Théorie des contrats financiers

3

Alea moral dans les relations investisseur - emprunteur

who moves first ? SMUF and SMIF

In SMUF, ,the informed agent knows what theunin- formedagentwill do in responseto each signal.For example,in the Ross [52] model of capitalstructure, the firm'smanager(the informedagent)knowsexactly how the capitalmarketwill pricehis firmif he selects a particulardebtlevel.Wecanviewthatmodelasone in whichthe capitalmarketoffersthe managera menu of choices,whereeachchoiceis a combinationof a debt level and an accompanyingmarketvalue of the firm.

- un clé l agent non informe a la possibilite de s engager sur ses actions, avant que ne soit devoile l information
- A moins que e ne soit l equilibre de nash du jeu
- dans bhattacharia, la firme promet des dividendes a vie, et est donc force de faire des emprunts a court terme dnas les mauvais etats de la nature.

Alea moral dans la relation prêteur emprunteur

Jusqu'à présent, nous avons examiné des situations dans lesquelles il n'y a pas de problème de définition des flux. Or, quand il s'agit de loteries, il n'est pas sûr que toutes les parties puissent maîtriser les différents états de la nature. Cette asymétrie va modifier en profondeur la nature des contrats.

Typiquement, dans une relation prêteur emprunteur, le contrat de remboursement d'un investissement I pourrait dépendre des états de la nature, c'est-à-dire des revenus Y réalisés par l'investissement. Un contrat est donc une fonction : $Y \mapsto R(Y)$, et donc, si la distribution des revenus est connue, un tel contrat engendre, lorsque Y est vérifiable la distribution :

$$I \left\langle \begin{array}{lcl} \overline{Y} & \to & R(\overline{Y}) \\ \vdots & & \\ \underline{Y} & \to & R(\underline{Y}) \end{array} \right.$$

Cependant, il n'est pas sûr que l'investisseur puisse vraiment contrôler le niveau réalisé de Y, c'est ce qu'on appelle le Costly state verification. Dans ces cas là, la distribution précédente n'est pas pertinente, à moins que l'on assortisse le contrat d'un mécanisme qui induise l'emprunteur à révéler Y.

Plan du cours

1. Relation investisseur emprunteur sans problème d'information

2. Relation investisseur emprunteur avec costly state verification

Contrat de prêt avec un investisseur neutre au risque

- Un optimum de Pareto est la solution du programme

$$\begin{array}{rl} \max_{R(Y)} & E(U(Y - R(Y)) \\ \text{s.c.} & I - E(R(Y)) \geq \underline{\Pi} \end{array}$$

- Le lagrangien de ce problème est $L = E(U(Y - R(Y)) - \lambda E(R(Y))$
  On dérive, niveau de Y par niveau de Y
  d'où $\forall Y$: $U'(Y - R(Y)) - 1 = \lambda$
  $Y - R(Y)$ constant : risque porté par l'investisseur
  - *cela ne ressemble pas au contrat de dette standard, où le risque est pris par l'emprunteur (intérêt fixe).*

- Remarquez que ce résultat implique que dans tout EG, le risque sera porté par l'investisseur, c'est à dire que l'on ne prédit pas un *contrat de dette*. Est-ce compatible avec le résultat de Modigliani Miller ?

Contrat de prêt entre deux agents averses au risque

- Un optimum de Pareto est la solution du programme

$$\begin{array}{rl} \max_{R(Y)} & E(U_B(Y - R(Y)) \\ \text{s.c.} & E(U_L(R(Y))) \geq U_L^0 \\ & 0 \leq R(Y) \leq Y \end{array}$$

  la dernière équation est une contrainte de liquidité. On aurait pu la considérer dans le programme précédent.

- après calcul, on trouve

  $u'_B(Y - R(Y)) = \mu u'_L(R(Y) - I)$

  d'où $\forall Y : R'(Y) = \dfrac{I_B(Y - R(Y))}{I_B(Y - R(Y)) + I_L(R(Y) - I)}$

  La variation du paiement est peu sensible lorsque les aversions au risques de l'emprunteur et de l'investisseur sont similaires.

  En particulier, lorsque $I_B = I_L$, on retrouve un contrat de dette, $R(Y)$ constant.

Contrat de prêt entre deux agents averses au risque, les variables du contrat

Si l'on généralise l'étude précédente, on comprend que la question est de savoir de quelles variables les contrats de dette vont dépendre. En particulier, de quoi vont-ils dépendre si l'on considère

- le risque sur le taux d'intérêt ?
- le risque d'inflation ?

- En suivant la même logique de partage de risque,
- le niveau de remboursement (en termes réel) est indépendant de l'inflation et du niveau des prix
- le risque de taux est partagé en proportion inverse de l'aversion absolue pour le risque des agents, On peut en effet calculer la variation du remboursement en fonction de r, on trouve

$$\frac{\partial R}{\partial r} = \frac{IL}{I_L + I_B} I$$

Avec des coûts de vérification de l'état : *Costly state verification*

A supposer que le revenu de l'emprunteur ne soit pas directement vérifiable, à moins d'un coût de vérification non négligeable, si l'on veut encore opérer un partage de risque entre prêteur et emprunteur, on doit avoir recours à des *mécanismes* qui précisent quand il y aura un audit et comment un tel audit pourra affecter les paiements.

Plus précisément, un contrat peut être décrit comme :

- Une fonction de remboursement $\hat{Y} \mapsto R(\hat{Y})$ où $\hat{Y}$ est le revenu *déclaré* par l'emprunteur
- une règle d'audit, c'est à dire un sous-ensemble S des déclarations de l'emprunteur pour lesquelles il y aura un audit
- Une fonction de pénalité $P(Y, \hat{Y})$ précisant un transfert additionnel de l'emprunteur lorsque l'on est convaincu qu'il a fait une fausse déclaration.

Mécanisme direct révélateur

Le *Principe de Révélation* démontre que l'on peut se restreindre à la recherche de certaines classes de mécanismes, qui, bien que restreinte, conduisent à l'optimum de Pareto.

Définition

On dit que le mécanisme $\big(R(\cdot), S, P(\cdot,\cdot)\big)$ est direct et révélateur s'il induit l'agent à faire des déclarations vraies.

Propriété des mécanismes direct révélateurs avec pénalité infinies

- Il est immédiat que si l'on peut avoir recours à des pénalités très élevées, on pourra induire l'emprunteur à dire la vérité, au moins dans la zone Z où il est audité.
  Dit-autrement, cela signifie qu'il n'y a pas de rente qui soit associé aux justes déclarations de l'emprunteur.

- Par ailleurs, la fonction de remboursement $R(\cdot)$ doit être constante sur la zone de déclaration où l'emprunteur sait qu'il ne sera pas audité. On note R cette constante.

- R ne peut pas être inférieur au remboursement maximum sur la zone d'audit, car sinon, l'emprunteur aurait intérêt, pour ces réalisation $Y \in S$ pour lesquelles un niveau de remboursement élevé est prévu, de reporter un message dans la zone de non-audit (afin de rembourser la somme R plus faible).

Contrat optimal avec une vérification coûteuse de l'état : cas risque neutre

On peut alors représenter un contrat de second best par un contrat $(R(\cdot), S, +\infty)$ qui satisfait

$$\begin{array}{llll} \text{si } Y \in S & : & R(Y) & (\hat{Y} = Y) \\ \text{si } Y \notin S & : & R(Y) = R & (R(Y) \text{ indépendant de } \hat{Y}) \end{array}$$

- Un contrat optimum de Pareto est la solution du programme

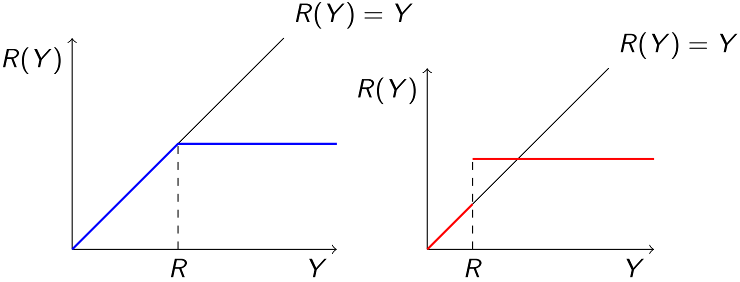
$$\begin{array}{rl} \max_{R(Y)} & E(Y - R(Y)) \\ \text{s.c.} & I - E(R(Y)) - C(S) \geq \underline{\Pi} \end{array}$$

  La contrainte de ce programme est saturée. Aussi, en minimisant $C(S)$, on permet de minimiser $R(Y)$.

- A cette fin, il faut donc que le revenu dans les cas d'audit soit maximal : $R(Y) = Y$.
- Si R est le niveau fixe de remboursement, il est supérieur à ce qui est obtenu en audit, d'où $S \subset \{Y \leq R\}$.

Contrat optimal avec une vérification coûteuse de l'état : cas risque neutre (suite)

Pour assurer la continuité de ce mécanisme de repaiement, on obtient que l'audit se déroule sur tout l'intervalle $[0, R]$.
Une fois choisi R, on obtient :



A savoir, un contrat de dette standard, hormis dans les cas de non-remboursement (bankrupcy), où tout le revenu est repris par l'investisseur.