

Cours de Théorie des Contrats

Alea moral dans la relation Investisseur Entrepreneur

MIDO M1 MMD :

Application de la théorie de l'alea moral
au marché du crédit

Multiple Modèle de Holmström Tirole

Développements avec des contrats non exclusifs

Motivation

Ce modèle étudie le marché des capitaux et plus particulièrement la concurrence oligopolistique entre investisseurs quand l'investissement se double d'un problème d'alea moral du côté de l'entrepreneur représentatif

A l'origine de cette littérature, l'idée ancienne selon laquelle le niveau agrégé de l'activité économique dépend en particulier de la manière dont la concurrence entre les investisseurs est organisée

La relation d'alea moral sur le marché du crédit

Ce chapitre a pour objet d'illustrer la relation entre l'investisseur et l'entrepreneur telles qu'on les connaît dans le modèle canonique d'alea moral. Plus précisément, quand un investisseur prête de l'argent à un entrepreneur, il ne peut pas contrôler complètement les choix de l'entrepreneur.

Dans la sagesse populaire, quand il y a un prêt, il est souvent contingent à l'apport personnel pour contraindre l'entrepreneur à un bon usage des fonds empruntés.

Nous développons un modèle dans lequel cette limitation aux investissements est la conséquence, non pas d'une aversion pour le risque, mais spécifiquement de cette relation d'alea moral sur le marché du crédit.

PLAN DU COURS

1. MODELE D'INVESTISSEMENT AVEC ALEA MORAL ET CONTRATS EXCLUSIFS
2. MODELE D'INVESTISSEMENT AVEC ALEA MORAL ET CONTRATS NON EXCLUSIFS

Le modèle Holmtröm Tirole

- Modèle de production sur deux périodes, avec un seul bien, un seul entrepreneur (représentatif) et plusieurs investisseurs
- A la *première période*, les investisseurs proposent leur contrat, les entrepreneurs les choisissent et font leur choix économiques
- Les résultats sont observés en *seconde période*. L'entreprise est alors une réussite ou un échec. Le résultat est nul en cas d'échec et égal à $G > 1$ en cas de succès.
- Par ailleurs, les choix de l'entrepreneur influencent le résultat de l'entreprise à travers la probabilité de succès ; cette dernière est dépendante des choix de l'entrepreneur. Elle vaut $\pi_H > \pi_L$ si l'entrepreneur fait les bons choix.

Le modèle Holmtröm Tirole (formalisation)

On étudie un modèle de production sur deux périodes, avec un seul entrepreneur (représentatif) et $N \geq 2$ investisseurs en concurrence

L'entrepreneur doit choisir un niveau d'effort non observable $e = \{L, H\}$, avec $H > L$, duquel dépend la distribution des résultats de la firme

Plus précisément, donné l'investissement $I \in \mathbb{R}_+$, le choix de e affecte la distribution des résultats de la manière suivante :

$$\begin{cases} GI & \text{avec probabilité } \pi_e & \text{(bon état)} \\ 0 & \text{avec probabilité } 1 - \pi_e & \text{(mauvais état)} \end{cases}$$

avec $G \in \mathbb{R}_+$, et $\Delta\pi = \pi_H - \pi_L > 0$

Bénéfice de l'entrepreneur

L'entrepreneur est neutre au risque et protégé par des contraintes de responsabilité limitée. Il dispose d'une dotation initiale $A \in \mathbb{R}_+$. S'il reçoit une somme d'investissement I en échange d'une *promesse* de remboursement R :

$$U(I, R, e) = \begin{cases} \pi_H (G(I + A) - R), & \text{si } e = H \\ \pi_L \max (G(I + A) - R, 0) + B(I + A) & \text{si } e = L \end{cases}$$

Le rôle de l'entrepreneur (suite)

Il est maintenant essentiel de comprendre l'utilité de l'entrepreneur, c'est ce qui motive le problème d'alea moral.

L'entrepreneur est neutre au risque. Il reçoit intégralement le bénéfice de la production, moins ce qu'il devra aux investisseurs, c'est le terme $G(I + A) - R$ multiplié par la proba de succès où I désigne l'investissement agrégé, A l'apport et R , le total des remboursements

Une des particularités du modèle HT est le mode de représentation de la tentation de l'entrepreneur de faire les mauvais choix. Plutôt que de définir une mesure un peu abstraite de la desutilité d'une variable d'effort, ces auteurs préfèrent définir le bénéfice *privé* que retire l'entrepreneur qui ne fait pas les meilleurs choix pour son entreprise. Ce bénéfice, croissant avec le niveau de l'investissement agrégé, ne profite qu'à lui seul et ne peut pas être pris en compte dans aucun contrat.

Sans nécessairement penser à des prises de bénéfice directs, on peut par exemple illustrer cette situation par le choix que font certains dirigeants de PME qui ouvrent des agences pour leur entreprise, près de leur domicile secondaire, parfois au mépris de la réalité économique.

L'utilité des investisseurs

S'il n'y a pas défaut stratégique, le bénéfice de l'investisseur i est

$$V^i(I^i, R^i, e) = \pi_e R^i - I^i \quad \text{with } e \in \{L, H\},$$

Du côté de l'investisseur i neutre au risque, pas de surprise, son bénéfice dépend de la somme I_i qu'il prête, du remboursement R_i effectivement prévu par le contrat et de la probabilité de succès.

Notez que dans le cas où l'entrepreneur choisit de ne pas faire l'effort, il est impossible de trouver des contrats de financement qui satisfont à la fois l'entrepreneur et l'investisseur

Timing, concurrence

La concurrence.

Très classique, concurrence en contrats, type Bertrand.

Les investisseurs se livrent une concurrence à la première période au moment où ils offrent leurs contrats.

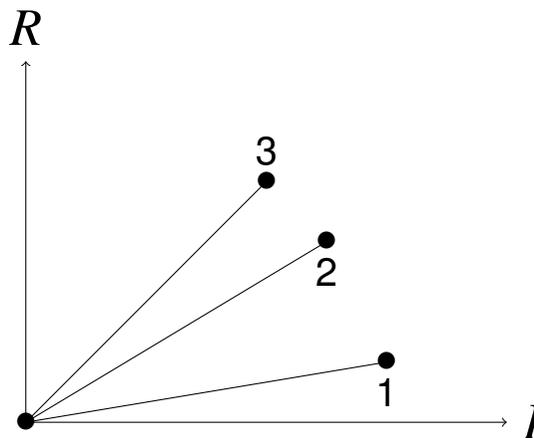
L'entrepreneur choisit parmi tous les contrats offerts, ceux qui maximisent son utilité.

Le concept d'équilibre de ce jeu dynamique est l'équilibre de Nash parfait en sous-jeu

Représentation des contrats

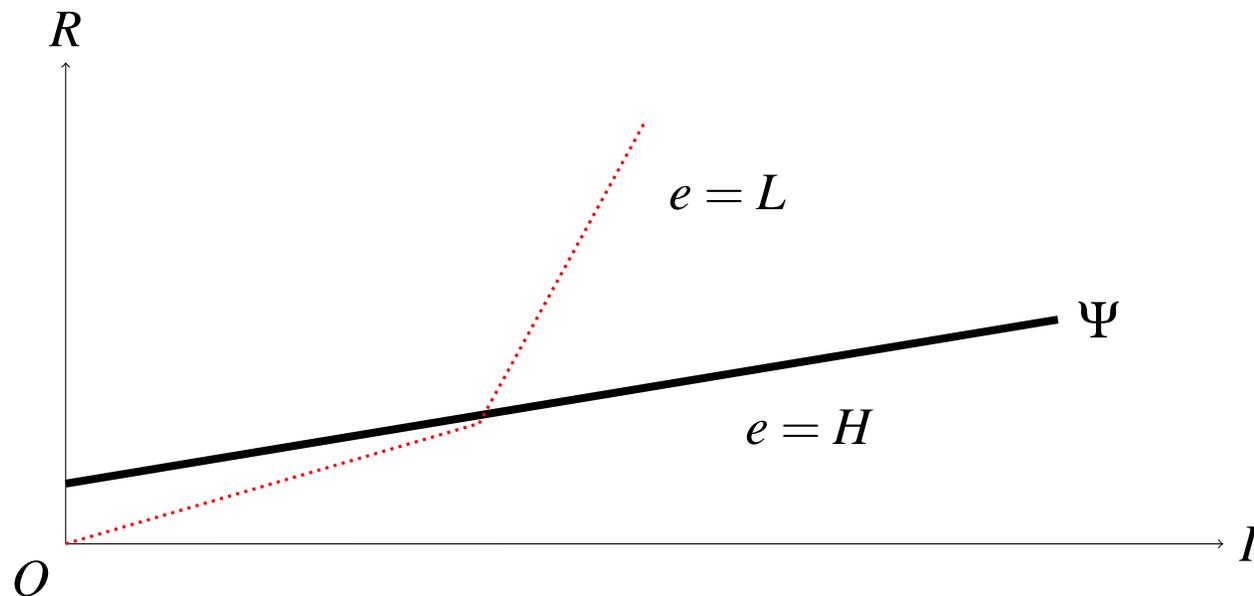
Je vous propose d'illustrer ce modèle avec un graphique construit autour des deux variables économiques de notre problème : l'investissement perçu ($t = 0$) et le remboursement dû en cas de succès ($t = 1$). Chaque point représente par sa coordonnée horizontale les montants agrégés d'investissement, la variable I , et par sa coordonnée verticale le remboursement agrégé dû en cas de succès, la variable R .

Les contrats élémentaires de chaque investisseur sont aussi représentés dans ce graphique : ce sont des vecteurs partant de l'origine.



La frontières d'incitation

Il s'agit maintenant de représenter le comportement de l'entrepreneur. De manière assez classique, on montre que les choix de l'entrepreneur vont dépendre du montant de l'investissement et du remboursement dû en cas de succès, cad, graphiquement, de la localisation du point représentant investissement et remboursements agrégés par rapport à Ψ frontière : $R = (G - \frac{B}{\Delta\pi})(I + A)$.



- dans la région basse l'entrepreneur fera l'effort
- dans la région haute il ne fera pas l'effort

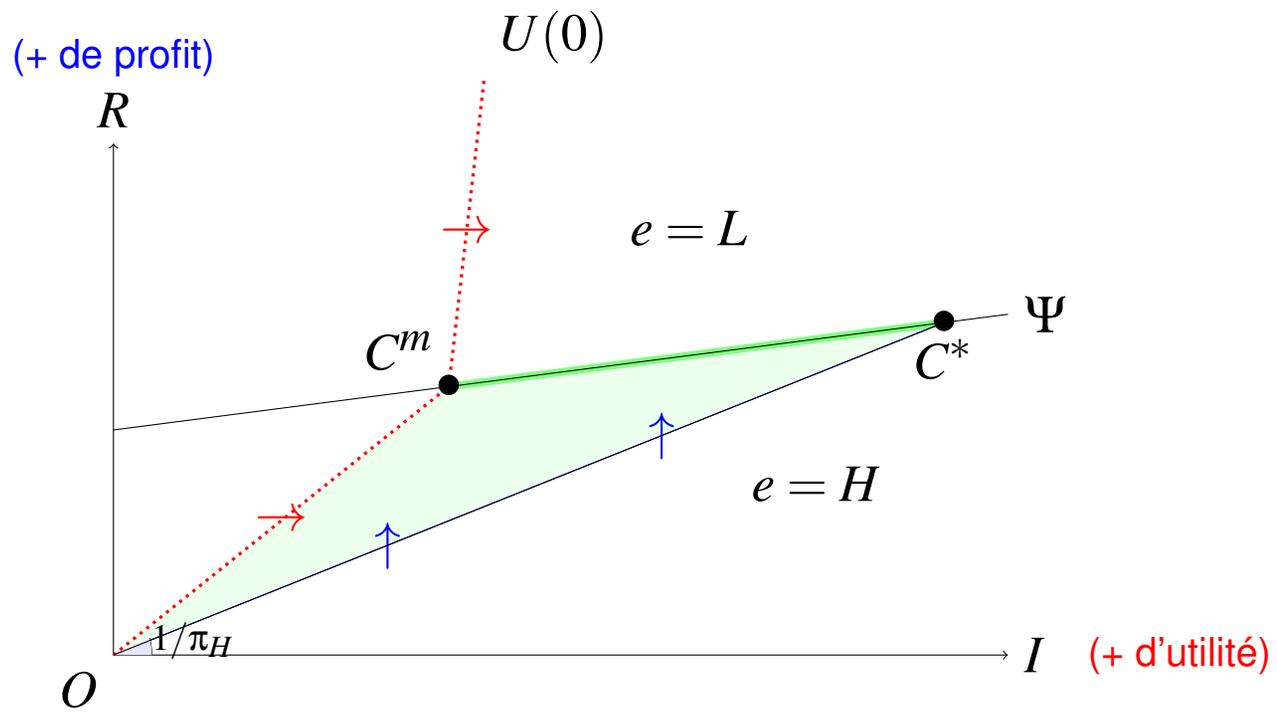
De manière intuitive, à I donné, plus le remboursement est élevé, moins il est aisé de faire faire les bons choix à l'entrepreneur.

Allocations souhaitables

Il n'est pas inutile enfin de rappeler les allocations qui sont analysées et obtenues dans le modèle de référence de Holmström et Tirole, ce qui nous guidera dans nos interprétations.

Tout d'abord, on s'intéresse aux allocations qui induisent l'effort, plus particulièrement, celles situées dans le triangle de sommet l'origine, et les points C^m et C^* . En effet, elles sont

- profitables pour l'investisseur, au dessus $0 - C^*$
- profitables pour l'entrepreneur, en dessous $0 - C^m$
- en dessous de la frontière d'incitation Ψ .



L'allocation de Monopole, l'allocation de CPP

On se souviendra de deux allocations remarquables: l'allocation C^* , obtenue dans le modèle de concurrence exclusive impliquant des profits nuls pour les investisseurs et l'allocation C^m obtenue lorsqu'il n'y a qu'un seul investisseur en situation de monopole.

J'attire votre attention sur le fait que le niveau d'investissement est plus élevé, donc plus souhaitable lorsque l'allocation c^* est implémentée.

Notez que le niveau d'investissement maximal I^* implémentable dans ce modèle est proportionnel à l'apport de l'emprunteur. Plus l'apport est élevé, plus le marché est capable de prêter des fonds.

Concurrency Non-Exclusive

Concurrence Non-Exclusive

Les contrats signés entre les investisseurs et les entrepreneurs sont non-exclusifs. Chaque entrepreneur peut simultanément accepter des contrats de plusieurs investisseurs

On parle d'externalités de contrat car un simple investisseur ne peut pas interdire à l'entrepreneur de signer des contrats avec les autres investisseurs, et donc, dans son offre, l'investisseur se doit de considérer l'offre potentielle déjà sur le marché

Techniquement : un contrat ne peut pas inclure de clauses qui se réfère aux contrats signés avec les autres investisseurs.

Concurrence Non-Exclusive : le rôle des clauses dans les contrats

Dans les contrats financiers, une clause est un élément qui vise à réduire l'opportunisme des entrepreneurs. Toute variable observable sera alors utilisée et incluse dans des clauses

Typiquement, dans le modèle d'investissement que l'on considère, le résultat de l'entreprise est observable et on peut donc utiliser comme variable la somme agrégée totale des investissements

⇒ nous étudierons donc comment est modifié l'équilibre lorsque l'on autorise des contrats qui incluent des clauses dépendantes du montant de l'investissement agrégé

Exemples de Concurrence Non-Exclusive

- Le marché US des cartes de crédit : les consommateurs ont plusieurs cartes de crédit et reçoivent des incitations pour ouvrir de nouveaux comptes (Ausubel, 1997, Rysman, 2007)
- Multi-banking: Ongena-Smith (2000), Detragiache-Garella-Guiso (2000), et Farinha-Santos (2002) soulignent que seulement moins de 15% des entreprises européennes n'ont recours qu'à une seule banque.
- La dette souveraine des pays émergents: la dette de l'Argentine incluait en 2001 environ 150 émissions d'obligations émises dans six différentes monnaies (Bolton-Skeel, 2005)

Littérature économique

- **Concurrence Non-Exclusive sur le Marché du Credit:** Hellwig (1983), Arnott-Stiglitz (1990), Bizer-De Marzo (1992), Parlour-Rajan (2001), Bisin-Guaitoli (2004), Bisin-Rampini (2006), Khalil-Martimort-Parigi (2007)
- **Common agency:** Martimort-Stole (2002), Peters (2001), Segal-Whinston (2003)
- **Debt covenant:** Smith-Warner (1979), Gorton-Khan (2000), Garleanu-Zwiebel (2009)

(a) Les équilibres de marché peuvent conduire à des rentes positives pour les investisseurs actifs (b) Les contrats offerts mais non achetés ont un rôle stratégique essentiel (c) Les équilibres sont efficaces au regard des contraintes de non-exclusivité

Cet article

Nous étudions deux aspects de la concurrence non-exclusive sur les marchés de capitaux

1. Chaque investisseur a la possibilité de rendre le remboursement dépendant du résultat agrégé du projet.
2. Aucun investisseur ne peut empêcher l'entrepreneur de prendre des engagements multiples tels, qu'il ne sera pas capable de les satisfaire à leur terme. En effet, il peut être intéressant pour l'entrepreneur de se mettre en situation de *défaut stratégique*

Plan de la présentation du modèle non exclusif

2.1 Présentation du modèle

2.2 Equilibres avec contrats de dette standard

2.3 Equilibre avec clauses contingentes à l'investissement total.

2.4 Institutions financières réduisant l'indétermination de l'équilibre

2.1

Éléments commun avec le modèle de Holmstrom-Tirole (1997, 1998)

On étudie un modèle de production sur deux périodes, avec un seul entrepreneur (représentatif) et $N \geq 2$ investisseurs en concurrence

L'entrepreneur doit choisir un niveau d'effort non observable $e = \{L, H\}$, avec $H > L$, duquel dépend la distribution des résultats de la firme

Plus précisément, donné l'investissement $I \in \mathbb{R}_+$, le choix de e affecte la distribution des résultats de la manière suivante :

$$\begin{cases} GI & \text{avec probabilité } \pi_e & \text{(bon état)} \\ 0 & \text{avec probabilité } 1 - \pi_e & \text{(mauvais état)} \end{cases}$$

avec $G \in \mathbb{R}_+$, et $\Delta\pi = \pi_H - \pi_L > 0$

Bénéfice de l'entrepreneur

L'entrepreneur est neutre au risque et protégé par des contraintes de responsabilité limitée. Il dispose d'une dotation initiale $A \in \mathbb{R}_+$. S'il reçoit une somme d'investissement agrégée I en échange d'une *promesse* de remboursement agrégée R :

$$U(I, R, e) = \begin{cases} \pi_H \max \{ (G(I + A) - R), 0 \} & \text{si } e = H \\ \pi_L \max \{ (G(I + A) - R), 0 \} + B(I + A) & \text{si } e = L \end{cases}$$

Si $G(I + A) < R$, l'entrepreneur est en situation de défaut stratégique. Les investisseurs obtiennent alors l'ensemble des bénéfices disponibles

Par ailleurs, quand il est en situation de défaut stratégique, l'entrepreneur choisit $e = L$, et reçoit $B(I + A)$

Bénéfice des investisseurs

S'il n'y a pas défaut stratégique, le bénéfice de l'investisseur i est

$$V^i(I^i, R^i, e) = \pi_e R^i - I^i \quad \text{with } e \in \{L, H\},$$

S'il y a défaut stratégique, l'investisseur i est repayé au **pro-rata**

$$r_i = G(I + A) \frac{I_i}{I}$$

dans cette situation, pour *au moins l'un des investisseurs* : $r_i \neq R_i$.

Concurrence en menus de contrats

Les investisseurs se livrent une concurrence en offrant des contrats à un seul entrepreneur. La concurrence est en deux temps :

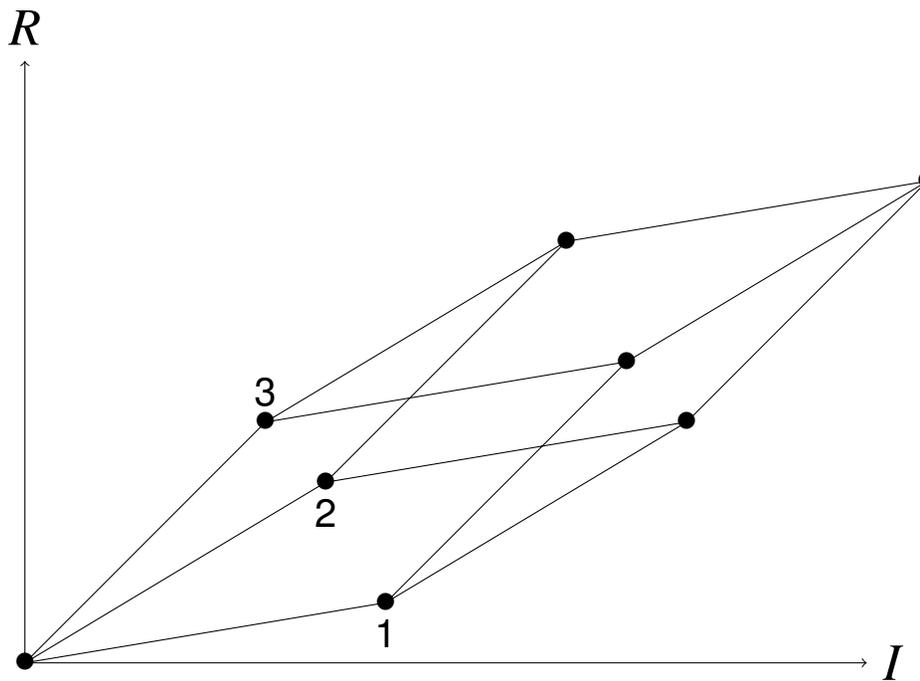
1. Chaque investisseur i propose un *menu* de contrat financiers C_i , comprenant *des* contrats $d_i^\alpha : C_i = \{d_i^0, d_i^1, d_i^2, \dots\}$. On choisit la convention selon laquelle le contrat nul fait toujours partie des contrats offert par chacun des investisseurs : $(0, 0) \in C^i$
2. L'entrepreneur choisit un contrat (éventuellement le contrat nul) dans chacun des menus offerts. On note (a) d_i le contrat choisi (b) (I_i, R_i) l'investissement et le paiement promis à l'équilibre et, (c) $C = (I, R)$ l'allocation agrégée correspondante

On analyse les équilibre de Nash en stratégie pure (SPE) et plus particulièrement les allocations d'équilibre

Exemple d'allocations réalisables pour une offre donnée (quelconque)

Supposons qu'il y ait trois compétiteurs, le premier propose $\{(I_1, R_1), (0, 0)\}$, le second, $\{(I_2, R_2), (0, 0)\}$, le troisième $\{(I_3, R_3), (0, 0)\}$

Par ses choix, l'agent peut atteindre (au plus) $2^3 = 8$ allocations (par différents chemins) : $O, A_1, A_2, A_3, A_1 + A_2, A_2 + A_3, A_3 + A_1, A_1 + A_2 + A_3$



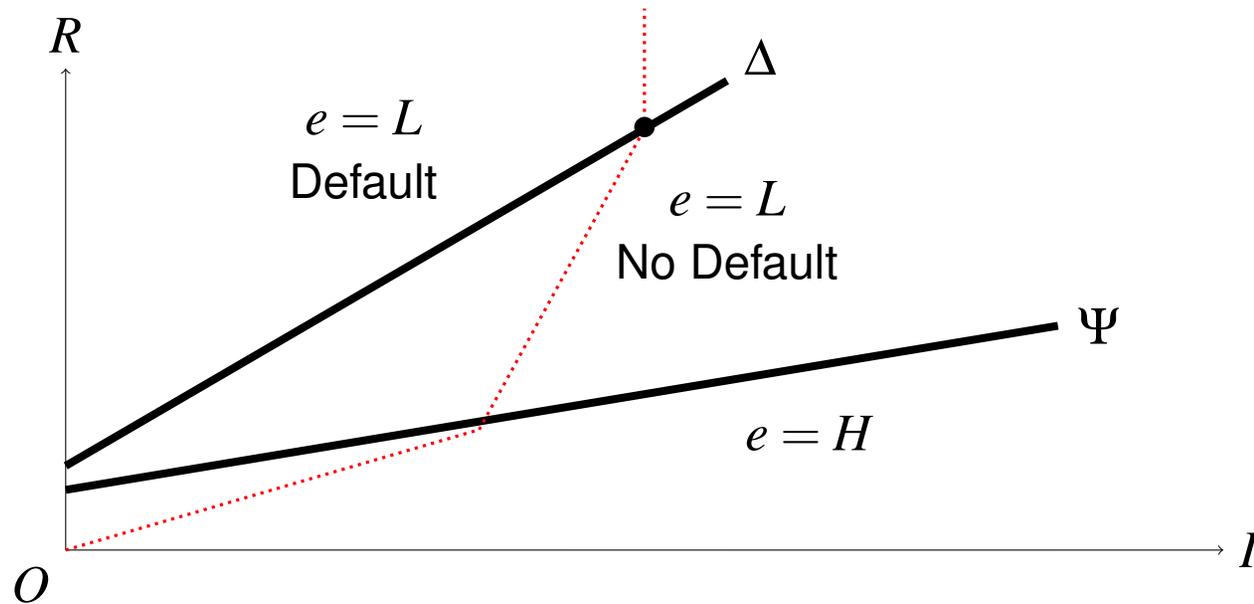
Les frontières d'incitation et de défaut :

Allocations pour lesquelles l'agent est indifférent entre effort haut et effort bas

Allocations pour lesquelles l'agent est indifférent entre défaut stratégique ou non

Ψ frontier : $R = (G - \frac{B}{\Delta\pi})(I + A)$.

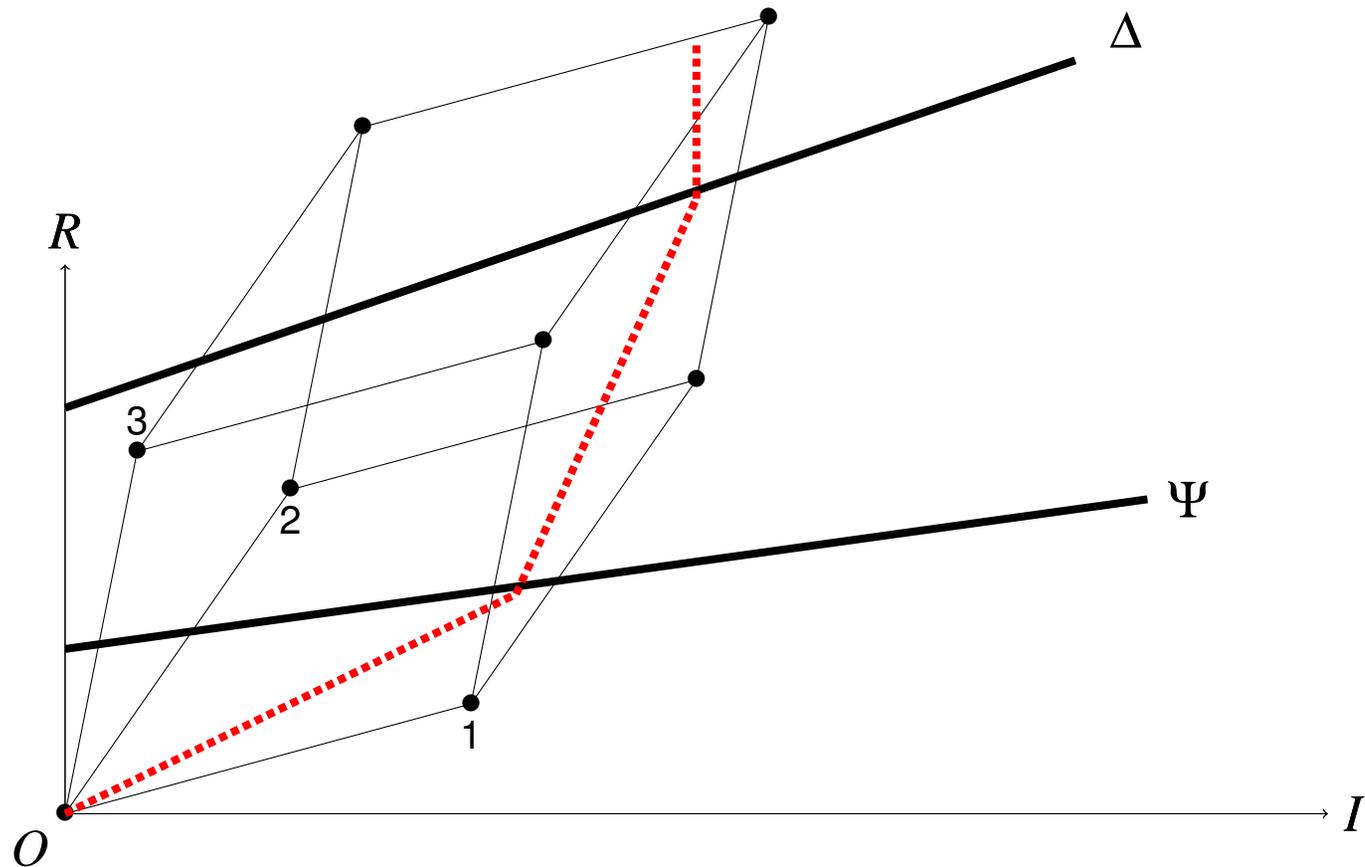
Δ frontier : $R = G(I + A)$



A I donné, plus le remboursement R est élevé, moins l'agent fait d'effort

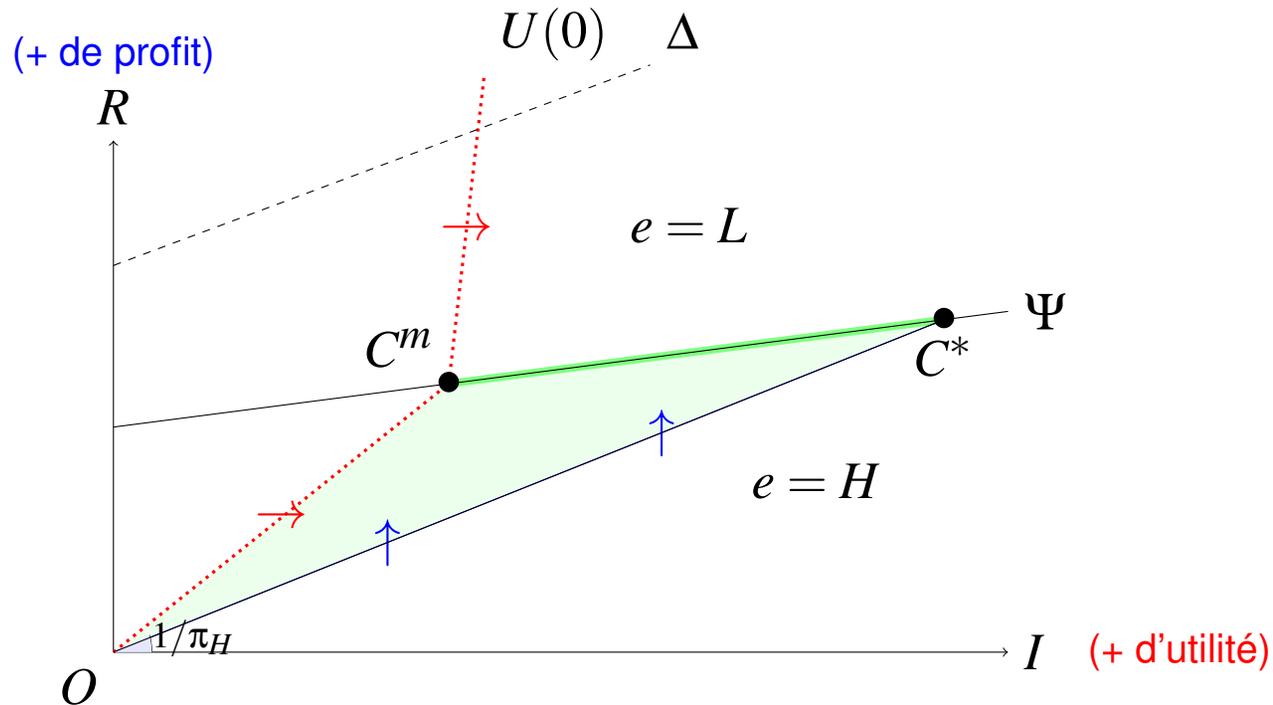
En résumé :

Certains contrats, lorsqu'ils sont achetés seuls induisent l'effort haut ; s'ils sont achetés avec d'autres contrats, ils induisent l'effort bas voire, le défaut stratégique



Les allocations qu'on voudrait implémenter à l'équilibre :

On s'intéresse a priori aux allocations qui (a) donnent une utilité supérieure à l'utilité de signer des contrats nuls, (b) n'engendrent pas de pertes agrégées, (c) incitent l'agent à faire l'effort



⇒ l'incitation à faire l'effort haut implique cet ensemble d'allocations souhaitées *borné*

⇒ *investissements limités* exemples : C^* en CPP C^m en monopole

2.2

Concurrence Non-Exclusive avec des Contracts de Dette

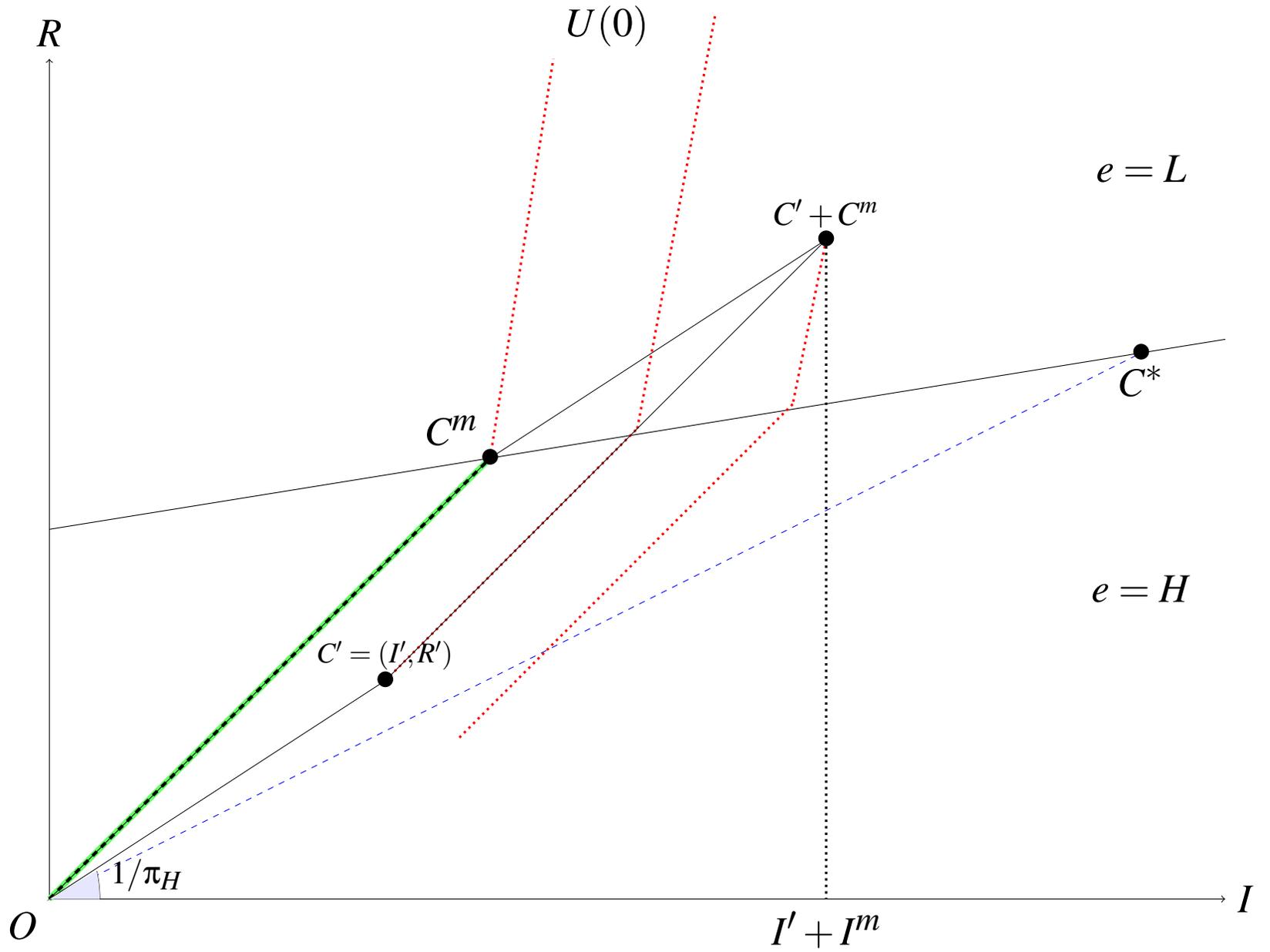
On étudie la situation dans laquelle chaque investisseur i est contraint à n'offrir que des contrats de dette type $d_i^\alpha = (I_i^\alpha, R_i^\alpha) \in \mathbb{R}_+^2$

C'est ce qui est habituellement étudié dans les modèles de concurrence sans exclusivité sur le marché du crédit : Bizer-De Marzo (1992), Parlour-Rajan (2001), Bisin-Guaitoli (2004), Bisin-Rampini (2006), Bennardo-Pagano-Piccolo (2010)

Nous établissons une caractérisation complète des allocations d'équilibre agrégées

Equilibre de Monopole

Proposition Il y a toujours un équilibre dans lequel l'un des investisseurs propose (I^m, R^m) (et le contrat nul) et tous les autres ne proposent que le contrat nul. A l'équilibre, l'entrepreneur accepte l'offre (I^m, R^m) et choisit $e = H$



Unicité

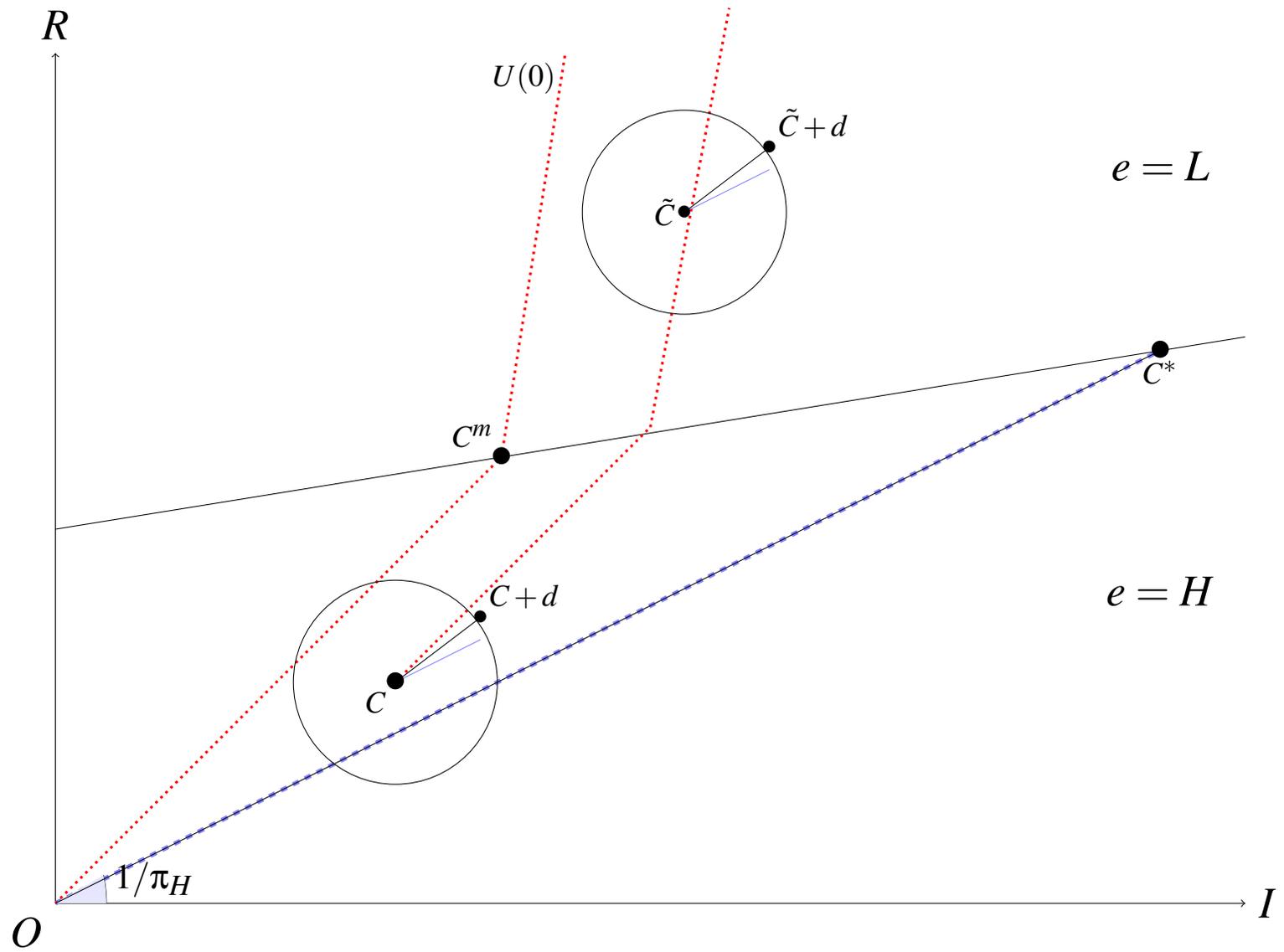
Proposition: $C^m = (I^m, R^m)$ est l'unique allocation agrégée supportée à l'équilibre

Pour prouver ce résultat en partant d'un équilibre quelconque dont on note C^* l'allocation agrégée, nous identifions les conditions nécessaires suivantes qui doivent être satisfaites : (a) si $C^* \notin \Psi$, alors, il existe à l'équilibre une allocation réalisable \tilde{C} dans \mathcal{L} , telle que $U(C^*, H) = U(\tilde{C}, L)$ (b) si $C^* \notin \Psi$, alors, il existe à l'équilibre une allocation réalisable \tilde{C} sur ψ , telle que $U(C^*, H) = U(\tilde{C}, L)$ (c) $C^* \in \Psi$ et $C^* = C^m$

Analyse de l'équilibre (a)

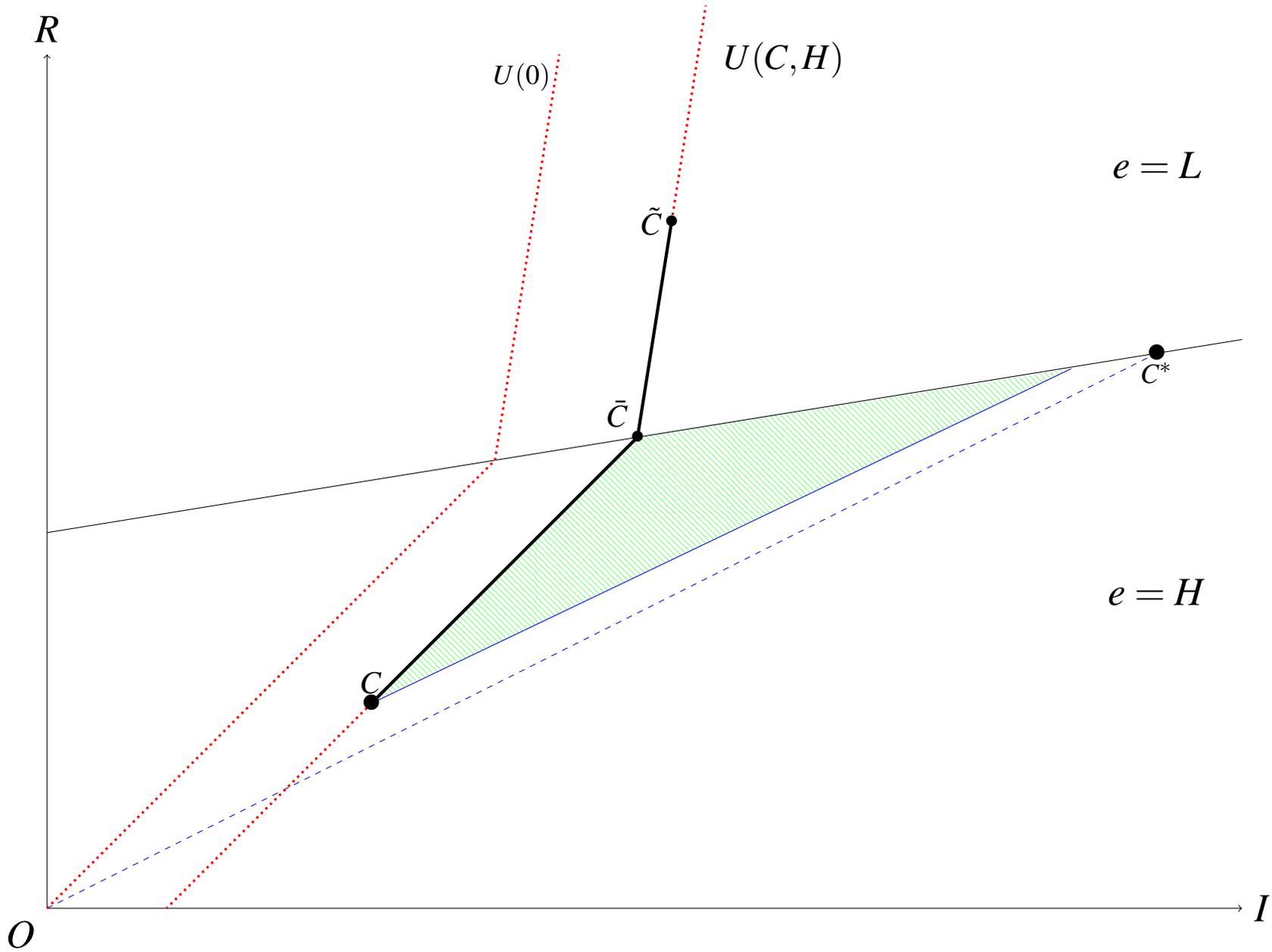
si $C^* \notin \Psi$, alors, il existe à l'équilibre une allocation réalisable \tilde{C} , dans \mathcal{L} ,

$$U(C, H) = U(\tilde{C}, L).$$



Analyse de l'équilibre (b)

1. **Pas de deviation pour les investisseurs inactifs:** \tilde{C} doit rester disponible si un investisseur enlève son offre
2. Aucun contrat de prix $p \in (G, G + \frac{B}{\pi_L})$ n'est proposé ; le prix de tous les contrats offerts mais non achetés est pris parmi $\{\tau_H = G, \tau_L = G + \frac{B}{\pi_L}\}$
3. Il existe une allocation \bar{C} (eventuellement $\tilde{C} = \bar{C}$) disponible sur ψ



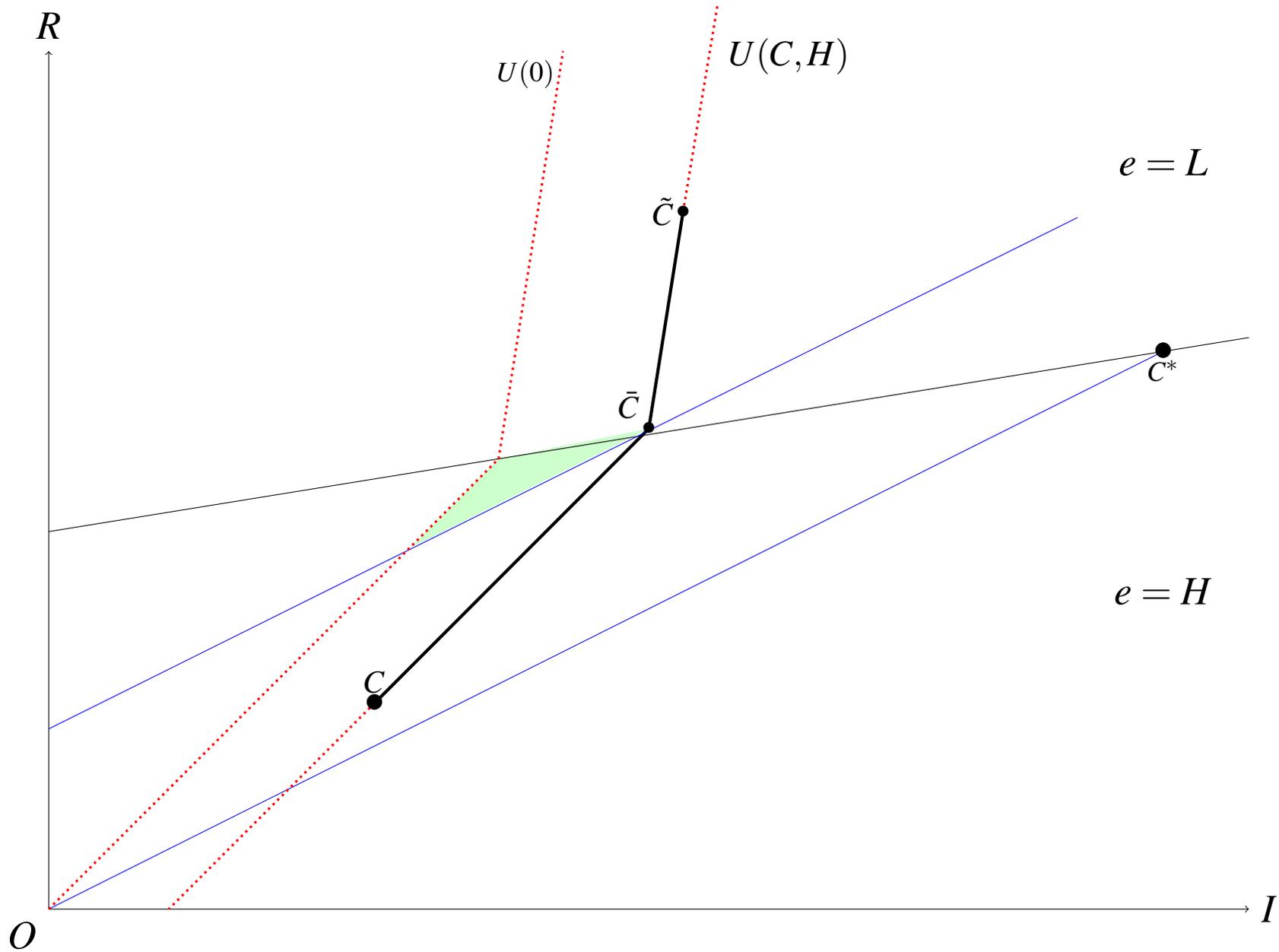
Equilibrium Analysis (c)

Proposition Si $C = (I, R)$ est une allocation d'équilibre, alors $C \in \Psi$

Intuition: dans le cas contraire, tout investisseur offrant partie de $\tilde{C} - C$ peut dévier en enlevant son offre et en proposant un petit contrat qui induise l'entrepreneur à choisir $e = H$

Proposition L'allocation de monopole (I^m, R^m) est l'unique allocation d'équilibre du jeu de concurrence non-exclusive avec des contrats de dette

Intuition: dans le cas contraire, tout investisseur offrant partie de $\tilde{C} - C$ peut dévier en augmentant son prix de manière à réduire les gains de l'entrepreneur



Interprétation : si l'unique allocation d'équilibre est l'allocation de monopole, cela tend à renforcer l'idée selon laquelle la concurrence non-exclusive est très inefficace, en réduisant les possibilités d'investissement ($I^m < I^*$) tout en donnant un maximum de rente aux investisseurs

Remarque : le résultat sur l'unicité dépend de la condition $B > \pi_H G - 1$ que l'on peut interpréter comme une situation d'alea moral fort. Dans le cas $B \leq \pi_H G - 1$, on démontre un résultat un peu différent : une indétermination de l'équilibre, toutes les allocations sur Ψ pouvant être implémentées. Nous reviendrons à ce cas dans le modèle de concurrence avec clauses

2.3

Concurrence Non-Exclusive avec Clauses

Les contrats peuvent maintenant être contingents aux résultats observables, ce qui revient à considérer qu'ils peuvent être contingents à l'investissement agrégé

Chaque investisseur dispose de plus d'instruments pour discipliner les entrepreneurs quand ils se détournent de certains objectifs en termes d'investissement agrégés

La possibilité d'écrire ces contrats plus complexes devrait rendre la compétition plus féroce et réduire les profits des investisseurs

Indétermination de l'Equilibre (I)

Proposition 4 Si les paiements R_i peuvent être contingents à l'investissement total, $(I + A)$, toute allocation faisable $C = (I, R) \in \mathcal{H}$ peut être obtenue comme l'allocation agrégée à l'équilibre dès que le bénéfice privé B est assez grand

Intuition Nous construisons des stratégies d'équilibres telles que

$$\pi_H[G(I + A) - R] = B(I + \hat{I} + A)$$

L'entrepreneur est alors indifférent entre

- Acheter l'allocation d'équilibre (I, R) et choisir $e = H$
- Accepter tous les contrats et être en défaut stratégique (\hat{I} est fourni par les investisseurs inactifs)

Indétermination de l'Equilibre (II)

Par ailleurs, étant donné la structure des clauses

1. les investisseurs ne peuvent pas dévier en augmentant l'utilité de l'entrepreneur tout en induisant $e = H$
2. les investisseurs en peuvent pas dévier en diminuant l'utilité de l'entrepreneur tout en induisant $e = H$. Alors que de telles déviations pouvaient être construites dans le modèle avec contrats de dettes, elles sont ici bloquées par les clauses

car l'entrepreneur préfère alors se mettre en situation de défaut stratégique au moment de la déviation (\Rightarrow effet non concurrentiel de ces clauses)

Le Role du Défaut Strategique

La possibilité de se mettre en défaut stratégique est l'élément clé du problème d'indétermination

En particulier, on peut démontrer que si une règle extérieure interdisait à l'entrepreneur de se mettre en défaut stratégique, c'est à dire lui imposant la condition,

$$\sum_i R_i \leq G\left(\sum_i I_i + A\right)$$

au moment du choix, alors, avec la concurrence avec clauses permettrait de retrouver l'allocation C^* comme unique allocation agrégée d'équilibre

Intuition: S'il n'y a pas la possibilité d'utiliser le défaut stratégique, alors, le jeu avec clause s'analyse comme une concurrence standard type Bertrand

2.4

Réduire l'indetermination (I)

Le défaut stratégique est difficile à éviter car il n'y a aucun moyen d'ajouter une punition monétaire à l'encontre de l'entrepreneur quand il s'est déjà mis en défaut stratégique, car, déjà, il ne gagne que le bénéfice privé

Idée : Introduire une institution financière qui donne de la monnaie *gratuite* à l'entrepreneur au moment où il désire faire défaut sur les offres des investisseurs. On élimine ainsi la menace du défaut stratégique en renforçant les effets du défaut stratégique

Réduire l'indetermination (II)

1. les investisseurs font leurs offres
2. l'institution financière (FI) observe les offres et propose un contrat de prêt supplémentaire à l'entrepreneur. Ce contrat supplémentaire fait éventuellement des pertes
3. les investisseurs décident collectivement de financer ou non cette ressource additionnelle
4. après avoir observé l'offre des investisseurs et celle de l'institution financière, l'entrepreneur choisit son portefeuille et son effort
5. les gains sont implémentés

Réduire l'indetermination (III)

Résultat : seule l'allocation C^* est allocation agrégée à l'équilibre

Intuition: Considérons une déviation par un investisseur qui essaye de prendre l'ensemble du marché. Alors la FI donne à l'agent \tilde{I} de manière à ce que l'entrepreneur aura alors intérêt à accepter en plus l'offre de l'investisseur qui dévie, lui permettant de choisir $e = H$. Par un tel mécanisme, le défaut stratégique n'a plus cours en dehors de l'équilibre

Il est alors optimal pour chaque investisseur i de fournir le montant \tilde{I}_i , si tous les autres investisseurs font la même chose

Conclusions

Ce papier développe un environnement simple dans lequel le monopole est l'unique allocation d'équilibre

Ce papier démontre alors que si les investisseurs peuvent introduire des clauses sur l'investissement agrégée, l'équilibre de marché va être indéterminé et Pareto-ordonné

Ce papier propose une fondation pour le rôle de coordinateur des institutions financières, qui permet de rétablir les allocation concurrentielles à l'équilibre