Incitation et coordination

5

Concurrence en contrats alea moral et selection adverse

Mido M1 - Arnold Chassagnon, Université Paris-Dauphine, LEDA-SDFi, PSE - Mai 2010

4 avril 2011

Plan du cours

0. Introduction : concurrence en contrats et/ou équilibre général

1. Concurrence en contrat et alea moral : financement de projet avec des agents neutres au risque

2. Concurrence en contrat et sélection adverse : Equilibre entre assureurs neutres au risques, en présence d'un agent averse au risque.

3. Equilibre général en présence de sélection adverse : Marché en concurrence pour la vente de voiture d'occasions.

Concurrence en contrat et alea moral : financement de projet avec des agents neutres au risque

The Economy : Building on Holmstrom-Tirole (1997, 1998)

We study a two-period, two-state economy populated by a single (representative) entrepreneur and $N \geq 2$ competing investors

The entrepreneur takes a non-contractible effort $e = \{L, H\}$ with $H > L$

Given the investment $I \in \mathbb{R}_+$, the choice of the effort e affects the probability distribution of the second period cash-flows. We have :

$$\begin{cases} GI & \text{with probability} \quad \pi_e \quad \text{(good state)} \\ 0 & \text{with probability} \quad 1 - \pi_e \quad \text{(bad state)} \end{cases}$$

with $G \in \mathbb{R}_+$, and $\Delta\pi = \pi_H - \pi_L > 0$

Payoffs

The entrepreneur is risk-neutral and protected by limited liability. She has an endowment of $A \in \mathbb{R}_+$. If she gets an investment I in exchange for a repayment R, her expected utility is :

$$U(I, R, e) = \begin{cases} \pi_H \max\left\{\left(G(I+A) - R\right), 0\right\} & \text{if } \; e = H \\ \\ \pi_L \max\left\{\left(G(I+A) - R\right), 0\right\} + B(I+A) & \text{if } \; e = L \end{cases}$$

If $G(I + A) < R$, default takes place ; the entrepreneur selects $e = L$ earning the private benefit $B(I + A)$
The payoff to investor i is

$$V^i(I^i, R^i, e) = \pi_e R^i - I^i \quad \text{with} \;\; e \in \{L, H\},$$

Competition

Investors compete over financial contracts in the presence of a single entrepreneur. Competition is non-exclusive :

1. Each investor i proposes a financial contract $C^i = (I^i, R^i(\theta))$, where $I^i \in \mathbb{R}_+$ is an investment and $R^i(\theta) : [0, G(I + A)] \to \mathbb{R}_+$ is a schedule of repayments contingent on the cash-flow realization $\theta \in [0, G(I + A)]$
2. After observing the array of offered contracts the entrepreneur takes her portfolio and effort decisions

Strategies and Equilibrium

A pure strategy for the entrepreneur is a mapping associating to each profile of offers $(C^1, C^2, ..., C^n)$ an element of
$\{L, H\} \times \{0, 1\}^N$
The equilibrium concept is pure strategy Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

Incentive Compatibility

$\mathcal{H} = \{(I, R) \in \mathbb{R}_+^2 : U(I, R, H) \geq U(I, R, L)\}$ and $\mathcal{L}$ is its complement

The frontier of $\mathcal{H}$ is :

$\psi = \{(I, R) \in \mathbb{R}_+^2 : U(I, R, H) = U(I, R, L)\}$

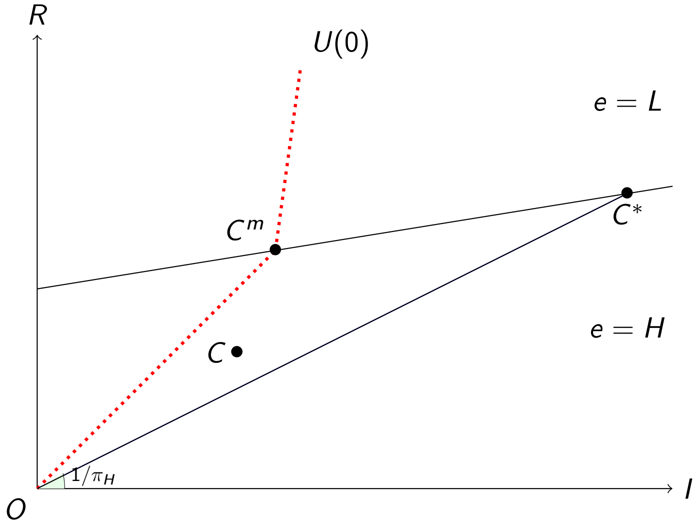
Following Holmstrom-Tirole (1997, 1998), one has :

$$\pi_H G > 1 > \pi_L G + B \tag{1}$$

$$G - \frac{B}{\Delta\pi} < \frac{1}{\pi_H} \tag{2}$$

Feasible Allocations

The ψ frontier is $\quad R = (G - \frac{B}{\Delta\pi})(I + A)$.



Concurrence Vs Monopole

La concurrence de type Bertrand de ce jeu permet d'établir que

1. L'ensemble de stratégies des investisseurs dans lequel chacun propose le contrat C^* et où l'entrepreneur décide de choisir l'une au moins de ces contrats, et de toujours refuser les contrats qui lui donnent moins d'utilité forme un équilibre de Nash.
2. Tout équilibre de Nash de ce jeu est tel que l'allocation d'équilibre est C^*

S'il n'y avait qu'un seul investisseur en position de monopole,

1. il proposerait le contrat C^m, et la stratégie correspondante de l'entrepreneur est de toujours accepter les contrats qui lui donnent au moins l'utilité $U(C^m) = U(0, 0)$ et de refuser les contrats qui lui donnent moins d'utilité

Les leçons de ce modèle

1. Alors que tous les acteurs de ce modèles sont neutres au risque et que rien ne justifie a priori une limitation de la taille des projets, le modèle montre que la présence d'alea moral introduit une limitation des projets : $I(C^*) < +\infty$
2. Le plus grand investissement possible est obtenu au point C^* qui est, sur la courbe de zéro profit l'intersection avec la courbe d'incitation : plus cette dernière est "haute", plus le niveau d'investissement à l'équilibre est élevé. En d'autres termes, le niveau de l'investissement dépend du niveau de capital A que l'entrepreneur peut mettre dans son projet dès l'origine.

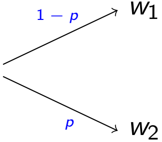
En d'autres termes, la concurrene est limitée par les contraintes du modèle d'alea moral, dont le mécanisme est de limiter le niveau de remboursement possible, et donc la faisabilité des grands projets.

Concurrence en contrat et sélection adverse : Equilibre entre assureurs neutres au risques, en présence d'un agent averse au risque.

The Economy : Building on Rotchild-Stiglitz (1978)

We study a two-period, two-state economy populated by a single (representative) agent and $N \geq 2$ competing insurers.

Les agents font face à la loterie :

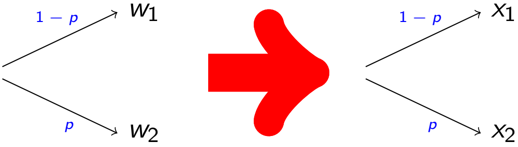


Un agent est caractérisé par sa fonction VNM $u(x)$ concave, et par les probabilités associées aux deux états de la nature. On considère dans ce modèle deux types d'agents, avec des fréquences d'accident différentes

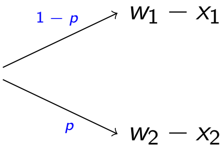
Type H		**Type** L
Risque élevé		Risque faible
p_H	$>$	p_L
$(1-p_H)w_1 + p_H W_2$	$<$	$(1-p_L)w_1 + p_L w_2$

Contrat d'assurance

Le modèle standard d'assurance représente le partage de risque entre un assureur neutre au risque et un assuré, exposé au risque et averse au risque.



Bilan des assureurs



Tout se passe comme si l'assureur prenait à son compte la *dotation* de l'agent et qu'il donnait en retour la lotterie finale (ce qui est reçu dans chaque état de la nature) à l'agent.

Les points de vue de l'assureur et de l'assuré

L'assuré averse au risque, a un **critère**,

$$U\left(\begin{tikzcd}[row sep=small] & w_1 \\ {} \arrow[ur, "1-p"] \arrow[dr, "p"'] & \\ & w_2 \end{tikzcd}\right) \leq U\left(\begin{tikzcd}[row sep=small] & x_1 \\ {} \arrow[ur, "1-p"] \arrow[dr, "p"'] & \\ & x_2 \end{tikzcd}\right)$$

il accepte l'échange s'il en obtient une plus grande utilité

Les assureurs neutres au risque définissent la **faisabilité**,

$$0 \leq E\left(\begin{tikzcd}[row sep=small] & w_1 - x_1 \\ {} \arrow[ur, "1-p"] \arrow[dr, "p"'] & \\ & w_2 - x_2 \end{tikzcd}\right)$$

ils acceptent l'échange si l'espérance de leur bilan n'est pas négative

Le contrat optimal d'assurance

Définition

Le contrat optimal, c'est la lotterie (x_1, x_2) qui donne la plus grande satisfaction aux assurés, tout en respectant les critères de faisabilité de l'assureur.

Faisabilité

L'espérance de revenu de la lotterie obtenue doit être moindre que l'espérance de revenu de la lotterie que l'agent abandonne.

$$(1-p)\ x_1 + p\ x_2 \leq (1-p)\ w_1 + p\ w_2$$

Satisfaction de l'agent

Quelle que soit la lotterie, Il lui préfère toujours son espérance. (JENSEN)

$$(1-p)\, u(x_1) + p\ u(x_2) \leq u\big((1-p)\, x_1 + p\ x_2\big)$$

On a toujours intérêt, quel que soit l'environnement des assureurs de proposer à l'agent un revenu certain $x_1 = x_2$.

Information symétrique : Concurrence Vs monopole

La concurrence est représenté par un jeu d'offre des assureurs à $t = 0$, et à $t = 1$, l'agent choisit le contrat le plus offrant. (voire ne choisit rien)

En concurrence, les assureurs proposent à l'agent un revenu certain $x_1 = x_2 = (1 - p)W_1 + p\ w_2$.

- le type L reçoit plus que le type H.

Le monopole est représenté par une offre de l'assureur à $t = 0$, et à $t = 1$ l'agent choisit (ou non) le contrat qui lui est proposé

On a toujours intérêt, quel que soit l'environnement des assureurs de proposer à l'agent un revenu certain
$x_1 = x_2 = v\big((1 - p)\, u(x_1) + p\ u(x_2)\big)$.

Information asymétrique : menus

Les assureurs vont proposer des menus de contrat $(x_H, x_L) \in \mathbb{R}^4$ qui satisfont des contraintes de révélation et une contrainte de faisabilité

Contrainte de Révélation

$$\begin{array}{rcl} U_H(x_H) & \geq & u_L(x_L) \\ U_L(x_H) & \leq & u_L(x_L) \end{array}$$

Contrainte de faisabilité

Ou bien une contrainte globale :

$$\lambda_H \ \pi_H(x_H) + \lambda_L \ \pi_L(x_L) \geq 0$$

ou bien deux contraintes contrat par contrat

$$\begin{array}{rcl} \pi_H(x_H) & \geq & 0 \\ \pi_L(x_L) & \geq & 0 \end{array}$$

Competition

Insurers compete over contracts in the presence of a single entrepreneur. Competition is exclusive :

1. Each investor i proposes a financial contract $C^i = (x_1^i, x_2^i)$
2. After observing the array of offered contracts the agent takes her decision choice

Le concept d'équilibre est l'équilibre de Nash.

Strategies and Equilibrium

Une stratégie pour un assureur est d'offrir un contrat.
A pure strategy for the agent is a mapping associating to each profile of offers $(C^1, C^2, ..., C^n)$ an element of $\{0,1\}^N$
The equilibrium concept is pure strategy Subgame Perfect Equilibrium (SPE)

Forme nécessaire du menu à l'équilibre

Il existe des contraintes sur la forme des contrats à l'équilibre qui vont être déduites des deux résultats suivants

Pas de profit sur aucun contrat à l'équilbre

A l'équilibre de NASH, il est impossible qu'un contrat sur lequel les assureurs feraient un profit soit choisi. En effet, il suffit pour un autre assureur de proposer alors un contrat sur lequel il accepterait de faire moins de profit afin d'augmenter l'utilité de l'agent.

Pas de transfert de richesse entre les types

En particulier, la faisabilité s'écrit contrat par contrat

Existence a priori d'un menu maximal

Si l'on considère l'ensemble des menus (x_H, x_L) réalisables, dans lesquels la contrainte de faisabilité s'exprime contrat par contrat, il existe un élément maximal

Il suffit de prendre parmi l'ensemble des contrats proposés à H celui qui lui assure l'utilité la plus élevée, puis parmi l'ensemble des contrats proposés à L celui qui lui assure l'utilité la plus élevée, et enfin de vérifier que le menu ainsi formé vérifie des contraintes de révélation.

Forme suffisante du menu à l'équilibre

Soit $(\hat{x}_H, \hat{x}_L)$ le menu de contrat satisfaisant des contraintes de révélation maximal parmi les menus satisfaisant des contraintes de faisabilité par contrat. Les stratégies d'offres dans lesquelles tout assureur proposent ce menu est un équilibre de ce jeu.

A la recherche du menu optimal

single crossing

Les préférences des deux types H et L satisfont la propriété de "simple croisement des préférences" à savoir que

- chaque courbe d'indifférence de L ne coupe au plus qu'une fois une courbe d'infference de H prise a priori
- Les TMS des deux types sont toujours ordonnés dans le même sens en tout point de l'espace des contrats. Ici, c'est le TMS de L qui est le plus élevé

Pour construire un menu, il est assez commode de partir d'un contrat pour les H sur la droite actuarielle des H et de prendre un menu pour L à l'intersection de la courbe d'indifférence des H. La propriété de "simple croisement des préférences" suffit à démontrer qu'on obtient bien un menu satisfaisant des contraintes de révélation.

Le menu optimal

Le menu optimal est alors le suivant

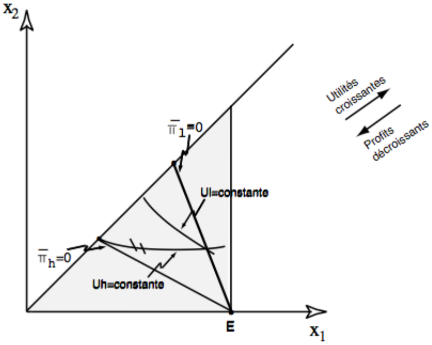


Figure 1. *Le domaine des contrats de Rotschild et Stiglitz*

Unicité et Propriétés de l'équilibre

Il est immédiat de montrer que si l'équilibre existe, l'allocation d'équilibre est $(\hat{x}_H, \hat{x}_L)$
Ce menue vérifie :

1. les types reçoivent toujours des contrats différents à l'équilibre (équilibre séparateur)
2. le type H obtient son contrat de premier rang
3. le type L subit une perte d'utilité
4. la perte d'utilité du type L est indépendante de la proportion des types dans la population.

Inefficacité et Inexistence

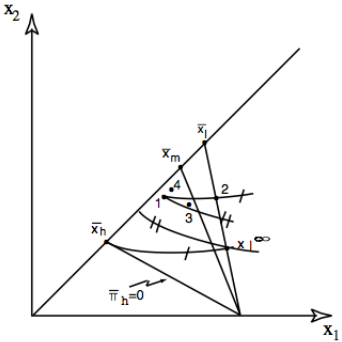


Figure 3. *Un équilibre de Nash non stable*

Impossibilité du contrat pooling revisitée

Transferts de richesse qui permettraient d'atteindre plus d'efficacité

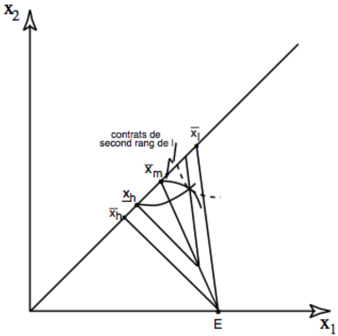


Figure 2. *Les optima de second rang*

Equilibre général en présence d'information asymétrique : market for lemons.

Sous forme d'exercice

1 George vend sa voiture

George se demande s'il n'est pas temps de remplacer sa voiture. Il cherche donc à savoir à quel prix il pourrait la revendre sachant qu'il existe n vendeurs de voitures d'occasion. Chaque voiture peut être de deux types : soit une bonne voiture (type H avec la probabilité $1-\rho$) soit une mauvaise occasion (type L avec la probabilité ρ).Un vendeur connaît toujours la qualité de sa voiture. Un acheteur l'ignore. S'il garde sa voiture un vendeur de type H (resp. L) en retire une utilité mesurée en monnaie égale à v_H (resp. v_L). Il existe $m > n$ acheteurs de voitures d'occasion, tous de même type. Un acheteur valorise une bonne (resp. mauvaise) voiture à a_H (resp. a_L). Il est possible d'effectuer la normalisation $v_L = 0$. De plus, pour que des échanges soient possibles il faut supposer $0 < a_L$ et $v_H < a_H$. Pour simplifier il sera supposé que $a_L < v_H$.

Les stratégies sont les suivantes : un vendeur affiche une offre à prendre ou à laisser (s'il n'affiche aucune offre, cela signifie qu'il garde sa voiture). Un acheteur reçoit au plus une offre et décide de l'accepter ou de la refuser.

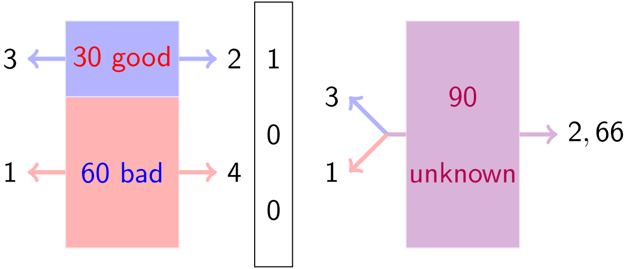
1. Quelles sont les offres d'équilibre en information parfaite sur la qualité des voitures ?
2. Lorsque les acheteurs ignorent la qualité, existe-t-il un équilibre non séparateur où tous les vendeurs (et quel que soit leur type) affiche le même prix ?
3. Lorsque les acheteurs ignorent la qualité, existe-t-il un équilibre séparateur où les vendeurs de type H affichent un prix différent des vendeurs de type L ?
4. Qu'arrive-t-il si tous les vendeurs doivent afficher le même prix et si $\rho a_L + (1-\rho) a_H < v_H$? Généraliser ce point en présence d'un continuum de vendeurs. Chaque vendeur est caractérisé par la qualité v de sa voiture avec v uniformément distribuée sur $[0, 1]$. L'utilité d'un vendeur est p s'il vend au prix p et v s'il garde sa voiture. L'utilité de l'acheteur est $av - p$ s'il achète une voiture de qualité v au prix p et 0 sinon.

Application numérique

$n_H = 30$, $n_L = 90$
$v_L = 2$, $a_L = 3$
$v_H = 1$, $a_H = 4$

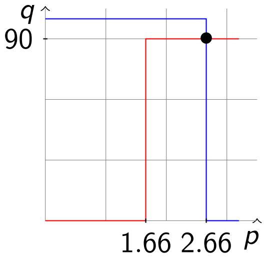
Corrigé

Le marché des voitures d'occasion
L'exercice fait implicitement l'hypothèse que les acheteurs sont neutres au risque. La valeur moyenne d'une voiture quand sa qualité n'est pas connue est ainsi pour eux de 2,66.



Corrigé2 : info symétrique

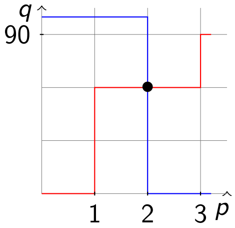
1) En information symétrique, la valeur de la voiture pour les vendeurs est de $\frac{1}{3}3 + \frac{2}{3}1 = 1,66$ (sous l'hypothèse de neutralité au risque). On peut alors tracer offre et demande :



Remarquez les parties verticales qui correspondent respectivement aux prix pour lesquels les vendeurs et les acheteurs sont indifférents entre le fait de vendre (resp. d'acheter) ou non. On trouve le prix d'équilibre de $p = 2.66$ pour 90 voitures échangées.

Corrigé3 : info asymétrique

2-3) Dans le même espace prix - quantité, on trace la courbe d'offre en escalier des vendeurs, avec deux paliers à $p = 1$ et $p = 2$. Le prix offert reflète la qualité moyenne des voitures que l'on trouve sur le marché. Cette information est indispensable pour tracer la demande. On trace ainsi la demande sur deux segments, le segment $p \in [0, 3]$ où toutes les voitures offertes sont de qualité moyenne pour l'acheteur égale à 2 , et le segment $p > 3$ où la qualité moyenne des voitures offertes est égale à 2.66. Sur le premier segment, la demande est en escalier avec un palier à $p = 2$. Sur le second segment, la demande est toujours nulle, car la qualité anticipée 2.66 est inférieure au prix.



L'intersection de l'offre et de la demande se fait au prix $p = 2$ où sont échangées toutes les voitures de basse qualité.