TD d'Économie – Julien Grenet
École Normale Supérieure
Année 2007-2008

TD 5 : L'offre de travail

Séance du 29 novembre 2007

Objectifs du TD :
- Appliquer la boîte à outils de la théorie du consommateur à l'analyse de l'offre de travail.
- Adapter ce modèle à l'étude des paramètres qui déterminent l'offre de travail d'un ménage.

Préambule

Soit A une matrice carrée de dimension (2×2) :

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Une condition nécessaire et suffisante pour que cette matrice soit semi-définie positive est que :

$$a \geqslant 0 \ \text{ et } \ det(A) = ad - bc \geqslant 0$$

où $det(A)$ désigne le déterminant de la matrice A.

Exercice 1 : Le modèle canonique d'offre de travail

On considère un individu dont la fonction d'utilité U a pour arguments un bien de consommation agrégé (c) et du loisir (l) : $U = U(c, l)$. On suppose que cette fonction est strictement quasi-concave et que $U'_c(c, l) > 0$ et $U'_l(c, l) > 0$. On fait par ailleurs l'hypothèse que $\lim\limits_{l \to 0} TMS_{c,l} = \dfrac{U'_l(c, l)}{U'_c(c, l)} + \infty$ et $\lim\limits_{c \to 0} TMS_{c,l} = 0$ (les courbes d'indifference ne croisent pas les axes).

On suppose que cet individu touche un revenu fixe b indépendant de tout travail, qu'il peut allouer une durée maximale quotidienne de T au travail et au loisir et qu'il touche un salaire horaire égal w s'il décide de travailler. On note p le prix du bien de consommation.

1. L'agent souhaite allouer son temps disponible T entre travail et loisir de manière à maximiser son utilité. En notant h le nombre d'heures travaillées, écrire et interpréter la contrainte budgétaire de cet individu en fonction de p, c, w, l, b et T (attention : cette contrainte comporte deux inéquations, en plus des contraintes de non-négativité). Quel est le prix du loisir dans ce modèle ? Quelle est la spécificité de cette contrainte budgétaire par rapport au modèle traditionnel de choix du consommateur ? Représenter graphiquement cette contrainte budgétaire dans le plan (l, c) en remarquant qu'elle est coudée au point $l = T$.

2. Écrire le programme permettant de calculer le nombre optimal d'heures de loisir l^* de cet individu. Utiliser les conditions de Kuhn et Tucker pour résoudre rigoureusement ce programme (on examinera en particulier la possibilité que le programme admette des solutions en coin). A quelle condition portant sur le TMS_{lc} ce programme admet-il la solution en coin $l = T$? Lorsque la solution est intérieure, quelles sont les équations du premier ordre qui permettent de déterminer le nombre optimal d'heures de loisir l^* ? Représenter graphiquement ces différents cas possibles dans le plan (l, y). Comment déduit-on le nombre optimal d'heures travaillées h^* ?
3. Calculer le *salaire de réserve* de cet individu, *i.e.* la valeur-seuil du salaire réel en-deçà de laquelle celui-ci préfère ne pas travailler.
4. On suppose que les conditions d'existence d'une solution intérieure sont vérifiées. On note $x_l(p, w, m(w))$ et $h_l(p, w, u)$ les demandes marshallienne et hicksienne de loisir de l'individu. En utilisant l'équation de Slutsky, montrer que l'effet d'une variation du salaire horaire sur la demande de loisir s'écrit :

$$\frac{dx_l(p, w, m(w))}{dw} = \frac{\partial h_l(p, w, u)}{\partial w} + \left[T - x_l(p, w, m)\right] \frac{\partial x_l(p, w, m)}{\partial m}$$

   où $u = v(p, w, m)$ On suppose que le loisir est un bien normal.
5. En déduire l'effet d'une variation du salaire horaire sur l'offre de travail $x_h(p, w, m(w))$. Distinguer les trois effets en jeu et discuter leur signe respectif. Quel est le signe de l'effet total d'un accroissement du salaire sur l'offre de travail ? Décomposer graphiquement l'impact d'une augmentation de salaire sur l'offre de travail de l'individu. A quoi tient l'originalité du modèle d'offre de travail par rapport au modèle standard de choix du consommateur ?
6. Dans quelle mesure ce modèle permet-il d'expliquer que l'augmentation des salaires au cours du XXe siècle se soit accompagnée simultanément :
   (a) d'une diminution du nombre d'heures travaillées par les hommes ;
   (b) d'un accroissement de la participation des femmes au marché du travail.

Exercice 2 : L'offre de travail d'un ménage

Cet exercice propose une extension du modèle canonique de l'offre de travail à un ménage composé d'une femme (f) et d'un mari (m). On suppose que l'utilité du ménage s'écrit :

$$U = U(c_f + c_m, l_f, l_m)$$

L'utilité est une fonction de la somme des biens consommés par l'homme et la femme et du loisir de chaque membre. Chaque membre du ménage dispose d'une durée totale allouable T_i et peut travailler pour un salaire w_i, où $i = f, m$. Le ménage dispose d'un revenu fixe b et le prix d'une unité de consommation est p.

1. Quelle est la contrainte budgétaire du ménage ? Y a-t-il lieu de distinguer c_f et c_m ?
2. Après avoir remplacé $c_f + c_m$ par c, écrire et résoudre les conditions du premier ordre du programme du ménage.
3. Calculer la dérivée de l'offre de travail de la femme (notée h_f) et du mari (h_m) par rapport :
   (a) au salaire de la femme w_f ;
   (b) au salaire du mari w_m.

en terme d'effet de substitution et d'effet de revenu (4 équations en tout). Indice : utiliser l'équation de Slutsky (comme dans l'exercice 1). On notera S_{ij} l'effet de substitution par lequel l'offre de travail de i est affectée par une variation du salaire de j ($S_{ij} = \frac{\partial h_i^c}{\partial w_j}$, h_i^c désignant l'offre de travail compensée du conjoint i). Quels sont les signes probables des 4 effets de substitutions ? Quelle restriction sur la matrice de Slutsky de l'offre de travail permet d'écrire que $S_{fm} = S_{mf}$?

4. En utilisant les résultats de la réponse 3, montrer que la différentielle totale de l'offre de travail de l'homme et de la femme s'écrit (on supposera que $dp = 0$) :

$$dh_i = S_{if}.dw_f + S_{ih}.dw_m R_i[l_f.dw_f + l_m.dw_f + db] \tag{1}$$

   où $R_i = \frac{\partial h_i}{\partial b}$ désigne l'effet du revenu sur l'offre de travail du conjoint i.

5. On souhaite évaluer l'impact sur l'offre de travail du ménage de la mise en place d'un impôt négatif. Un impôt négatif combine un transfert forfaitaire F versé au ménage et une taxation de leurs salaires w_h, w_f et de leur revenu fixe b au taux t.
   (a) Soit D le solde de ce transfert et de ces prélèvements. Comment s'écrit D en fonction de F, t, w_f, w_m, l_f, l_m et b ? l'impôt étant négatif, on a $D > 0$.
   (b) En utilisant l'équation (1), montrer que la variation de l'offre de travail dh_i résultant de la mise en place de cet impôt négatif s'écrit :

$$dh_i = -t(S_{if}w_f + S_{im}w_m) + R_iD$$

   (c) par définition, le revenu E que le ménage retire de son travail s'écrit : $E = w_f l_f + w_m l_m$. Quelle variation dE du revenu du travail la mise en place d'un impôt négatif entraîne-t-elle ? Montrer que $dE < 0$ (on utilisera le fait que la matrice de Slutsky de l'offre de travail est semi-définie positive et on supposera que le loisir est un bien normal). Interpréter ce résultat.

6. Dans un article de 1979, O. Ashenfelter et J. Heckman ont proposé une estimation des paramètres S_{ij} et B_i. Leur estimation de la matrice de Slutsky des effets de substitution $S = \begin{pmatrix} S_{ff} & S_{fm} \\ S_{mf} & S_{mm} \end{pmatrix}$ est :

	Sans restriction		Avec restriction $S_{fm} = S_{mf}$	
Offre de travail :	dw_f	dw_m	dw_f	dw_m
de la femme (dh_f)	0.972	-0.081	1.233	0.127
de l'homme (dh_m)	0.139	0.110	0.127	0.106

   Ces résultats sont-ils compatibles avec les propriétés de la matrice de Slutsky de l'offre de travail ?

7. Les effets de revenus B_f et B_m sont estimés à -0.882 pour les femmes et -0.102 pour les hommes. Que nous indiquent ces résultats sur la nature du loisir ? Comment expliquer qu'un accroissement du salaire de l'homme entraîne en moyenne une réduction très importante de l'offre de travail de la femme ?