

TD 3 : LA DEMANDE DE TRAVAIL

Séance du 15 novembre 2007

Objectif du TD : Appliquer les outils d'analyse du choix du producteur à l'étude de la demande de travail afin d'évaluer l'impact sur l'emploi des mesures d'abaissements de charges sociales sur les bas salaires.

Préambule

Elasticité-prix

1. Fonction à une variable : soit y une variable qui dépend du prix p selon la relation $y = f(p)$. L'élasticité-prix de y désigne la variation proportionnelle de y qui suit une variation proportionnelle du prix p :

$$\epsilon_{y,p} = \frac{d \ln y}{d \ln p} = \frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dp}{p}} = \frac{f'(p)p}{y}$$

2. Fonction à plusieurs variables : soit y une variable qui dépend d'un vecteur de prix $p_1, p_2, \dots, p_n$ selon la relation $y = f(p_1, p_2, \dots, p_n)$. L'élasticité de y par rapport au prix p_1 s'écrit :

$$\epsilon_{y,p_1} = \frac{\partial \ln y}{\partial \ln p_1} = \frac{\partial f(.)}{\partial p_1} \frac{p_1}{y}$$

Élasticité de substitution multifactorielle

On admettra le résultat suivant : dans le cas d'une fonction de production f à n inputs $x_1, x_2, \dots, x_n$ ou les prix des inputs sont notés $w_1, w_2, \dots, w_n$, l'élasticité de substitution σ_{ij} (dite de Allen) entre deux inputs i et j s'écrit :

$$\sigma_{ij} = \frac{c \cdot c_{ij}}{c_i c_j}$$

où :

- (a) c désigne la fonction de coût $c(w_1, w_2, \dots, w_n, y)$ associée à la technologie de production f ;
- (b) c_i désigne la dérivée partielle de cette fonction par rapport au prix de l'input i :
 $c_i = \frac{\partial c}{\partial w_i}$;
- (c) c_{ij} désigne la dérivée croisée de cette fonction par rapport aux prix des inputs i et j : $c_{ij} = \frac{\partial^2 c}{\partial w_i \partial w_j}$. On admettra que $c_{ij} = c_{ji}$, donc $\sigma_{ji} = \sigma_{ij}$.

Exercice 1 : L'élasticité-prix de la demande de facteur

Dans cet exercice, on cherche à dériver une formule économiquement interpretable de l'élasticité-prix de la demande de facteur dans le cas général d'une firme représentative dont la fonction de production utilise n inputs $x_1, x_2, \dots, x_n$. En notant $\tilde{x}$ le vecteur des inputs $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, on a :

$$y = f(\tilde{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

La seule hypothèse qu'on fasse sur cette fonction de production est qu'elle est à rendements d'échelle constants. On note w_i le prix de l'input x_i et on note $\tilde{w}$ le vecteur de prix des inputs : $\tilde{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$.

1. On note $c(\tilde{w}, y)$ la fonction de coût de la firme. Montrer que si la fonction de production f est à rendements constants, alors la fonction de coût est linéaire en y et s'écrit : $c(\tilde{w}, y) = \gamma(\tilde{w})y$ où $\gamma(\tilde{w}) = c(\tilde{w}, 1)$ désigne la fonction de coût unitaire. Indice : partir de la définition de la fonction de coût comme résultat d'un programme d'optimisation et utiliser le fait qu'une fonction de production f à rendements d'échelle constants vérifie : $\frac{1}{y}f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(\frac{x_1}{y}, \frac{x_2}{y}, \dots, \frac{x_n}{y})$
2. On note η_{ii} l'élasticité de la demande conditionnelle $x_i(\tilde{w}, y)$ d'input i au coût du facteur i . Que mesure ce terme ? Montrer que :

$$\eta_{ii} = \frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial \ln w_i} + \frac{\partial \ln y}{\partial \ln w_i} \quad (1)$$

où γ_i désigne la dérivée partielle de la fonction de coût unitaire par rapport au prix de l'input i : $\gamma_i = \frac{\partial \gamma(\tilde{w})}{\partial w_i}$.

3. On s'intéresse au premier terme du membre de gauche de l'équation (1).
(a) Montrer que celui-ci peut s'écrire :

$$\frac{\partial \ln \gamma_i}{\partial \ln w_i} = \sigma_{ii} s_i$$

où $\sigma_{ii} = \frac{c_i c_{ii}}{(c_i)^2}$ et $s_i = \frac{w_i x_i}{c}$. Donner une interprétation économique du terme s_i .

- (b) La fonction de coût étant homogène de degré 1, elle vérifie la règle d'Euler :

$$c = w_i c_i + \sum_{j \neq i} w_j c_j$$

Montrer en dérivant cette expression par rapport à w_i que l'égalité suivante est vérifiée :

$$\sigma_{ii} s_i = - \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} s_j$$

où σ_{ij} désigne l'élasticité de substitution entre les inputs i et j (cf. formule en préambule).

4. On s'intéresse maintenant au deuxième terme du membre de droite de l'équation (1). Du fait de l'hypothèse de concurrence pure et parfaite, le profit de la firme est nul à l'équilibre et le prix p auquel la firme vend son output est égal à son coût marginal de production. La quantité d'output vendue est alors déterminée par la demande d'output des consommateurs, notée $y(p)$. On note $-\epsilon$ ($\epsilon > 0$) l'élasticité-prix de cette demande.

- (a) Comment l'élasticité prix de la demande $-\epsilon$ est-elle définie mathématiquement ?
 (b) Montrer que :

$$\frac{\partial \ln y}{\partial \ln w_i} = -s_i \epsilon$$

Indice : on rappelle que $p = \frac{\partial c(\tilde{w}, y)}{\partial y}$. On utilisera la propriété de dérivation en chaîne d'après laquelle la dérivée de $f(g(x))$ par rapport à x s'écrit : $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial g} \frac{\partial g}{\partial x}$

5. En déduire que l'élasticité de la demande d'input i au prix de l'input i s'écrit :

$$\boxed{\eta_{ii} = - \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} s_j - s_i \epsilon} \quad (2)$$

Quelle est l'interprétation économique de cette formule ? Analyser l'impact d'une augmentation du prix de l'input i sur la demande d'input i en distinguant les mécanismes économiques en jeu.

6. En s'inspirant de ce qui précède, montrer que l'élasticité de la demande d'input j au prix de l'input i s'écrit :

$$\boxed{\eta_{ij} = s_j \sigma_{ij} - s_j \epsilon} \quad (3)$$

Commenter.

Exercice 2 : Impact d'un abaissement du coût du travail non qualifié

On souhaite appliquer le cadre formel présenté étudié dans l'exercice 1 à l'évaluation de l'impact économique de mesures qui visent à abaisser le coût du travail, telles que les exonérations de charges sur les bas salaires introduites en France en 1993 et amplifiées avec la mise en place des 35 heures à partir de 2000.

On suppose que l'économie est composée d'une seule firme représentative qui utilise deux facteurs de production pour produire un output y vendu au prix p : du travail qualifié l_q et du travail non qualifié l_n . Les coûts respectifs de chacun de ces facteurs sont notés w_q et w_n . On note $\sigma = \sigma_{nq} = \sigma_{qn}$ l'élasticité de substitution entre travail qualifié et travail non qualifié.

1. Utiliser la formule (2) pour calculer l'élasticité η_{nn} du travail non qualifié au coût du travail non qualifié. Par quels canaux une baisse du coût du travail non qualifié est-elle susceptible d'accroître la demande de travail non qualifié ?
2. On suppose que le gouvernement décide d'allouer un montant global B à la réduction du coût du travail non qualifié à travers la mise en place d'exonérations de charges sociales. Comment la variation proportionnelle du coût du travail non qualifié $\frac{\Delta w_n}{w_n}$ résultant de la mise en place d'une telle mesure s'écrit-elle en fonction de B , w_n et l_n ?
3. Utiliser la définition de l'élasticité de la demande de travail non qualifié au coût du travail non qualifié pour montrer que la variation de l'emploi non qualifié Δl_n que permettent ces exonérations de charges s'écrit :

$$\Delta l_n = \frac{B}{w_n} (s_q \sigma + s_n \epsilon)$$

A quelles conditions les effets sur l'emploi non qualifié d'une réduction des charges sociales seront-ils les plus élevés ? Dans quelle mesure cette analyse plaide-t-elle en faveur d'un ciblage des réductions de charges sur les plus bas salaires plutôt que sur des niveaux de salaires plus élevés ?

4. En utilisant la formule (3) et en vous inspirant de ce qui précède, calculer l'impact de cette politique de réduction du coût du travail non qualifié sur la demande de travail qualifié Δl_q . A quelle condition cet impact sera-t-il positif?
5. Montrer que la variation totale de l'emploi $\Delta l = \Delta l_q + \Delta l_n$ résultant d'une mesure de baisse de charges s'écrit (on rappelle que $s_q + s_n = 1$, par définition) :

$$\Delta l = B \left(\frac{\sigma}{w_n} - \frac{(\sigma - \epsilon)}{\bar{w}} \right)$$

où $\bar{w}$ désigne le coût moyen du travail : $\bar{w} = \frac{l_q w_q + l_n w_n}{l_q + l_n}$. Compte-tenu des hypothèses du modèle, l'abaissement du coût du travail non qualifié a-t-il nécessairement un impact positif sur le niveau global d'emploi ?

6. A l'aide d'isoquantes de production et de droites d'isocoûts, représenter graphiquement dans le plan (l_n, l_q) l'impact d'une réduction du coût du travail qualifié w_n sur la demande de travail qualifié et la demande de travail non qualifié.

Exercice 3 : Analyse empirique

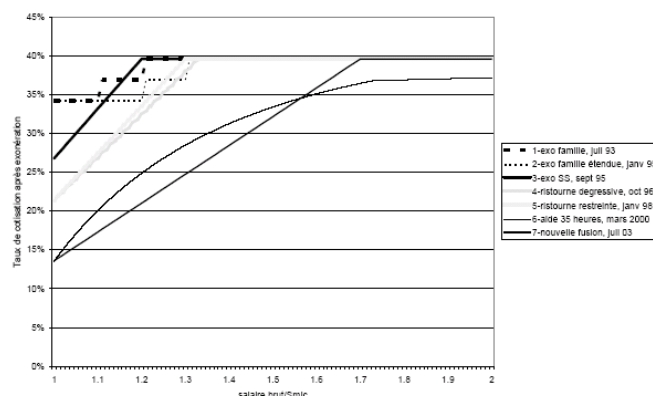
L'objectif de cet exercice est de confronter les prédictions de la théorie à un certain nombre de faits stylisés relatifs à l'évolution du coût relatif du coût du travail non qualifié et à l'évolution de l'emploi non qualifié en France.

1. Reportez-vous au texte reproduit en annexe et qui retrace la successions des dispositifs d'allègements de charges. Quels vous paraissent être les défauts des premiers systèmes utilisés ? Comment a-t-on tenté d'y remédier ?
2. Que nous apprennent les figures 2 et 3 quant à l'évolution du coût relatif du travail non qualifié par rapport au travail qualifié et l'évolution de l'emploi non qualifié ? Ces évolutions vous paraissent-elles cohérentes les enseignements théoriques du modèle étudié précédemment ?
3. A la lecture des graphiques de la figure 4, quels types d'emplois les abaissements de charges sociales semblent-ils avoir le plus favorisé ?
4. Dans une perspective dynamique, quels vous paraissent être les risques potentiels des politiques d'abaissements de charges ciblés sur les bas salaires ?

Annexe : Les dispositifs successifs d'allégements de charges

1. Le premier dispositif mis en oeuvre en juillet 1993 était une exonération de cotisations familiales en palier : intégrale jusqu'à 1,1 Smic, soit 5,4% du salaire brut, et de moitié jusqu'à 1,2 Smic, soit 2,7% (cf. figure 1).
2. Ce dispositif en palier a été étendu à 1,3 Smic en janvier 1995.
3. On a ensuite mis en place une ristourne linéairement dégressive de cotisations patronales de sécurité sociale s'annulant à 1,33 fois le Smic et dont le montant permettait de neutraliser l'impact sur le coût du travail du « coup de pouce » donné au Smic après les élections présidentielles de 1995.
4. Par souci de simplification, les deux dispositifs ont été fusionnés en 1996.
5. En 1998, on a fait passer le seuil de 1,33 à 1,3 Smic pour réaliser 4 milliards de Francs d'économie budgétaire.
6. Dans le cadre de la réduction du temps de travail, une nouvelle exonération de cotisations patronales a été utilisée à des fins incitatives pour compenser les hausses de coût horaire au niveau du Smic. Le dispositif représenté dans le graphique est celui des mesures dites Aubry II (pour simplifier, on n'a pas représenté les profils des mesures « de Robien » et « Aubry I », de portée plus limitée). L'exonération s'élève alors à 26 points de Smic brut et est réservée aux entreprises à 35 heures, les autres demeurant dans le dispositif de 1998.
7. La dernière mesure a été adoptée avec la Loi du 17 janvier 2003 relative aux salaires, au temps de travail et au développement de l'emploi (loi dite « Fillon »). L'exonération redevient linéaire, le seuil est fixé à 1,7 Smic et le montant au Smic est de 26% comme dans le dispositif Aubry II. Cela correspond à environ 300 Euros en moins de coût du travail mensuel, soit les trois quarts des cotisations employeurs au niveau du salaire minimum. Surtout, l'exonération s'applique désormais à toutes les entreprises, qu'elles soient ou non à 35 heures. Cette nouvelle fusion de dispositifs va coïncider avec une forte hausse du Smic horaire, dans le cadre de l'harmonisation des salaires minimum.

Fig. 1: Taux de cotisation après exonération en fonction du rapport salaire brut/Smic (1993-2003).



Source : Gafsi, L'Horty et Mihoubi, « Réformer les exonérations de charges sur les bas salaires », *Revue Française d'Economie*, XIX (3), 2005.

Fig. 2: *Evolution du coût relatif emploi non qualifié-emploi qualifié en France (emploi salarié).*

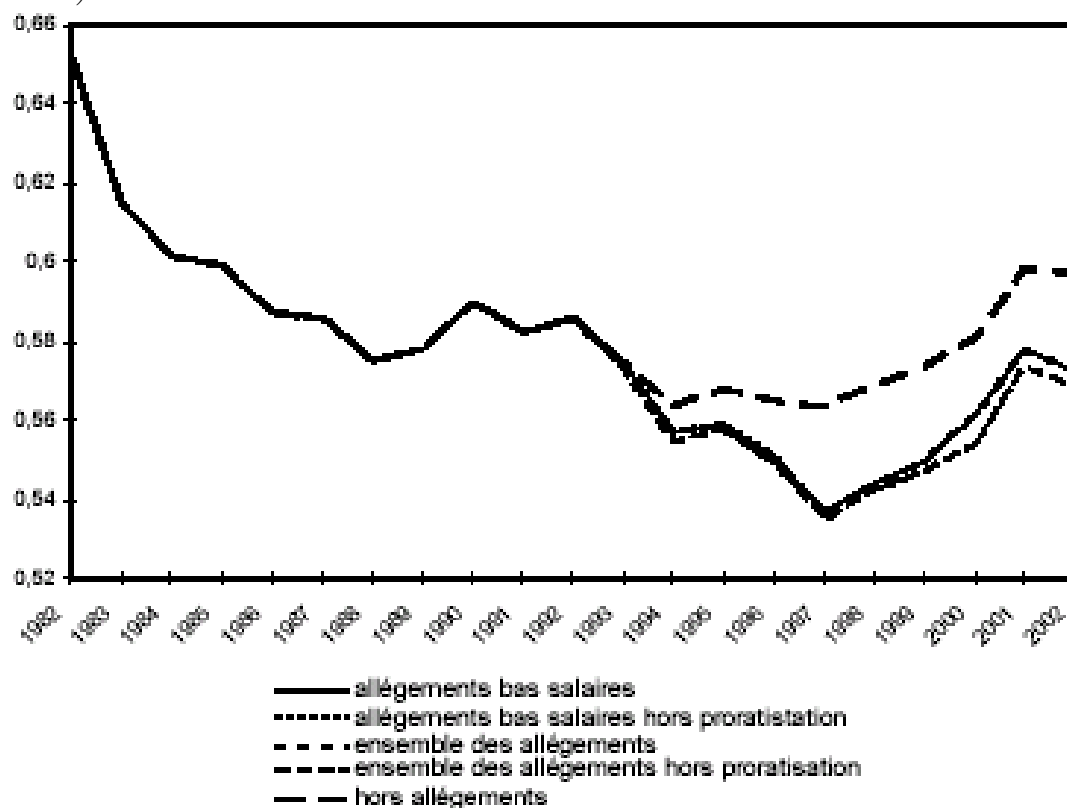
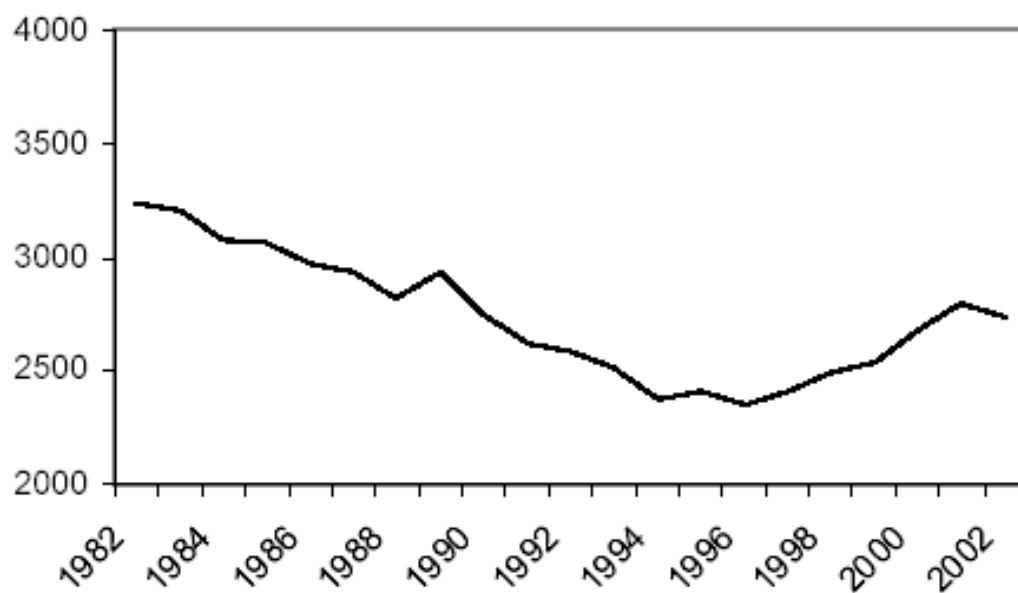
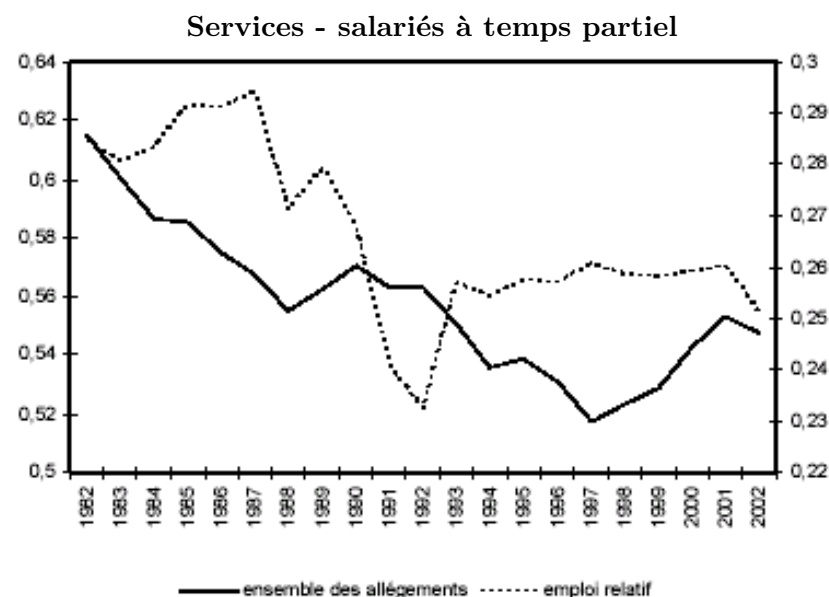
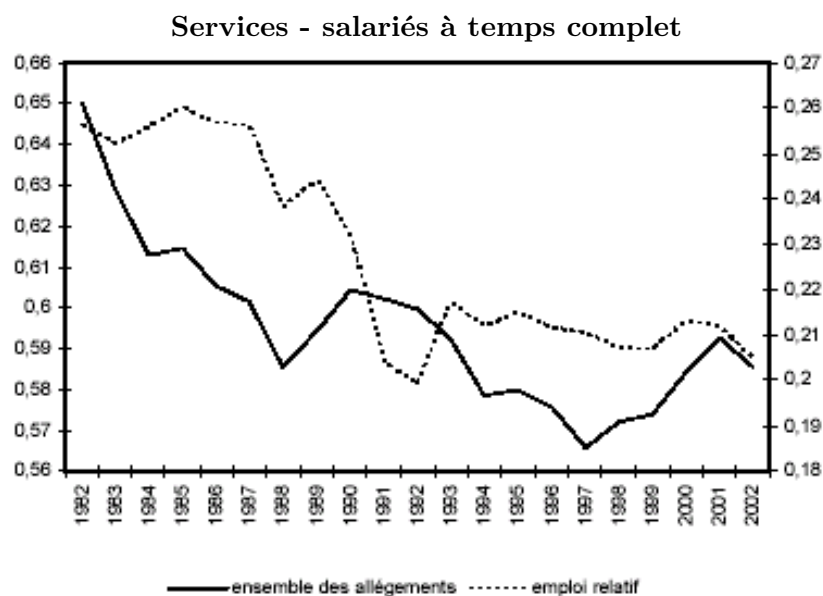
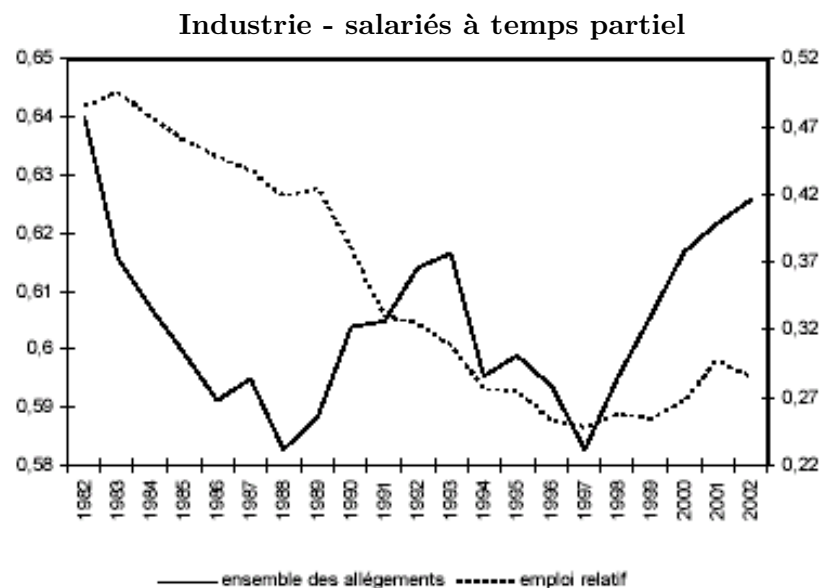
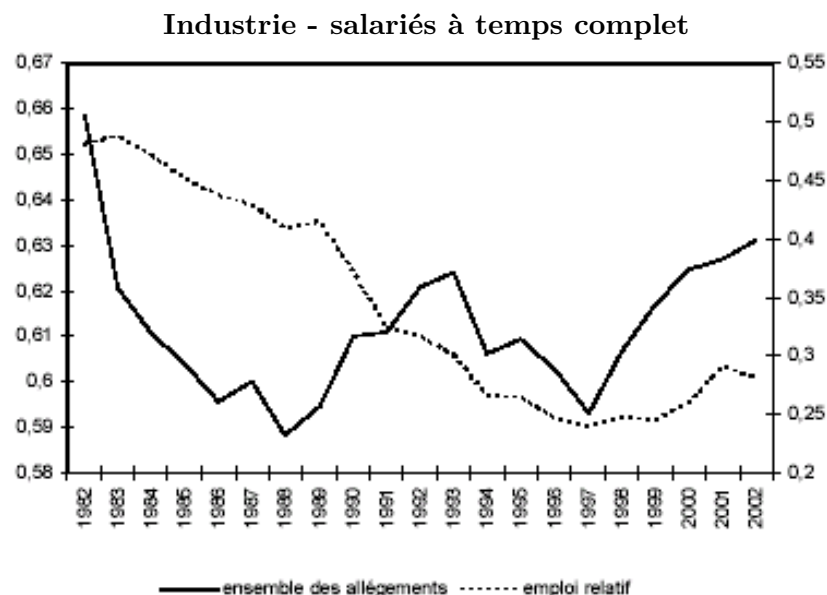


Fig. 3: *Evolution de l'emploi non qualifié en France (en milliers).*



Source : Enquête Emploi.

Fig. 4: Evolution du coût relatif (en plein) et de l'emploi relatif (en pointillés) du travail non qualifié par rapport au travail qualifié en France par secteur d'activité et temps de travail.



Source : Enquête Emploi.