible, la solution est en coin (par exemple quand le TMS en bien 1 est toujours plus élevé que le prix relatif).

*Quand l'égalité n'est pas possible à l'optimum, les goûts du ménage diffèrent de la valeur d'échange du marché.*

## Exemples

► Pour les exemples suivants, on prendra soin de vérifier (brièvement) que les préférences sont convexes avant de commencer les calculs.

Choix optimal d'un ménage dont l'utilité est  $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$  lorsque les prix et revenus sont  $p_1 = p$ ,  $p_2 = 1$ ,  $R = 10$ .

Calculer le choix optimal d'un ménage dont l'utilité est  $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$  lorsque les prix et revenus sont  $p_1 = p$ ,  $p_2 = 1$ ,  $R = 10$ .

Choix optimal d'un ménage dont l'utilité est  $U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} x_2$  lorsque les prix et revenus sont  $p_1 = p$ ,  $p_2 = 1$ ,  $R = 10$ .

Choix optimal d'un ménage dont l'utilité est  $U(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$  lorsque les prix et revenus sont  $p_1 = p$ ,  $p_2 = 1$ ,  $R = 10$ .

Choix optimal d'un ménage dont l'utilité est  $U(x_1, x_2) = (x_1 - 1)x_2$  lorsque les prix et revenus sont  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 1$ ,  $R = 10$ .



## 4. Variations ambigües avec le revenu et avec les prix

Lorsque le revenu augmente, la variation des biens diffère d'un bien à l'autre, il est même possible que la consommation d'un bien diminue.

Lorsque le prix d'un bien diminue, la variation de consommation de ce bien, qu'on penserait naturellement positive, est tempérée par le fait que la diminution du prix

|  
 ] 1blue !20yellow !25

Modification d'un paramètre

le revenu,  $R$ , augmente

le prix du bien  $i$ ,  $p_i$ , augmente

## L'Elasticité mesure la variation de la demande

L'élasticité mesure la sensibilité de la variation de la demande d'un bien par rapport à une variable donnée. Elle est égale à la variation relative de la demande en fonction de la variation relative de la variable. On considère généralement l'élasticité / prix du bien, l'élasticité / revenu et l'élasticité croisée / prix des autres biens. L'élasticité répond à cette question : de quel pourcentage la demande d'un bien considéré varie lorsque la variable a été modifiée de 1%.

- Calculer l'élasticité-revenu de la demande d'un bien, quand cette dernière passe de 10 à 15 lorsque le revenu augmente de 1000 à 1300 euros.
- Si la croissance  $\Delta R / R$  est de 3% l'an, donner une estimation de la croissance du marché des spiritueux d'ici cinq ans si l'élasticité par rapport au revenu est  $\varepsilon_R = 1,14$ .

## Biens luxueux et de première nécessité au Royaume-uni

Grandes catégories de biens	$\varepsilon_R$	Biens étroitement définis	$\varepsilon_R$
Tabac	- 0,50	Charbon	- 2,02
Combustibles et éclairage	0,30	Pain et céréales	- 0,50
Nourriture	0,45	Produits laitiers	0,53
Alcools	1,14	Légumes	0,87
Vêtements	1,23	Voyages à l'étranger	1,14
Biens durables	1,47	Biens récréatifs	1,99

Les colonnes de gauche sont tirées de John Muellbauer, « Testing the Barten Model of Household Composition Effects and the Cost of Children », « Economic Journal, septembre 1977. La colonne de droite est tirée de Angus Deaton, « The Measurement of Income and Price Elasticities », European Economic Review, Vol 6, 1975.

## 5. Revenu et utilité, omniprésence du choix optimal

Jusqu'à présent nous avons étudié les choix des ménage contraints par leur budget. Ce choix est donc analysé en dépendance avec le niveau des prix et des revenus. Mais l'analyse de ce choix n'a en retour d'intérêt que parce qu'elle permet de représenter autrement que par le revenu le niveau de vie du consommateur. Cette analyse est indispensable à l'étude des choix sociaux et en particulier à l'analyse des redistributions de revenu.

## Revenu, standard de vie et niveau de vie

### Standard de vie - Niveau de vie

La théorie met en lumière que le lien entre revenu et niveau de vie *dépend des préférences subjective du ménage.*

- Le *standard de vie*, c'est la liste des consommations moyennes qui décrivent la vie d'un consommateur en un lieu donné - c'est un panier de bien de référence.
- De ce standard de vie dépend le *niveau de vie*, confondu dans notre analyse avec une des courbes d'indifférence du ménage.

La statique comparative qui nous intéresse est l'effet de la variation du prix. En effet, même si il est immédiat de voir l'effet général d'une augmentation d'utilité, les nombres dérivés n'ont pas d'interprétation économique. [En effet, cela ne signifie rien d'augmenter l'utilité d'une unité]

## Niveau de vie, Revenu minimum pour l'atteindre

### Deux fonctions subjectives dépendant de $U$ et de $P$

Pour des consommateurs différents, un même standard de vie est atteint avec des revenus différents. Associé à un niveau de vie  $U$ , on définit

- la **fonction de dépense**  $e(P, U)$ , cad le revenu minimum nécessaire pour qu'un consommateur obtienne un niveau d'utilité fixé.
  - la **fonction de demande hicksienne**  $h(P, U)$  est le panier de bien le moins coûteux satisfaisant un niveau minimum d'utilité donné.
- ▶ Le calcul de ces fonction se fait pour n'importe quel niveau d'utilité, notons le  $U$ , qu'il soit faible ou élevé.
- ▶ Il dépend et varie du niveau des prix  $P$

## Revenu compensatoire

### Comment compenser une perte de richesse ?

Le revenu compensé est le transfert de revenu qui permet à un ménage de conserver un même niveau de vie après une  $\uparrow\downarrow$  des prix.

- c'est formellement  $e(P^1, U) - e(P^0, U)$  ;
- **cette compensation est différente d'un agent à l'autre ;**
- problème pertinent si l'augmentation des prix est non uniforme.

## Indice des prix

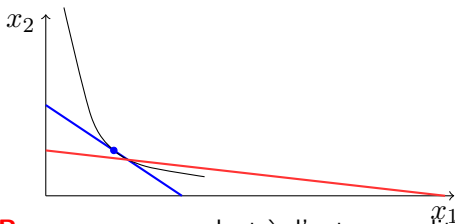
### Existe-t'il un indice des prix universels ?

Un indice des prix a ultimement pour fonction d'indiquer de combien devraient augmenter les revenus pour compenser les augmentations de prix. Ou, plus modestement, d'évaluer la modification de la richesse due à une modification des prix.

- cet indice est objectif et universel ;
- mais la mesure est par essence subjective et individuelle ;
- donc, pas de bon indice des prix ;
- *Exercice : lorsque l'indice est une fonction linéaire des prix, comment a-t'on résolu ce problème ?*



Soit un consommateur, Linh, initialement soumis à la **CB bleue**. On représente son choix optimal et la courbe d'indifférence passant par ce choix optimal. On ne connaît rien d'autre de ses préférences.



Considérez la **CB rouge** correspondant à d'autres conditions de revenu et de prix auxquels Linh est soumis [le prix relatif du bien 1 ↓]

- Le bien-être de Linh augmente-t'il ou non ?
- Prédire l'évolution de la consommation optimale de Linh entre la CB bleue et la CB rouge : + ou - de bien 1, de bien 2 ?

## Exemple

Le mode de consommation d'un cadre se résume à ses dépenses en logement et en bien de consommation courant. Il vit à Paris et gagne  $R = 50000$  euros par an. On lui propose une promotion à Londres où il gagnerait 50% de plus. Sa réponse va dépendre de la différence des prix entre Paris  $(p_l^P, p_c^P)$  et Londres  $(p_l^L, p_c^L)$

- On suppose que  $p_l^L = 2p_l^P$  et que  $p_c^L = 1.2p_c^P$
- accepte-t'il si ses préférences sont  $U(l, c) = lc$  ? ;
- peut-on calculer  $\alpha$  pour qu'il accepte ,  $U(l, c) = l^\alpha c^{1-\alpha}$  ;
- interpréter

## Exemple 2

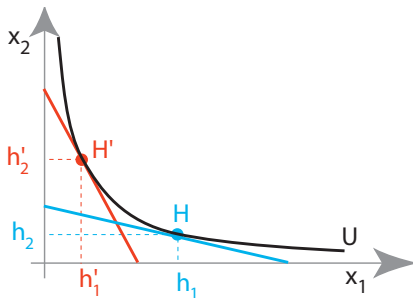
Le mode de consommation d'une grand mère vivant dans une maison de retraite entièrement subventionnée se résume à ses dépenses en cadeaux pour ses petits enfants et en bien de consommation courants. Dans son standard de vie courant, elle choisit de consommer le panier  $(1, 1)$  aux prix  $(p_1, p_2)$ .

Il se trouve que le prix moyen des biens qu'elle achète à ses petits enfants augmente de 20 %, passant de  $p_1$  à  $1,20 p_1$ .

- Pour compenser sa perte de richesse, faudrait-il lui donner  $\Delta R = 0,20 p_1$ , plus ou moins ? Commenter abondamment.

## 6. Effet prix : Variation de la demande hicksienne

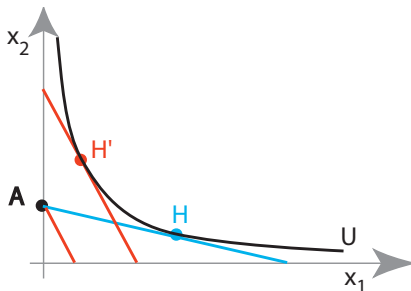
La demande hicksienne  $h(P, U)$  varie de façon non-ambigüe avec  $P$ .



La demande hicksienne est respectivement déterminée par les prix relatifs  $p_1/p_2$  puis  $p'_1/p'_2$  quand  $(p_1, p_2)$  passe à  $(p'_1, p_2)$  (avec  $p'_1 > p_1$ ). Ces prix relatifs déterminent la pente des contraintes budgétaires qui autorisent le consommateur à trouver son bien-être  $U$  : La demande hicksienne se déplace de façon non ambigüe vers la gauche :  $h'_1 < h_1$  ;  $h'_2 > h_2$ .

## Effet revenu : variation de la fonction dépense avec $R$

La demande dépense  $e(P, U)$  varie de façon non-ambigue avec  $P$ .

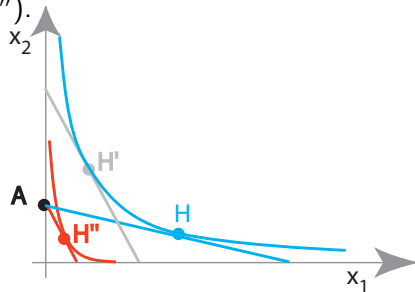


Quand  $p_1$  augmente, la consommation passe de  $H$  à  $H'$ . Or, clairement, dans le nouveau système de prix,  $H'$  est plus cher que  $A$ . Il en résulte qu'il est plus cher que  $H$ .

## Décomposition de la variation de la demande / prix

Suite à une variation d'un prix, la demande walrasienne varie de manière *ambigüe*. On distingue classiquement l'effet prix (de  $H$  à  $H'$ ) de l'effet revenu (de  $H'$  à  $H''$ ).

- $H'$  est trop cher, mais c'est le contrat "efficace" pour le prix relatif  $p'_1/p_2$ .
- $H''$  se déduit de  $H'$  par un effet revenu pur.



**Proposition :** *L'effet de substitution* implique toujours une baisse de la demande du bien dont le prix a varié.

**Proposition :** *L'effet revenu*, *ambigüe* peut accentuer ou modérer l'effet de substitution, voire l'altérer jusqu'à le rendre inverse.

## Décomposition de Slutsky

La décomposition des effets prix et revenus se traduit formellement par les équations de Slutsky, qui établissent une relation entre les variations de la demande walrasienne et de la demande hicksienne.

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i}{\partial p_j} - x_j \frac{\partial x_i}{\partial R}$$

Variation de la demande de bien  $i$  par rapport à une unité de prix  $p_j$ .

Variation non ambiguë de la demande hicksienne par rapport à une unité de prix  $p_j$ .

Variation de la demande de bien  $i$  par rapport à une unité de revenu... tout se passe comme si l'agent avait perdu le revenu  $x_j \times \Delta p_j$ .