TD d'Économie – Julien Grenet
École Normale Supérieure
Année 2007-2008

# TD 7 : L'économie sans croissance (Malthus)

Séance du 14 décembre 2006

Ce TD cherche à expliquer pourquoi la croissance de l'économie mondiale a été si lente depuis les origines de l'homme jusqu'au début du XIXe siècle (cf. figure 1), cette stagnation paraissant d'autant plus étonnante que les innovations techniques n'ont pas manqué tout au long de cette période (« révolution agricole médiévale », généralisation de l'assolement triennal, progrès dans la métallurgie et la construction mécanique dès le début du XIVe siècle, etc.).

## Exercice : Malthus ou le piège des rendements décroissants

Pour les économistes classiques, la terre est la seule source de production. Celle-ci n'étant disponible qu'en quantité limitée, la production est nécessairement limitée par la surface cultivable.

On s'intéresse à une économie agraire peuplée de $L$ paysans exploitant une surface cultivable $T$. On suppose que la production agricole (récoltes) dépend de $L$, de $T$ et d'un facteur technologique $A$ à travers la relation :

$$Y(t) = F\big(A(t), T(t), L(t)\big) = A(t)T(t)^{\alpha}L(t)^{\beta}$$

où $\alpha > 0$, $\beta > 0$ et $\alpha + \beta < 1$.

On suppose que la terre s'épuise à chaque période, mais qu'une fraction $s$ de la récolte est réinvestie pour défricher de nouvelles terres, si bien que :

$$\dot{T} = \underbrace{-\quad \delta T}_{\text{épuisement de la terre}} \quad + \quad \underbrace{sF(A,T,L)}_{\text{défrichement}}$$

### Partie A : une économie agricole sans croissance démographique

1. Comment sont les rendements factoriels et les rendements d'échelle dans cette économie agricole ? Comment justifier ces hypothèses ?
2. On commence par supposer que la population est de taille fixée $L$ ($\dot{L} = 0$) et qu'il n'y a pas de progrès technique ($\dot{A} = 0$). En notant $\theta = \frac{T}{L}$ la surface cultivée par paysan, montrer que celle-ci croît au taux suivant (cf. le *vade mecum* sur le calcul des taux de croissance) :
$$\frac{\dot{\theta}}{\theta} = -\delta + \frac{sA}{L^{1-\alpha-\beta}}.\frac{1}{\theta^{1-\alpha}}$$
3. Représenter cette dynamique d'accumulation dans le plan $(\theta, \frac{\dot{\theta}}{\theta})$. Montrer graphiquement que cette dynamique converge vers un équilibre stationnaire $\theta^*$ égal à :
$$\theta^* = L^{-\frac{1-\alpha-\beta}{1-\alpha}} \left(\frac{As}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Pourquoi la croissance s'épuise-t-elle dans cette économie ? Comment expliquer que la surface par tête d'équilibre $\theta^*$ dépende négativement de la taille de la population ? Que se passerait-il si les rendements d'échelle étaient constants ?

4. Montrer que la dynamique de la production par paysan $y = \frac{Y}{L}$ est donnée par :

$$\frac{\dot{y}}{y} = -\alpha\delta + \alpha s A^{1/\alpha} L^{-\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha}} . \frac{1}{y^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}$$

   Montrer que cette dynamique est similaire à celle de la surface cultivée par tête et calculer son équilibre stationnaire noté $y^*$.

5. Quel est l'impact d'un choc technologique qui accroît la productivité de cette économie agricole (assolement triennal, ferrure des chevaux, harnais d'épaule...) sur la valeur de la production par tête d'équilibre ? En donner une interprétation graphique dans le plan $(y, \frac{\dot{y}}{y})$.

6. Le PIB par tête moyen en Europe occidental est passé d'environ 450 à 774 dollars (de 1990) entre 0 et 1500. A quel taux de croissance annuel moyen cela correspond-il ? Le fait qu'en dépit d'innovations considérables (dans le transport maritime, le choix des semences, la diffusion des moulins à vents dans l'Europe médiévale), la production par tête ait stagné entre 500 et 1500 vous paraît-il compatible avec les enseignements du modèle étudié *supra* ? Quelle composante essentielle est absente de ce modèle ?

## Partie B : fertilité et dynamique de l'économie

Pour Malthus, toute augmentation de la productivité est absorbée par un accroissement de la population. Inversement, les crises de surpopulation sont régulées par une baisse de la fertilité (contrôle intentionnel des naissances, famine et épidémies). Pour considérer l'hypothèse de Malthus, il faut introduire la dynamique de la population. On suppose qu'il existe un niveau de consommation par tête de subsistance $\overline{y}$ tel que :

$$\frac{\dot{L}}{L} = \phi(y - \overline{y}) \tag{1}$$

où $\phi$ est une fonction strictement croissante et $\phi(0) = 0$.

1. Interpréter l'équation (1).
2. Comment l'équation de croissance du revenu par tête, décrite dans la question 4 de la partie A, est-elle modifiée lorsqu'on y incorpore la croissance de la population ?
3. Montrer que la dynamique de l'économie peut-être résumée par un système $S$ de deux équations différentielles, de la forme :

$$\frac{\dot{y}}{y} = g(y, L) \quad \text{où} \quad g'_y < 0 \;\text{ et }\; g'_L < 0 \tag{2}$$

$$\frac{\dot{L}}{L} = h(y) \quad \text{où} \quad h'_y > 0 \tag{3}$$

4. On souhaite représenter la dynamique de cette économie à l'aide d'un « diagramme des phases » dans le plan $(L, y)$.
   (a) On s'intéresse d'abord à la dynamique de $y$ (equation (2)) : en utilisant le théorème des fonctions implicites, montrer que l'ensemble des couples $(L, y)$ tels que $\dot{y} = 0$ est une courbe décroissante (on ne cherchera pas à déterminer sa forme précise). Indiquer par des flèches sur le graphique le sens de variation de $y$ selon que l'on se situe au-dessus ou en-dessous de cette droite.

(b) En partant de l'équation (3), montrer que l'ensemble des couples $(L, y)$ tels que $\dot{L} = 0$ est une droite horizontale dont on précisera l'ordonnée. Indiquer par des flèches sur le graphique le sens de variation de $L$ selon que l'on se situe au-dessus ou en-dessous de cette droite.

5. En vous aidant du *vade mecum* sur les équations différentielles, montrer que le système $S$ d'équations différentielles du premier ordre admet un équilibre stationnaire stable.
6. Comment une amélioration technologique déplace-t-elle la courbe $\dot{y} = 0$ dans le plan $(L, y)$ ? Comment l'économie rejoint-elle le nouvel équilibre stationnaire ? Pourquoi cette amélioration technologique ne se traduit-elle pas pas un accroissement du revenu par tête à long terme ?
7. Ce modèle est-il compatible avec les enseignements du graphique de la figure 1.

## Partie C : la Peste Noire

La théorie malthusienne est souvent invoquée par les historiens pour expliquer l'impact économique de la Peste Noire. Survenant une dizaine d'années après la guerre de Cent Ans, cette épidémie est la plus meurtrière que l'Europe ait jamais connue. En 1347, elle touche l'Italie du Sud ; en novembre, elle atteint le port de Marseille ; toute l'Europe est touchée dès 1349. Elle dure 15 ans avec des épidémies en 1361, 1373 et 1380.

1. A la lecture du graphique de la figure 2, à combien estimez-vous le nombre d'Européens décimés par la Peste Noire ?
2. En utilisant le diagramme des phases construit dans la partie précédente, quelles sont d'après le modèle malthusien les conséquences d'une réduction brutale de la population sur l'évolution du revenu par habitant ?
3. La moitié environ des 60 millions d'habitants de Londres ont péri lorsque la Peste Noire toucha la ville en 1348. Des historiens anglais sont parvenus à reconstituer l'évolution du salaire par tête des Londoniens entre 1300 et 1400 (cf. figure 3). Cette évolution vous paraît-elle compatible avec le modèle malthusien ?

**Fig. 1:** *Evolution du PIB par hab. (en dollars de 1990) en Europe occidentale de 0 à 1998. Source : A. Maddison,* The World Economy : A millenial perspective *(2001), tab. B-21*

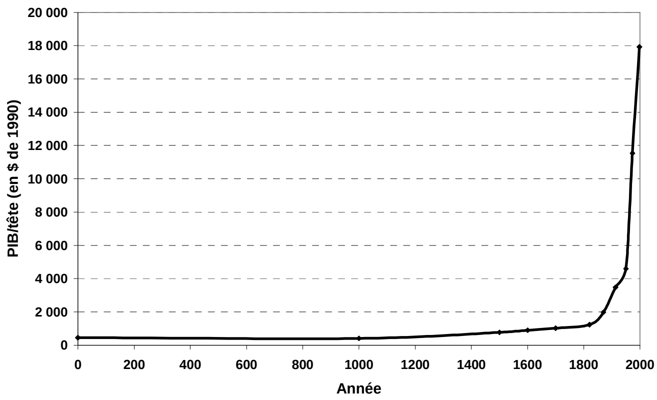


**Fig. 2:** *Evolution de la population d'Europe occidentale (en millions d'hab.) de 0 à 1700. Source : A. Maddison,* The World Economy : A millenial perspective *(2001), tab. 1-6a*

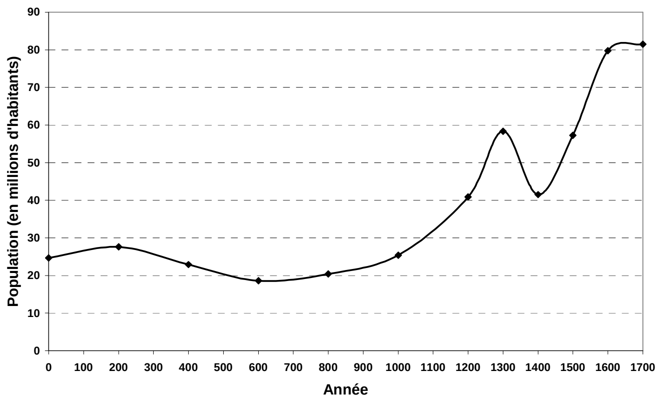


**Fig. 3:** *Evolution du salaire réel moyen des habitants de Londres entre 1300 et 1700. Source : R. Allen, « The Great Divergence in European Wages from the Middle Ages to the First World War »,* Explorations in Economic History*, 38(4), 2001*