

La transparence et l'obstacle:

Les algorithmes d'affectation des élèves aux établissements d'enseignement

Julien Grenet

CNRS

École d'économie de Paris



PARIS SCHOOL OF ECONOMICS
ÉCOLE D'ÉCONOMIE DE PARIS

Séminaire Codes Sources, LIP6, 11 mai 2017

Contexte

- Profonde transformation des modalités d'affectation des élèves aux établissements d'enseignement depuis le milieu des années 2000
- Adoption de procédure d'affectation centralisées et automatisées
 - au lycée : PAM puis AFFELNET
 - dans l'enseignement supérieur : RAVEL puis APB
- Caractéristiques communes :
 - vœux d'affectation
 - critères de priorité
 - algorithme d'appariement
- Évolutions similaires dans de nombreux pays
Australie, Belgique, Chili, Espagne, États-Unis, Hongrie, Norvège, Pays-Bas, Royaume-Uni, Suède...

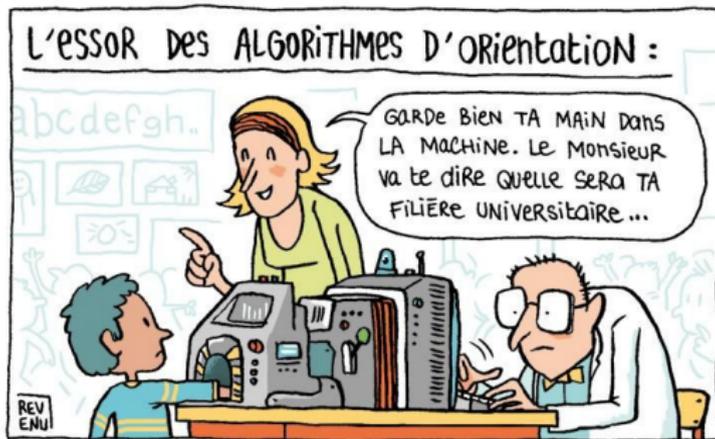
Objectifs

- Objectif initial : simplifier la gestion des procédures d'affectation (ex : problème des doubles inscriptions dans l'enseignement supérieur)
- Prise de conscience progressive des potentialités et limites des algorithmes d'affectation pour la mise en œuvre d'objectifs de politique éducative
 - transparence de l'affectation (ex : Chili)
 - adéquation entre aptitudes et formations (ex : Norvège)
 - mixité sociale (ex : Belgique, France)
- Recherches très actives à la frontière entre plusieurs disciplines (mathématiques, économie, *operations research*, psychologie...)

Enjeux

- En France, les algorithmes d'affectation des élèves (et les algorithmes plus généralement !) ont mauvaise presse

“casse-tête”, “usine à gaz”, “jeu de dupes”, “loterie”, “anxiogène”



Enjeux

- En France, les algorithmes d'affectation des élèves (et les algorithmes plus généralement !) ont mauvaise presse

“casse-tête”, “usine à gaz”, “jeu de dupes”, “loterie”, “anxiogène”
- La critique des algorithmes est en partie justifiée : ils ont parfois de mauvaises propriétés
- Cependant, les difficultés créés par les procédures d'affectation ne sont pas pas principalement imputables aux algorithmes mais plutôt
 - à la complexité et à l'opacité des procédures
 - aux critères de priorité utilisés (et aux choix politiques qui les sous-tendent)
- Illustration : polémique sur le tirage au sort dans APB

Plan de la présentation

1. Les algorithmes d'affectation des élèves : aspects théoriques
2. AFFELNET et le choix scolaire régulé au lycée
3. Au collège : l'expérimentation des secteurs multi-collèges
4. APB et la régulation des inscriptions dans le supérieur

Les procédures de choix scolaire : composantes

- Toute procédure de choix scolaire comporte quatre **composantes** :
 - (1) capacité d'accueil des établissements
 - (2) vœux d'affectation des élèves
 - (3) règles de priorité
 - (4) algorithme d'affectation

- Les **règles de priorité** traduisent des objectifs politiques

Quand il ne reste qu'une seule place et deux élèves voulant rejoindre une école, comment choisir ? Décision politique puisqu'elle crée des "gagnants" et des "perdants"

Ex : résultats scolaires, distance, fratries, critères sociaux...

- L'**algorithme d'affectation** vise à satisfaire au mieux les préférences des élèves tout en respectant les règles de priorité

Quels critères normatifs ?

- Il existe de nombreux algorithmes pour réguler les choix scolaires : **comment choisir ?**
- Les économistes évaluent leurs performances à l'aune de **trois critères normatifs** :
 - **Efficacité** (respect des préférences) : il ne doit pas être possible de proposer un meilleur choix à un élève sans que cela affecte négativement un autre élève (critère de Pareto)
 - **Équité** (respect des priorités) : aucun élève ne doit avoir d'“envie justifiée” (*justified envy*), i.e. s'être vu refuser l'admission dans une école alors qu'il a une priorité plus élevée qu'un autre élève admis dans cette école
 - **Non-manipulabilité** (*strategy-proofness*) : on veut qu'il soit dans l'intérêt des élèves d'être sincères, i.e. de soumettre leurs vraies préférences
- Ces trois critères sont-ils **compatibles** ?

L'algorithme idéal existe-t-il ?

- **Mauvaise nouvelle** : l'efficacité (respect des préférences), l'équité (respect des priorités) et la non-manipulabilité sont incompatibles

Aucun algorithme ne peut satisfaire ces trois critères dans toutes les situations !

- Mais des **compromis optimaux** sont possibles :
 - équité + non-manipulabilité → algorithme d'acceptation différée (*Deferred acceptance*) - mais pas toujours efficace
 - efficacité + non-manipulabilité → algorithme des cycles d'échanges (*Top trading cycles*) - mais pas toujours équitable
- Curieusement, l'algorithme le plus répandu dans le monde (*Boston mechanism*) ne respecte **aucun** des trois critères...

L'algorithme de Boston

- Le **Boston mechanism** (BM) est l'algorithme d'affectation le plus couramment utilisé pour réguler les choix scolaires

Boston (jusqu'en 2005), Chicago (jusqu'en 2009), Denver (jusqu'en 2009), Minneapolis, Amsterdam, Barcelone, Madrid, plusieurs villes au Royaume-Uni, Pékin...

- Algorithme relativement intuitif qui vise à **satisfaire au maximum les premiers choix** :
 - on considère d'abord le 1^{er} vœu des élèves ; les places sont attribuées en fonction des critères de priorité
 - on considère ensuite le 2^e vœu des élèves refusés sur leur 1^{er} vœu ; les places restantes après l'étape 1 sont attribuées en fonction des critères de priorité
 - etc.

L'algorithme de Boston : définition

Étape 0 : chaque élève soumet une liste ordonnées de vœux

Étape 1 : on ne considère que les vœux de rang 1

- chaque école considère les élèves qui l'ont classée en 1^{er} vœu
- chaque école accepte **définitivement** les candidats les mieux classés par ordre de priorité dans la limite des places disponibles, et rejette les autres

...

Étape k : on considère les élèves non affectés à l'étape précédente, et leur vœu de rang k . Même procédure que précédemment.

L'algorithme se termine après un nombre fini d'itérations lorsque chaque élève est affecté à une école ou a épuisé leur liste de vœux

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves

$$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$$

$$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$$

$$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$$

Priorités

$$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$$

$$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$$

$$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$$

Capacité des écoles

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = 1$$

$$q_3 = 1$$

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves

$$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$$

$$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$$

$$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$$

Priorités

$$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$$

$$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$$

$$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$$

Capacité des écoles

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = 1$$

$$q_3 = 1$$

- **Algorithme de Boston :**

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves

$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$

$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$

$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$

Priorités

$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$

$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$

$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$

Capacité des écoles

$q_1 = 1$

$q_2 = 1$

$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston :**

Étape 1 : on considère le 1^{er} vœu de chaque élève

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston :**

Étape 1 : on considère le 1^{er} vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est affecté (pas d'autre candidat)

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston :**

Étape 1 : on considère le 1^{er} vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est affecté (pas d'autre candidat)

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves

$$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$$

$$i_2 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$$

$$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$$

Priorités

$$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$$

$$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$$

$$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$$

Capacité des écoles

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = 1$$

$$q_3 = 1$$

• Algorithme de Boston :

Étape 1 : on considère le 1^{er} vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est affecté (pas d'autre candidat)
- i_2 et i_3 candidatent à s_1 . Puisqu'il n'y a qu'une place et que i_3 a priorité sur i_2 , i_3 est affecté à s_1

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

• Algorithme de Boston :

Étape 1 : on considère le 1^{er} vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est affecté (pas d'autre candidat)
- i_2 et i_3 candidatent à s_1 . Puisqu'il n'y a qu'une place et que i_3 a priorité sur i_2 , i_3 est affecté à s_1

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves

$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$

$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$

$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$

Priorités

$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$

$s_2 : (\boxed{i_2}, \boxed{i_1}, i_3)$

$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$

Capacité des écoles

$q_1 = 1$

$q_2 = 1$

$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston :**

Étape 2 : i_2 candidate à s_2 mais est refusé (plus de place)

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves

$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$

$i_2 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, s_3)$

$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$

Priorités

$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$

$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$

$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$

Capacité des écoles

$q_1 = 1$

$q_2 = 1$

$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston :**

Étape 2 : i_2 candidate à s_2 mais est refusé (plus de place)

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves

$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$

$i_2 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, \boxed{s_3})$

$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$

Priorités

$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$

$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$

$s_3 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$

Capacité des écoles

$q_1 = 1$

$q_2 = 1$

$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston :**

Étape 3 : i_2 candidate à s_3 et y est affecté

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves

$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$

$i_2 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, \boxed{s_3})$

$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$

Priorités

$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$

$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$

$s_3 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$

Capacité des écoles

$q_1 = 1$

$q_2 = 1$

$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston :**

Étape 3 : i_2 candidate à s_3 et y est affecté

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves

$$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$$

$$i_2 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, \boxed{s_3})$$

$$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$$

Priorités

$$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$$

$$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$$

$$s_3 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$$

Capacité des écoles

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = 1$$

$$q_3 = 1$$

- **Algorithme de Boston :**

Affectation finale :

$$\mu^{\text{BM}} = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ s_2 & s_3 & s_1 \end{pmatrix}$$

L'algorithme de Boston : défauts

- Le mécanisme de Boston présente **trois défauts majeurs** :
 1. il est **manipulable**
 2. il est **inequitable** (ne respecte pas les priorités)
 3. il est **inefficace** (ne respecte pas les préférences)
- **Intuition** : cet algorithme dissuade les élèves de classer en 1^{er} vœu une école où ils ont peu de chance d'être admis
 - si une école est très demandée, un élève qui la classe en premier vœu risque fortement de ne pas l'obtenir et, *in fine*, de perdre sa priorité sur les autres écoles
 - incitation à mentir en sous-classant les écoles très demandées
- **Conséquence** : les élèves "naïfs" (ceux qui ordonnent leurs vœux de manière sincère) sont fortement pénalisés par cet algorithme

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

$$\mu_{\text{BM}} = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ s_2 & s_3 & s_1 \end{pmatrix}$$

- L'algorithme de Boston est **inéquitable** (ne respecte pas les priorités) : i_2 est refusé sur son 2^e vœu (s_2) alors qu'il est prioritaire par rapport à i_1 qui y est admis → "envie justifiée"
- L'algorithme est **manipulable** : i_2 est incité à mentir en classant s_2 en 1^{er} vœu. Il serait alors affecté à s_2 (qu'il préfère à s_3)
- Parce qu'il incite les élèves à mentir sur leurs préférences, l'algorithme produit généralement un appariement **inefficace**

L'algorithme d'acceptation différée

- Un autre algorithme présente de bien meilleures propriétés : l'**algorithme d'acceptation différée** dit "élève proposant" (*Student-proposing deferred acceptance*)
- Trouve son origine dans l'article fondateur de D. Gale et L. Shapley (1962) sur la **théorie du "mariage stable"**
 - modèle considère un ensemble d'hommes et de femmes ayant chacun des préférences sur les individus de sexe opposé
 - algorithme qui permet de former des couples "stables" (pas de couple se préférant mutuellement à leur conjoint)
- En 2003, Abdulkadiroğlu et Sonmez ont montré comment cet algorithme pouvait être adapté pour **réguler les choix scolaires**, par analogie avec le problème du mariage stable :
 - élèves ont des préférences pour les écoles
 - les écoles ont des "préférences" pour les élèves (priorités)

L'algorithme d'acceptation différée : définition

Étape 0 : chaque élève soumet une liste ordonnées de vœux

Étape 1 : on considère que les vœux de rang 1

- chaque école considère les élèves qui l'ont classée en 1^{er} vœu
- chaque école accepte **temporairement** les mieux classés dans la limite des places disponibles, et rejette les autres

...

Étape k : les élèves rejetés à l'étape précédente candidatent sur leur vœu suivant

- chaque école considère **conjointement** les élèves précédemment admis et les élèves lui faisant une offre à cette étape
- les mieux classés sont **temporairement** acceptés et les autres rejetés

L'algorithme se termine au bout d'un nombre fini d'itérations lorsque plus aucun élève n'est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$$

$$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$$

$$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$$

Priorités

$$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$$

$$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$$

$$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$$

Capacité des écoles

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = 1$$

$$q_3 = 1$$

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$

$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$

$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$

Priorités

$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$

$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$

$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$

Capacité des écoles

$q_1 = 1$

$q_2 = 1$

$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 1 : on considère le 1^{er} vœu de chaque élève

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 1 : on considère le 1^{er} vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est *temporairement* affecté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 1 : on considère le 1^{er} vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est *temporairement* affecté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$$

$$i_2 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$$

$$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$$

Priorités

$$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$$

$$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$$

$$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$$

Capacité des écoles

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = 1$$

$$q_3 = 1$$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 1 : on considère le 1^{er} vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est *temporairement* affecté
- i_2 et i_3 candidatent à s_1 . Il n'y a qu'une place : i_3 est *temporairement* affecté à s_1 car il a priorité sur i_2 , qui est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 1 : on considère le 1^{er} vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est *temporairement* affecté
- i_2 et i_3 candidatent à s_1 . Il n'y a qu'une place : i_3 est *temporairement* affecté à s_1 car il a priorité sur i_2 , qui est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$

$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$

$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$

Priorités

$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$

$s_2 : (\boxed{i_2}, \boxed{i_1}, i_3)$

$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$

Capacité des écoles

$q_1 = 1$

$q_2 = 1$

$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 2 : i_2 (rejeté à l'étape précédente) candidate à s_2

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$

$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$

$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$

Priorités

$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$

$s_2 : (\boxed{i_2}, \boxed{i_1}, i_3)$

$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$

Capacité des écoles

$q_1 = 1$

$q_2 = 1$

$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 2 : i_2 (rejeté à l'étape précédente) candidate à s_2

- s_2 considère *conjointement* i_2 et i_1

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$$i_1 : (\cancel{s_1}, s_1, s_3)$$

$$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$$

$$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$$

Priorités

$$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$$

$$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$$

$$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$$

Capacité des écoles

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = 1$$

$$q_3 = 1$$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 2 : i_2 (rejeté à l'étape précédente) candidate à s_2

- s_2 considère *conjointement* i_2 et i_1
- Puisque i_2 a une priorité plus élevée, il est *temporairement* affecté à s_2 , et i_1 est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$

$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$

$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$

Priorités

$s_1 : (\boxed{i_1}, \boxed{i_3}, i_2)$

$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$

$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$

Capacité des écoles

$q_1 = 1$

$q_2 = 1$

$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 3 : i_1 (rejeté à l'étape précédente) candidate à s_1

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$

$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$

$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$

Priorités

$s_1 : (\boxed{i_1}, \boxed{i_3}, i_2)$

$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$

$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$

Capacité des écoles

$q_1 = 1$

$q_2 = 1$

$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 3 : i_1 (rejeté à l'étape précédente) candidate à s_1

- s_1 considère conjointement i_1 et i_3

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$$

$$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$$

$$i_3 : (\cancel{s_1}, s_2, s_3)$$

Priorités

$$s_1 : (\boxed{i_1}, i_3, i_2)$$

$$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$$

$$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$$

Capacité des écoles

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = 1$$

$$q_3 = 1$$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 3 : i_1 (rejeté à l'étape précédente) candidate à s_1

- s_1 considère conjointement i_1 et i_3
- i_1 est temporairement affecté à s_1 , et i_3 est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$

$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$

$i_3 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$

Priorités

$s_1 : (\boxed{i_1}, i_3, i_2)$

$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, \boxed{i_3})$

$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$

Capacité des écoles

$q_1 = 1$

$q_2 = 1$

$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 4 : i_3 candidate à s_2 et est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$

$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$

$i_3 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, s_3)$

Priorités

$s_1 : (\boxed{i_1}, i_3, i_2)$

$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$

$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$

Capacité des écoles

$q_1 = 1$

$q_2 = 1$

$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 4 : i_3 candidate à s_2 et est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$$

$$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$$

$$i_3 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, \boxed{s_3})$$

Priorités

$$s_1 : (\boxed{i_1}, i_3, i_2)$$

$$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$$

$$s_3 : (i_2, i_1, \boxed{i_3})$$

Capacité des écoles

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = 1$$

$$q_3 = 1$$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 5 : i_3 candidate à s_3 et y est temporairement admis

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$$

$$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$$

$$i_3 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, \boxed{s_3})$$

Priorités

$$s_1 : (\boxed{i_1}, i_3, i_2)$$

$$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$$

$$s_3 : (i_2, i_1, \boxed{i_3})$$

Capacité des écoles

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = 1$$

$$q_3 = 1$$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Étape 5 : i_3 candidate à s_3 et y est temporairement admis

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$$

$$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$$

$$i_3 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, \boxed{s_3})$$

Priorités

$$s_1 : (\boxed{i_1}, i_3, i_2)$$

$$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$$

$$s_3 : (i_2, i_1, \boxed{i_3})$$

Capacité des écoles

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = 1$$

$$q_3 = 1$$

- **Algorithme d'acceptation différée :**

Affectation finale : Aucune offre n'étant plus rejetée, l'affectation est finalisée et l'algorithme aboutit à

$$\mu_{DA} = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ s_1 & s_2 & s_3 \end{pmatrix}$$

L'algorithme d'acceptation différée : propriétés

- L'algorithme d'acceptation différée a plusieurs **bonnes propriétés** :
 - Il **respecte les priorités** (équité) : garantit qu'aucun élève n'a d'"envie justifiée" (\sim mariage stable)
 - il est **non-manipulable** : être sincère est la meilleure stratégie
 - il est **efficace sous contrainte** : parmi les algorithmes qui respectent les priorités, c'est celui qui donne la satisfaction la plus élevée possible aux élèves
- Mais le respect des priorités à un **coût en termes d'efficacité** : certains élèves pourraient échanger leurs affectations de façon mutuellement avantageuse (au prix d'une violation des priorités)
- Il existe un algorithme non-manipulable et efficace : les cycles d'échanges (*Top trading cycles*) mais il est peu utilisé en pratique car difficile à expliquer et tolère des violations de priorité

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves

$$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$$

$$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$$

$$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$$

Priorités

$$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$$

$$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$$

$$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$$

Capacité des écoles

$$q_1 = 1$$

$$q_2 = 1$$

$$q_3 = 1$$

$$\mu_{DA} = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ s_1 & s_2 & s_3 \end{pmatrix}$$

- Dans cet exemple, l'algorithme d'acceptation différée à un **coût en termes d'efficacité**
- Les élèves i_1 et i_2 gagneraient à échanger leur affectation :

$$\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ s_2 & s_1 & s_3 \end{pmatrix}$$

- Mais cela créerait de l'envie justifiée pour i_3 (refusé par l'école s_1 alors qu'il est prioritaire par rapport à i_2)

Plan de la présentation

1. Les algorithmes d'affectation des élèves : aspects théoriques
2. AFFELNET et le choix scolaire régulé au lycée
3. Au collège : l'expérimentation des secteurs multi-collèges
4. APB et la régulation des inscriptions dans le supérieur

La procédure d'affectation AFFELNET post-3^e

- **Procédure Affelnet post-troisième** : procédure de choix régulé pour l'affectation au lycée
 - expérimentée au début des années 2000
 - généralisée à l'ensemble des académies en 2008
- **Principes généraux** :
 - Parents classent les lycées par ordre de préférence
 - Règles de priorité fixées à chaque académie
 - Algorithme d'acceptation différée de Gale et Shapley
- Application nationale, mais **paramétrage** très différent d'une académie à l'autre

Exemple : académies d'Île-de-France (Paris, Créteil, Versailles)

Affelnet en Île-de-France : deux modèles

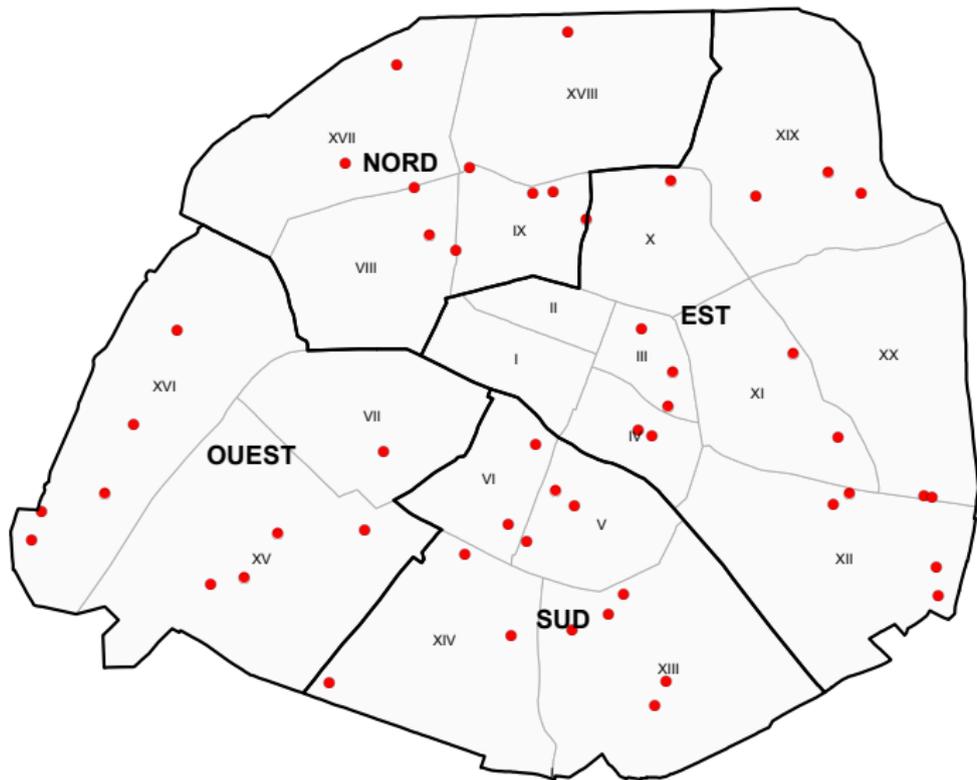
- **À Créteil et Versailles : un choix limité**

- 1 à 4 lycées de secteur
- 4 vœux maximum
- Priorités : proximité géographique + bonus de dérogation

- **À Paris : un choix étendu**

- 4 secteurs : 11 à 17 lycées/secteur
- 8 vœux maximum
- Priorités :
 1. district (600 points)
 2. notes de 3^e (de 0 à 600 points)
 3. bonus boursier (300 points) - environ 20% des élèves

Paris : les quatre secteurs d'affectation pour les lycées GT



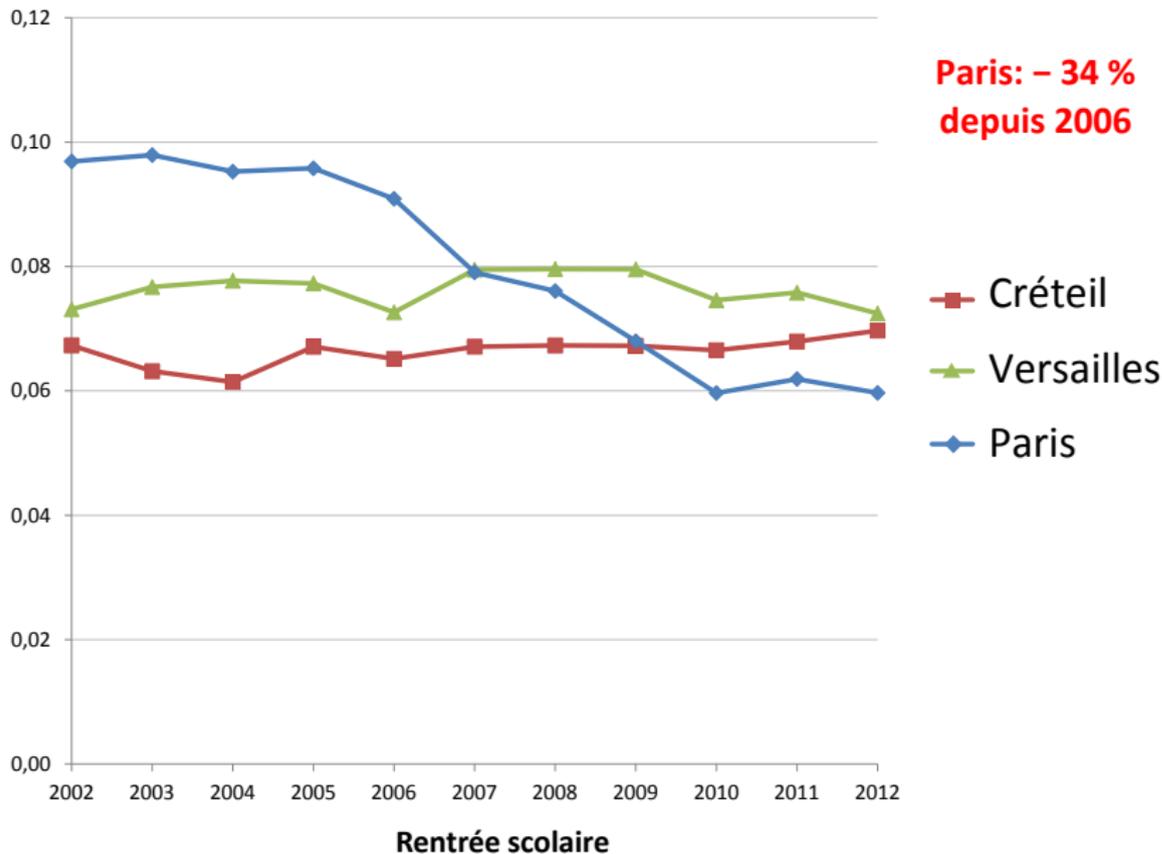
Affelnet : un bon algorithme ?

- L'algorithme d'AFFELNET a plutôt de **bonnes propriétés** (acceptation différée)
- Mais la version utilisée présente **trois défauts** :
 - **version "école-proposant"** plutôt que "élève-proposant" : pas toujours optimale pour les élèves et manipulable dans certaines configurations (rares en pratique)
 - **Restriction sur le nombre de vœux** : il peut être nécessaire d'éliminer stratégiquement certains lycées de sa liste pour éviter le risque de non-affectation
 - **Bonus 1^{er} vœu** dans certaines académies (Créteil) : rend l'algorithme manipulable (intérêt à classer en 1^{er} vœu un lycée où l'on a des chances raisonnables d'être admis)
- **Conséquence** : manque de lisibilité qui favorise les comportements stratégiques et tend à pénaliser les familles les moins bien informées

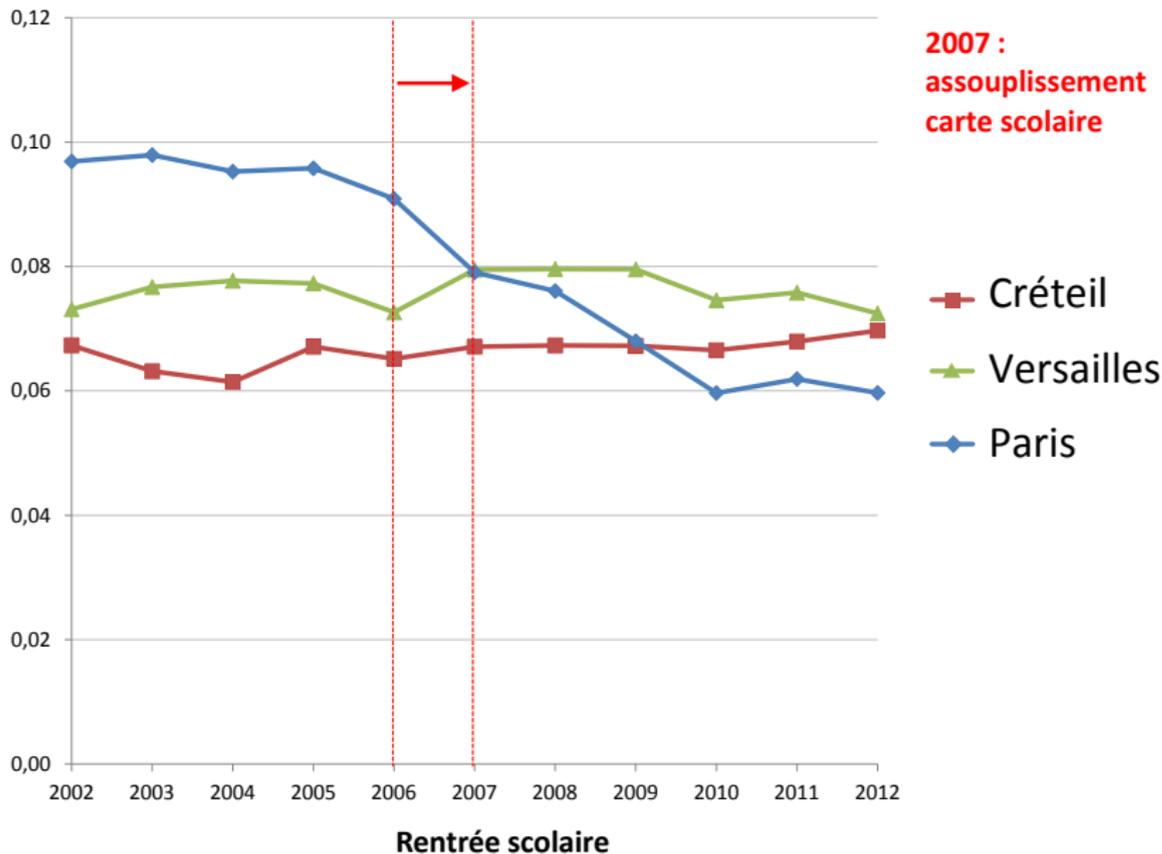
Affelnet : l'importance des critères de priorité

- les **critères de priorité** utilisés dans AFFELNET ont une influence déterminante sur la composition sociale et scolaire des lycées :
 - Créteil et Versailles : peu de choix + prépondérance du critère géographique
 - Paris : choix étendu + rôle central des notes + bonus boursier
- **Conséquences** :
 - **ségrégation sociale** (en fonction de la PCS) des lycées GT aujourd'hui plus faible à Paris qu'à Versailles et Créteil
 - mais **ségrégation scolaire** (en fonction du niveau des élèves) beaucoup élevée à Paris

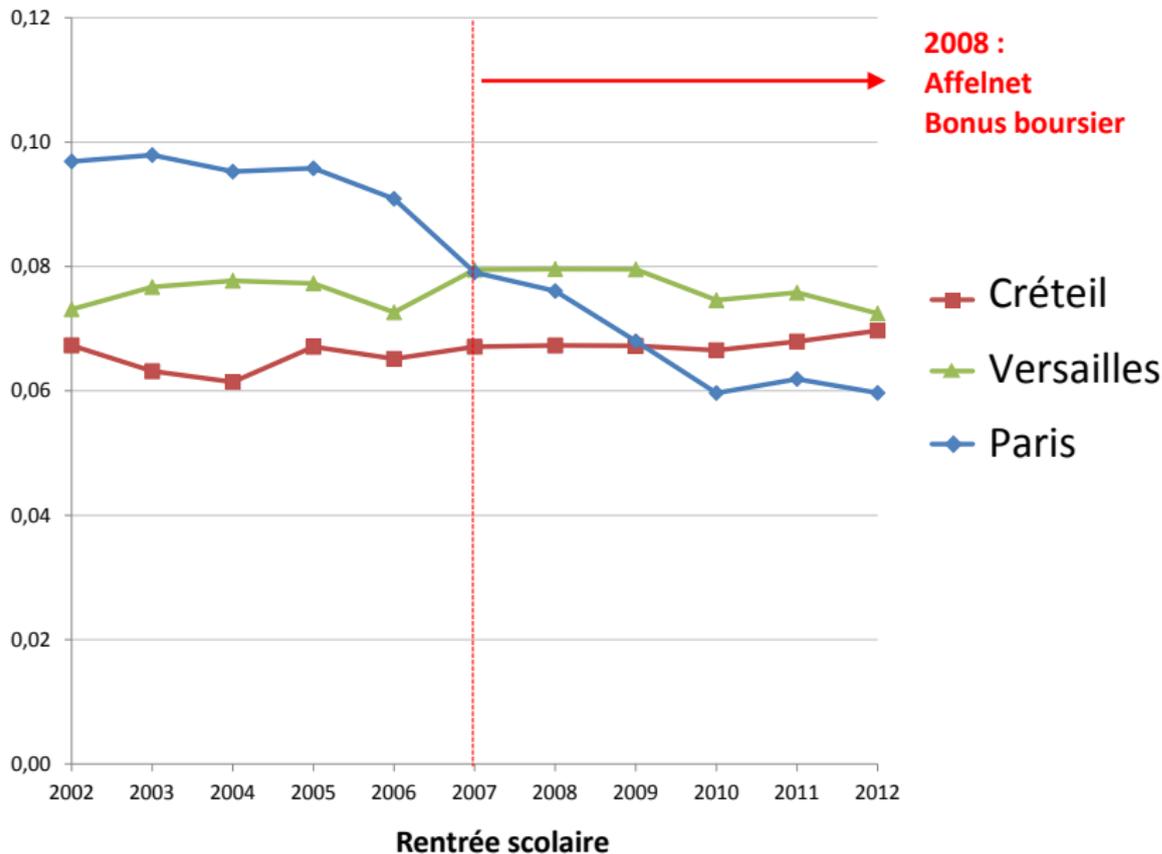
Segmentation sociale des lycées GT publics (2002-2012)



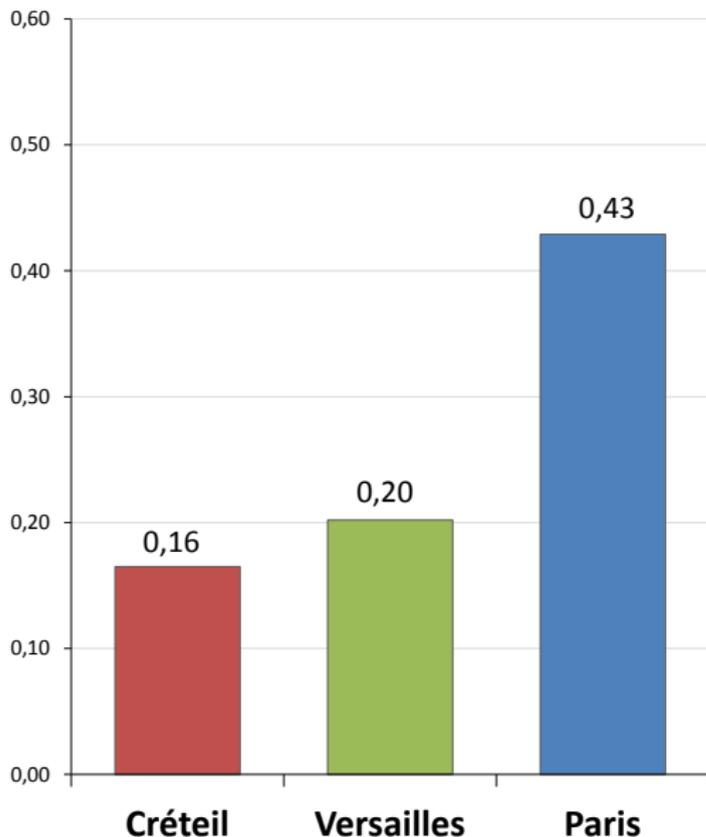
Segmentation sociale des lycées GT publics (2002-2012)



Segmentation sociale des lycées GT publics (2002-2012)



Segmentation scolaire des lycées GT publics (2012)



**Segmentation scolaire
des lycées GT publics à
Paris :**

**→ 2 fois plus élevée
qu'à Versailles**

**→ presque 3 fois plus
élevée qu'à Créteil**

**→ poids des notes dans
le barème parisien**

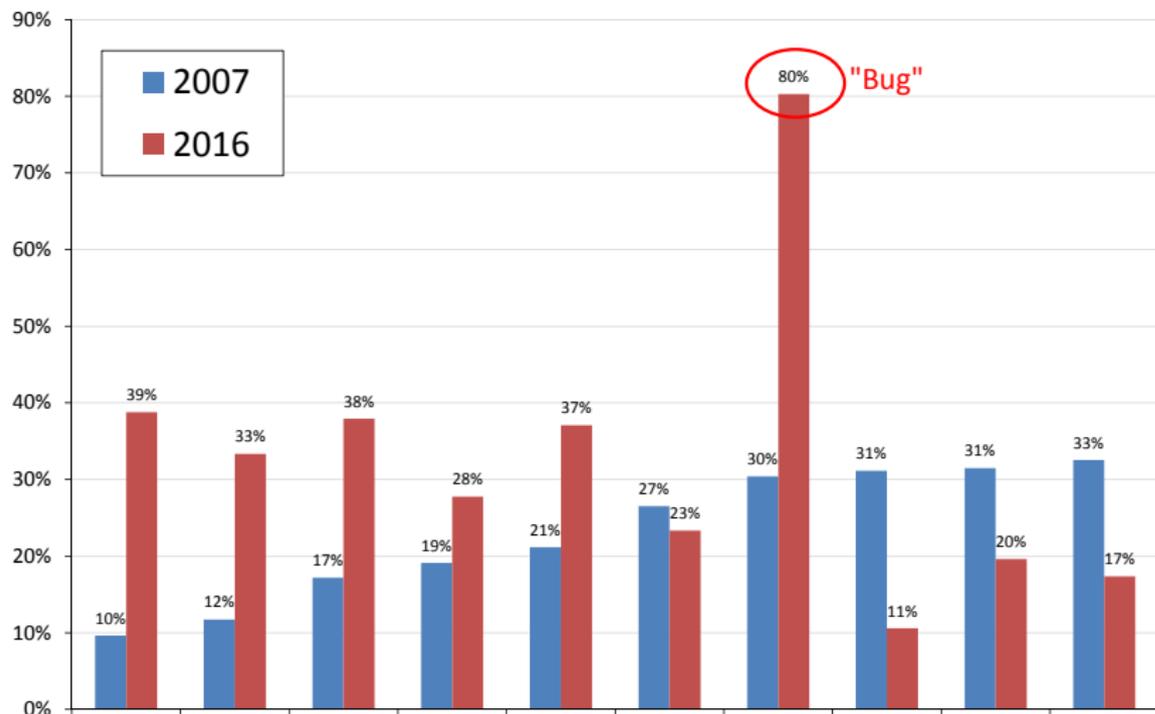
Paris : Le bonus boursier et ses limites

- Les progrès de la mixité sociale dans les lycées publics parisiens s'expliquent principalement par la mise en place d'un **bonus boursier** en 2008

Simulations indiquent que la suppression du bonus boursier entraînerait une augmentation de 20% de l'indice de ségrégation sociale dans les lycées publics parisiens

- Mais ce bonus a des **effets pervers** :
 - les boursiers sont assurés d'obtenir leur 1^{er} vœu
 - si tous les vœux des boursiers se portent sur les mêmes établissements, risque de voir apparaître des lycées avec 100% de boursiers
 - cf. “bug” du lycée Turgot en 2015

Lycées du district Est : % d'élèves boursiers (2016 vs 2007)



Source : Base Élèves de l'Académie de Paris (2003-2016).

Affelnet : comment l'améliorer ?

- La procédure Affelnet suscite de **vives critiques** :
 - manque de transparence : manque de lisibilité de l'algorithme ; barème difficile à calculer ; barres d'admission non publiées
 - manque d'équité : districts déséquilibrés ; restrictions sur le nombre de vœux ; formations et lycées hors Affelnet
 - effets pervers du barème : poids des notes ; bonus boursier
- **Évolutions envisagées** :
 - plafonnement des effets du bonus boursier
 - redécoupage des districts
- **Evolutions souhaitables** :
 - supprimer les restrictions sur le nombre de vœux
 - effort de transparence sur l'algorithme et le barème
 - réflexion sur les critères de priorité et leur pondération

Plan de la présentation

1. Les algorithmes d'affectation des élèves : aspects théoriques
2. AFFELNET et le choix scolaire régulé au lycée
3. Au collège : l'expérimentation des secteurs multi-collèges
4. APB et la régulation des inscriptions dans le supérieur

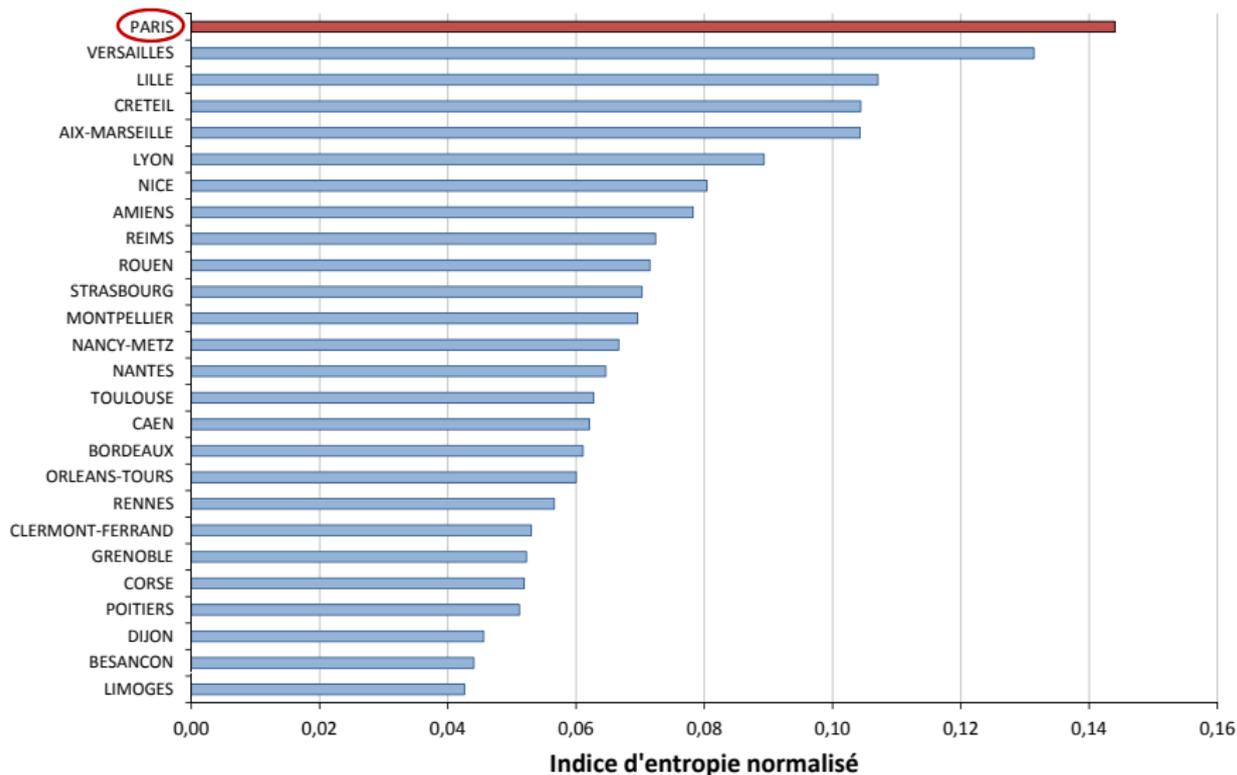
Mixité sociale au collège à Paris : état des lieux

- **Paris : 175 collèges** accueillent 85 447 élèves (2015-2016)
 - 115 collèges publics (66 % des élèves)
 - 60 collèges privés sous contrat (34 % des élèves)
- Répartition des collégiens par **groupes sociaux** :

49 %	PCS "très favorisées"	cadres chefs d'entreprises professions intellectuelles professions libérales enseignants
9 %	PCS "favorisées"	professions intermédiaires
26 %	PCS "moyennes"	artisans commerçants employés
16 %	PCS "défavorisées"	ouvriers chômeurs / inactifs

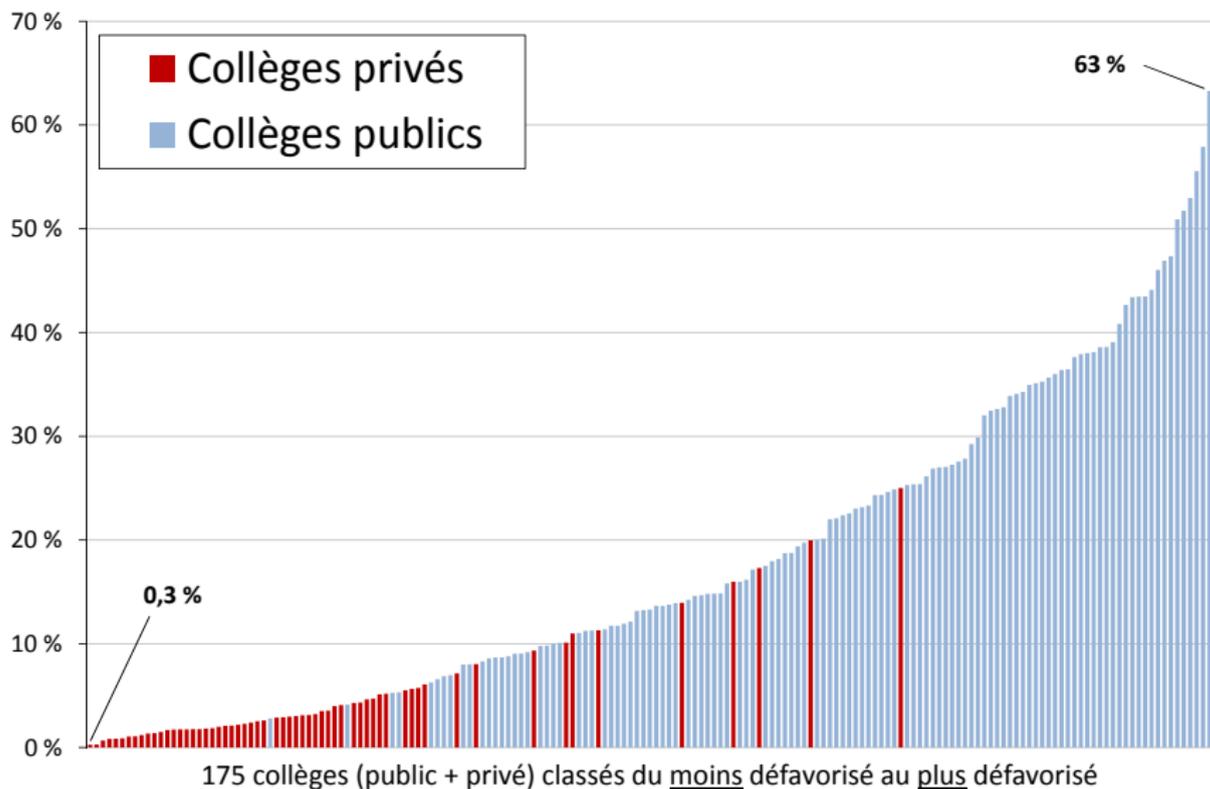
- Mais **peu de mixité sociale** dans les collèges

Indice de ségrégation sociale : ensemble des collègues



Source : Base SCOLARITE 2014-2015 (MENESR-DEPP).

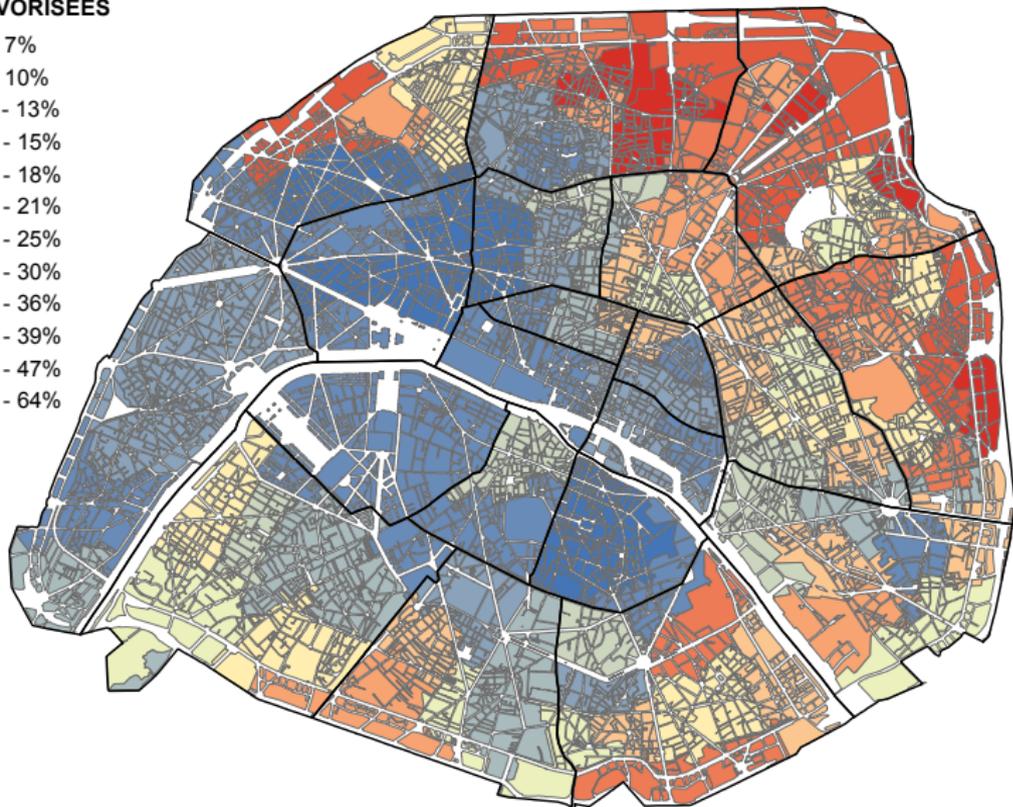
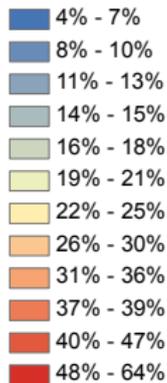
Part des élèves de PCS défavorisées par collège à Paris



Sources : Base Élèves de l'académie de Paris, 2015-2016.

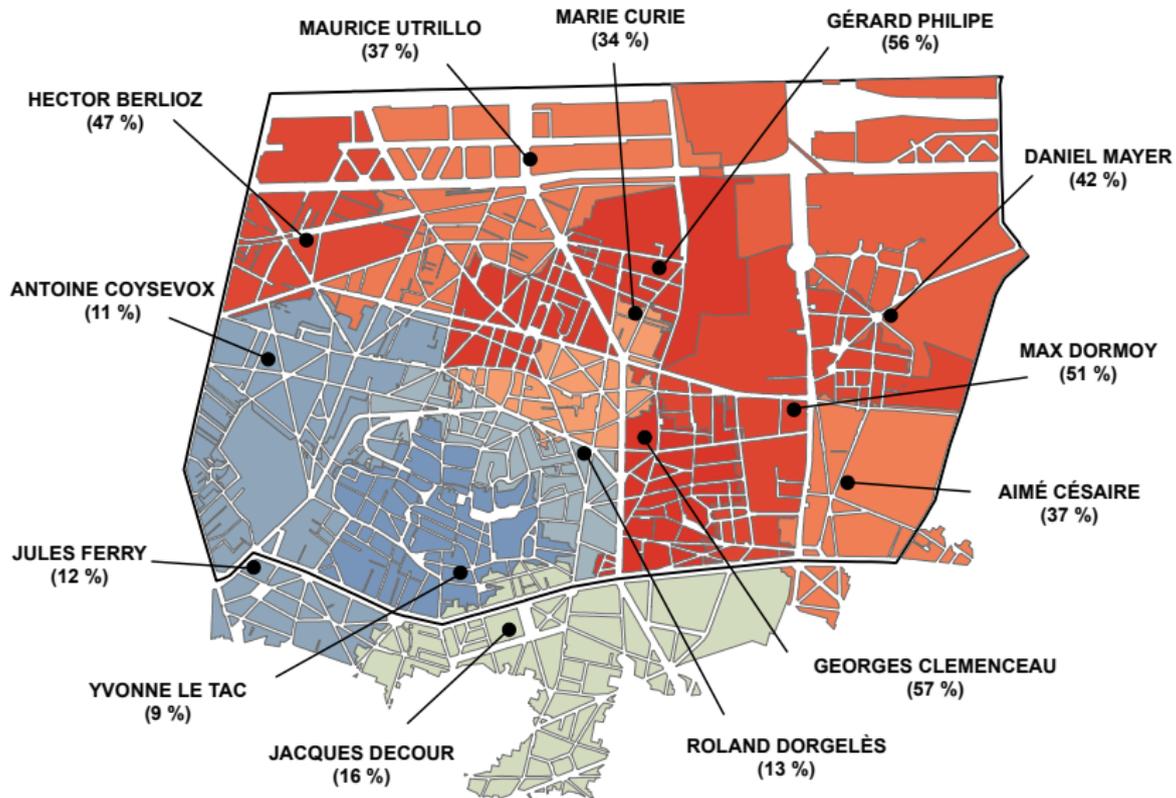
Part des élèves de PCS défavorisées par collège public

% PCS DÉFAVORISÉES



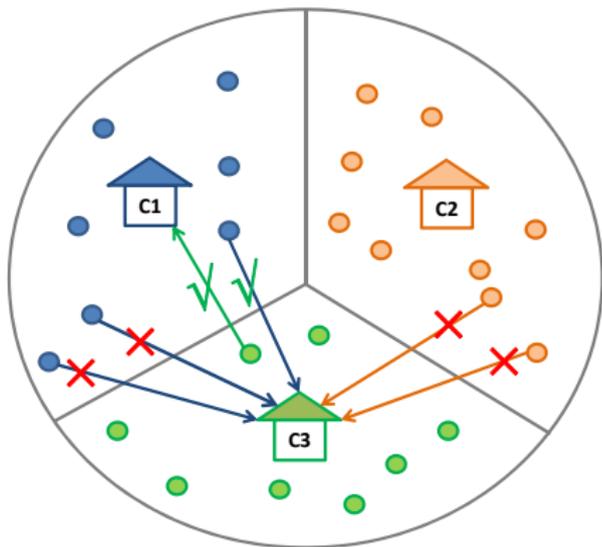
Collèges publics du 18^e arrondissement

(% d'élèves de PCS défavorisées)



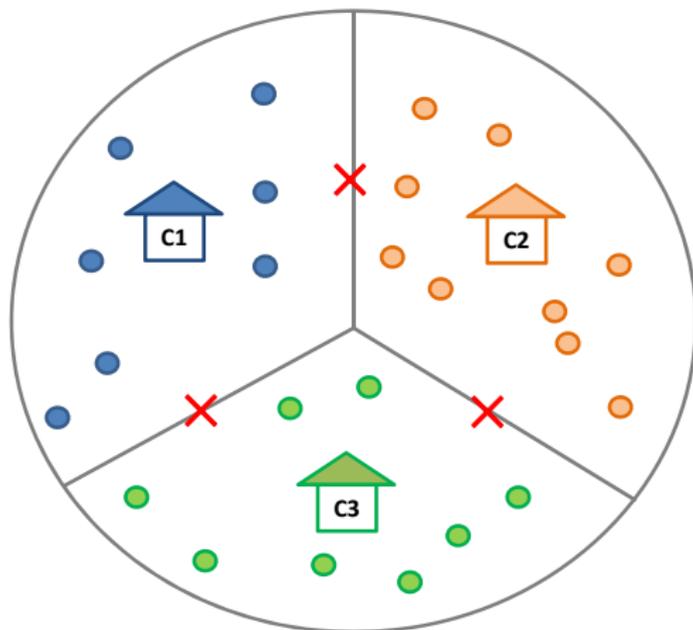
Mixité sociale : Les limites de la sectorisation

- Sectorisation des collèves : **une adresse = un collève public**
- **Outil peu efficace** pour favoriser la mixité sociale : secteurs scolaires prisonniers de la ségrégation résidentielle
- **Assouplissement de la carte scolaire** : peu d'effets sur la mixité



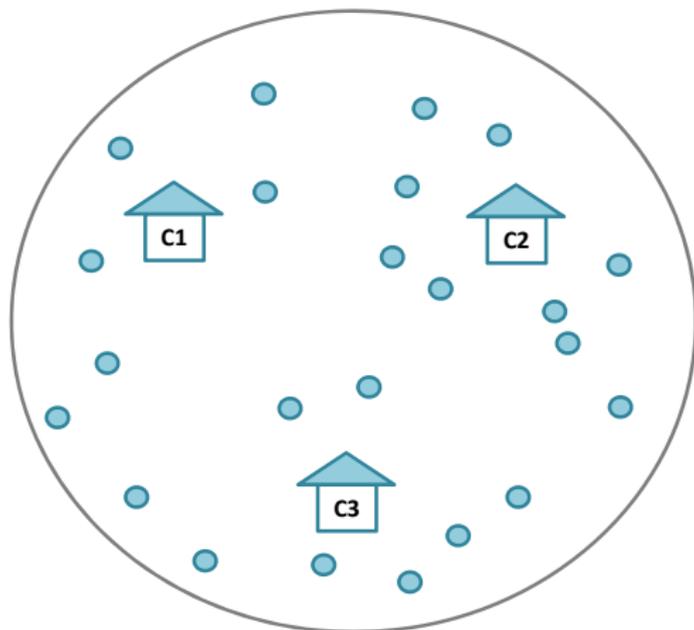
Une alternative : les secteurs multi-collèges

- **Secteur multi-collèges** = secteur unique pour plusieurs collèges



Une alternative : les secteurs multi-collèges

- **Secteur multi-collèges** = secteur unique pour plusieurs collèges



Une alternative : les secteurs multi-collèges

- **Secteur multi-collèges** = secteur unique pour plusieurs collèges
- **Avantage** : permet d'élargir la zone de recrutement des collèges pour diversifier le profil social des élèves

À Paris, 50 % de la **ségrégation sociale** entre collèges publics provient de la ségrégation entre collèges d'un **même arrondissement**

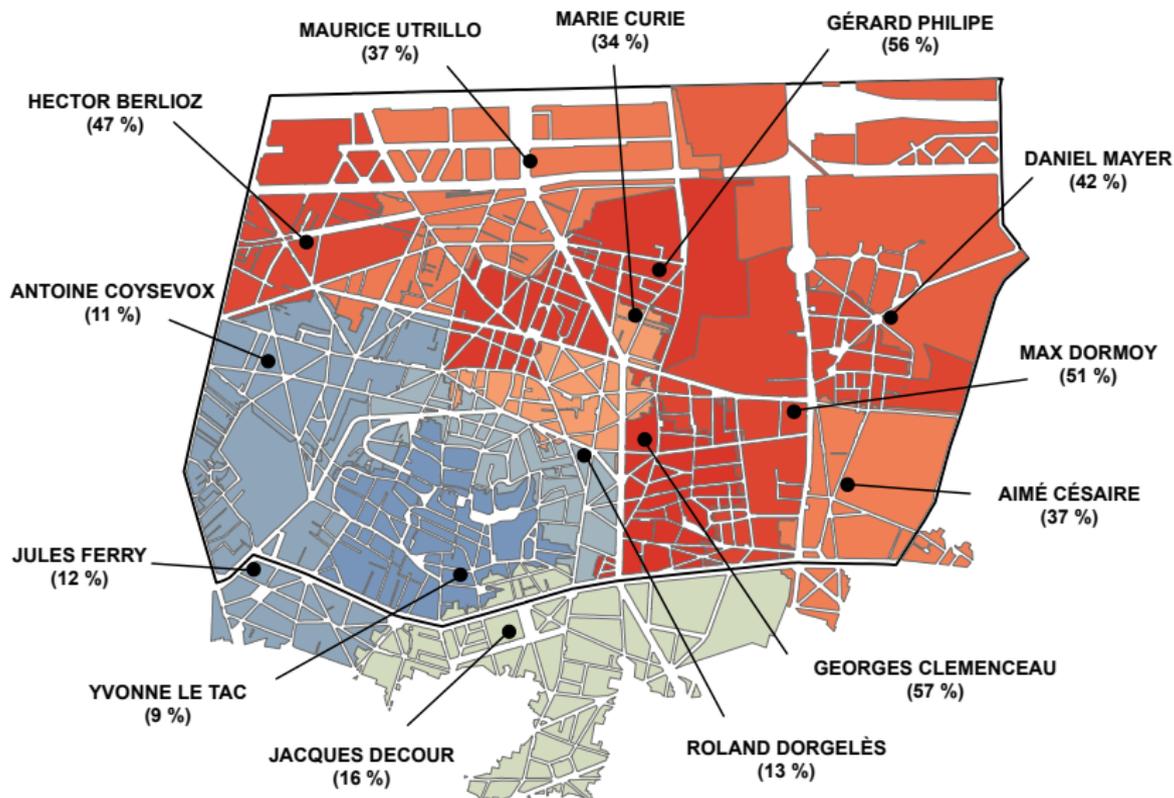
- L'an prochain, ce dispositif fera l'objet d'une **expérimentation** dans deux arrondissements parisiens (18^e et 19^e)
- **Partenariat** entre PSE, la Ville de Paris et le Rectorat de Paris

Secteurs multi-collèges : expérimentation

- **Trois secteurs bi-collèges** proposés par la Ville et le Rectorat :
 - Hector Berlioz – Antoine Coysevox (18^e)
 - Marie Curie – Gérard Philipe (18^e)
 - Henri Bergson – Édouard Pailleron (19^e)
- **Deux modalités d'affectation** proposées aux parents
 - **option 1** : fusion des collèges par “montée alternée” (tous les élèves entrent en 6^e alternativement dans le collège A et le collège B)
 - **option 2** : mise en place d'une procédure de choix régulé
- **Modalités retenues** :
 - Berlioz – Coysevox : montée alternée
 - Curie – Philipe : choix régulé
 - Bergson – Pailleron : choix régulé

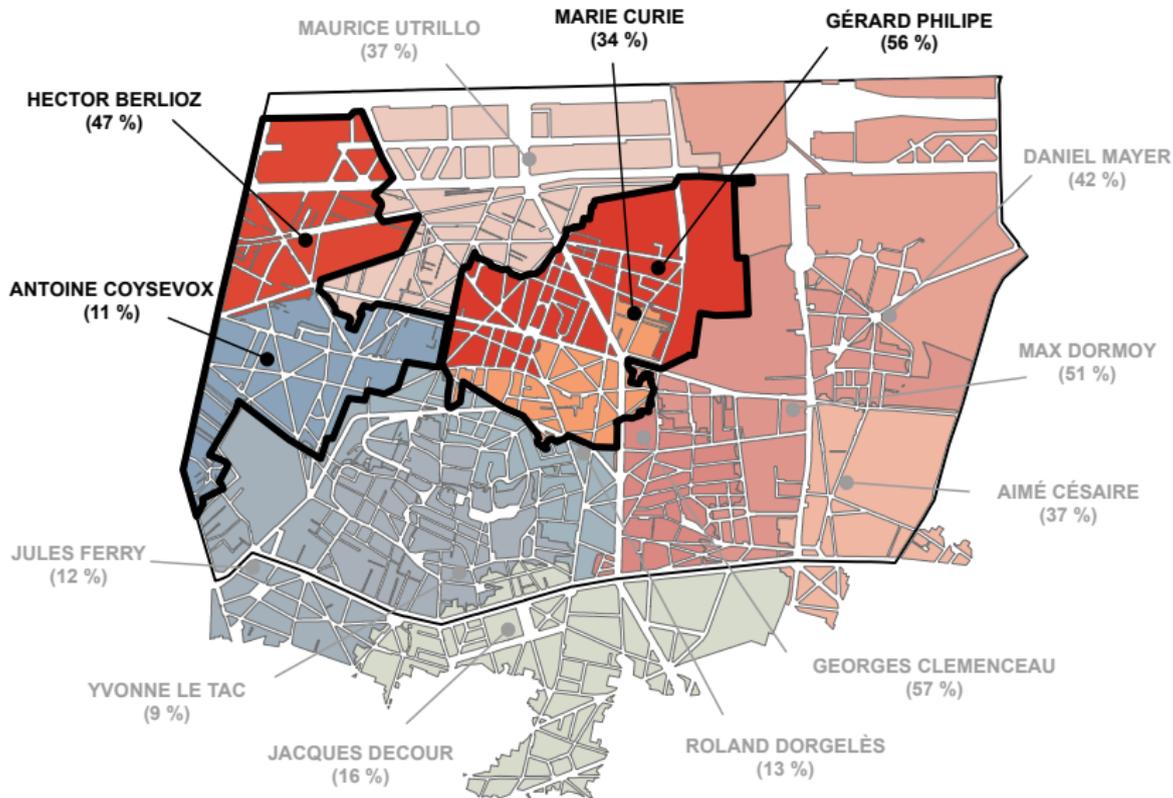
Collèges publics du 18^e arrondissement

(% d'élèves de PCS défavorisées)



Projets de secteur multi-collèges dans le 18^e

(% d'élèves de PCS défavorisées)



Secteurs multi-collèges : le choix régulé

- Élèves répartis entre quatre **groupes sociaux** en fonction de leur quotient familial CAF
- Pour mettre en œuvre l'**objectif de mixité sociale** :
 - les places de chaque collège sont réparties entre les différents groupes sociaux (quotas)
 - même répartition dans les deux collèges
- Parents sont invités à classer les collèges par ordre de **préférence**
- **Critères de priorité** :
 1. handicap
 2. rapprochement de fratrie
 3. distance relative domicile-collège
- **Algorithme d'affectation** : acceptation différée ▶ Exemple

Plan de la présentation

1. Les algorithmes d'affectation des élèves : aspects théoriques
2. AFFELNET et le choix scolaire régulé au lycée
3. Au collège : l'expérimentation des secteurs multi-collèges
4. APB et la régulation des inscriptions dans le supérieur

Admission Post-Bac

- En France, la procédure de préinscription dans l'enseignement supérieur est depuis 2009 gérée par la plateforme **Admission Post-bac**
- Concerne environ 700,000 étudiants chaque année
- Quasi-totalité des formations de l'enseignement supérieur :
 - filières non-sélectives (licences)
 - filières sélectives (CPGE, BTS, IUT, grandes écoles, etc.)
- **Calendrier :**
 - Phase d'inscription (janvier-mai) : choix et classement des vœux
 - Phases d'admission (juin-juillet)
 - Procédure complémentaire (été)

Admission Post-Bac : algorithme

- **Vœux** : 12 maximum par type de formation (licence, BTS, CPGE...), dans la limite de 24 vœux au total
- **Priorités** :
 - **Filières sélectives** : classement opéré par les formations
 - **Filières non-selectives (licences)** : critères hiérarchisés
 1. candidats de l'académie > hors académie
 2. rang relatif du vœu (= parmi formations de même type)
 3. rang absolu du vœu (= parmi tous les vœux)
 4. nombre aléatoire (tirage au sort)
- **Algorithme** : a priori, acceptation différée (école-proposant)

Admission Post-Bac : failles

- **Défaut majeur** : prise en compte du rang du vœu comme critère de priorité pour les formations sélectives “en tension” (droit, PACES, psycho, STAPS)
- Rend l'algorithme **manipulable** et pénalise les candidats qui classent “sincèrement” leurs vœux : mettre en haut de sa liste une formation sélective ou une formation non-sélective très demandée fait courir d'être moins bien classé sur les autres formations non-sélectives de sa liste (comme dans l'algorithme de Boston)
- “Vertu” cachée de ce système : incite les étudiants à s'auto-censurer → limite le recours au tirage au sort
- Défaillance qui pointe en creux les contradictions de l'enseignement supérieur : principe de non-sélection mais licences à capacité limitée

Admission Post-Bac : exemple

- Préférences réelles de 3 candidats :

Léa (Toulouse)	Théo (Poitiers)	Antoine (Bordeaux)
1. L1 Psycho (Bordeaux)	1. CPGE [refusé]	1. L1 Psycho (Bordeaux)
2. L1 Droit (Bordeaux)	2. L1 Droit (Bordeaux)	

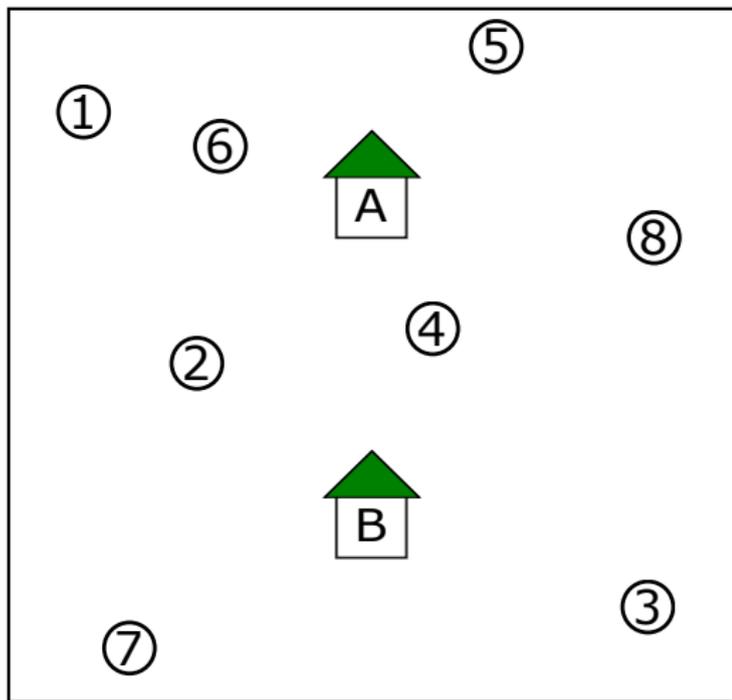
- **Capacités d'accueil** : 1 place en Psycho, 1 place en Droit
- Si Léa classe **sincèrement** ses vœux, elle n'en obtient **aucun** :
 - classée après Antoine pour Psycho (critère académie)
 - classée après Théo pour Droit (critère rang relatif du vœu)
- Léa a intérêt à être **stratégique** en classant la L1 Droit en 1^{er} vœu : elle passe alors devant Théo (critère de rang absolu du vœu) et sera admise sur ce vœu

Conclusion

- Les algorithmes d'affectation des élèves sont des **outils puissants** de régulation des choix scolaire :
 - règles de priorité transparentes
 - incitations à la révélation sincère des préférences
 - mise en œuvre d'objectifs de politique éducative
- **Ne pas se tromper de polémique** : les vrais obstacles à la mise en œuvre de procédures d'affectation efficaces et équitables sont plutôt
 - la complexité souvent inutile des procédures
 - le défaut d'information
 - l'absence de débat de fond sur les critères de priorité

Merci de votre attention

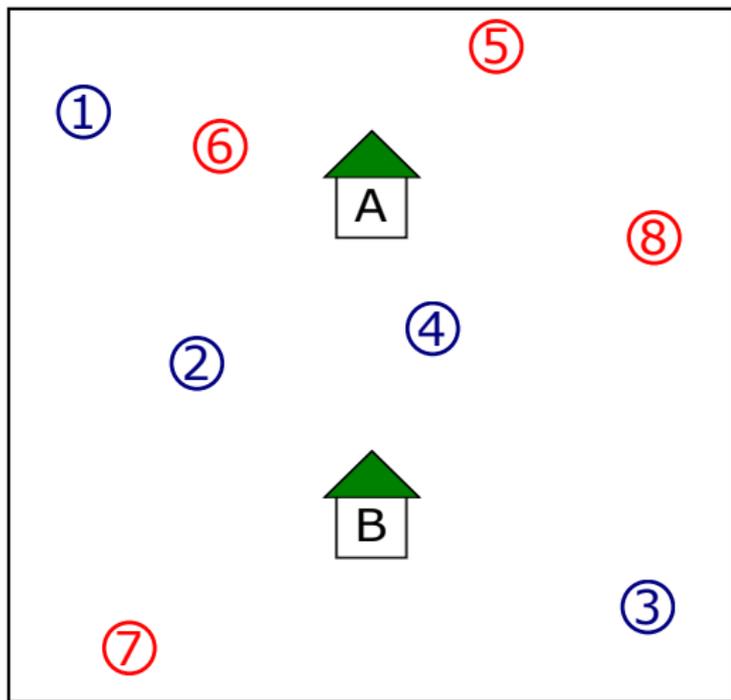
Secteur multi-collèges



2 collèges

8 élèves

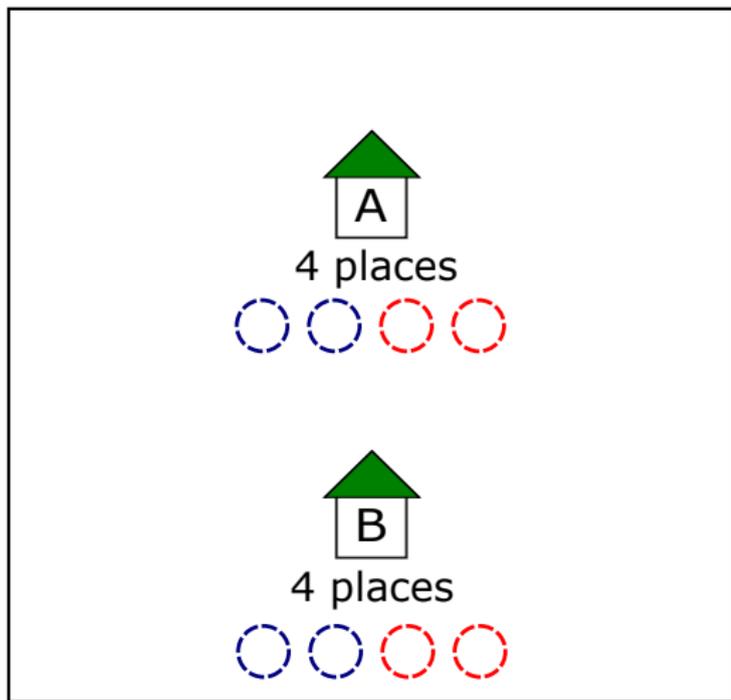
Secteur multi-collèges



4 élèves de
groupe social 1
(favorisés)

4 élèves de
groupe social 2
(défavorisés)

Secteur multi-collèges

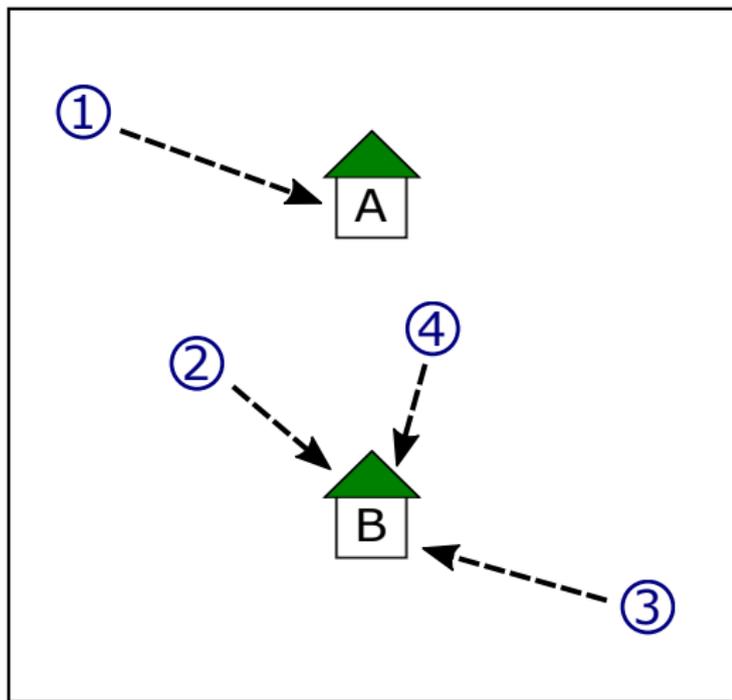


Chaque collège dispose de 4 places:

2 places pour les élèves du groupe social 1

2 places pour les élèves du groupe social 2

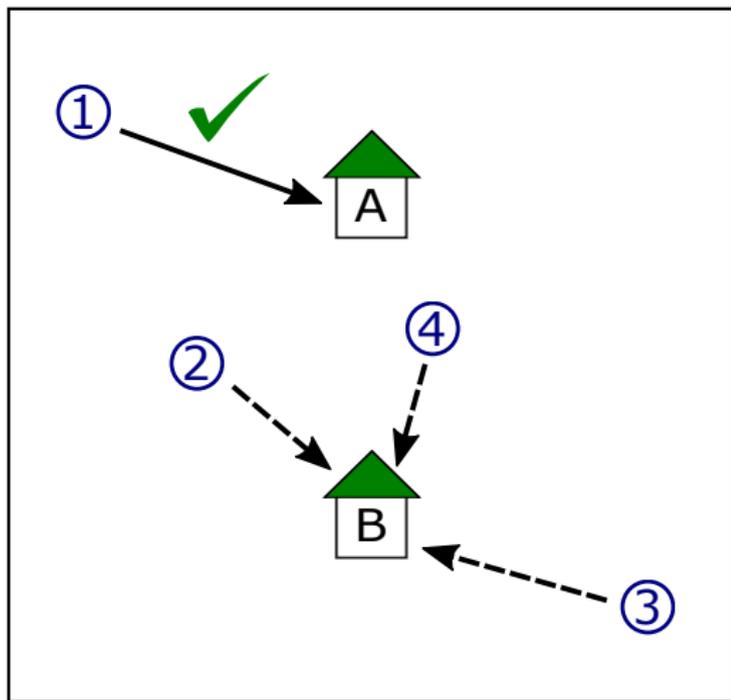
1^{er} voeu des élèves du groupe 1



On considère
d'abord les 4
élèves du
groupe 1

Le 1^{er} voeu de
chaque élève
est symbolisé
par une flèche

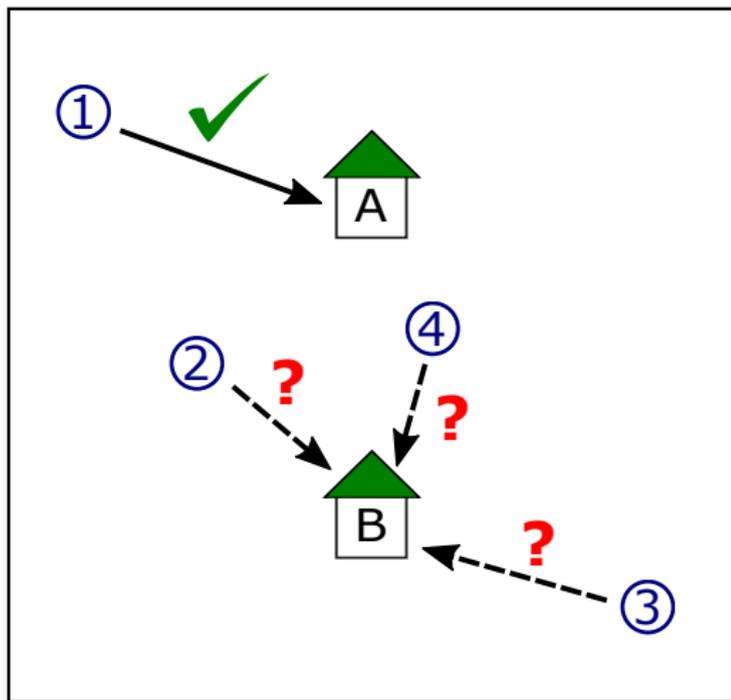
1^{er} voeu des élèves du groupe 1



Le collège A
peut accueillir
l'élève 1

(2 places pour
1 demande)

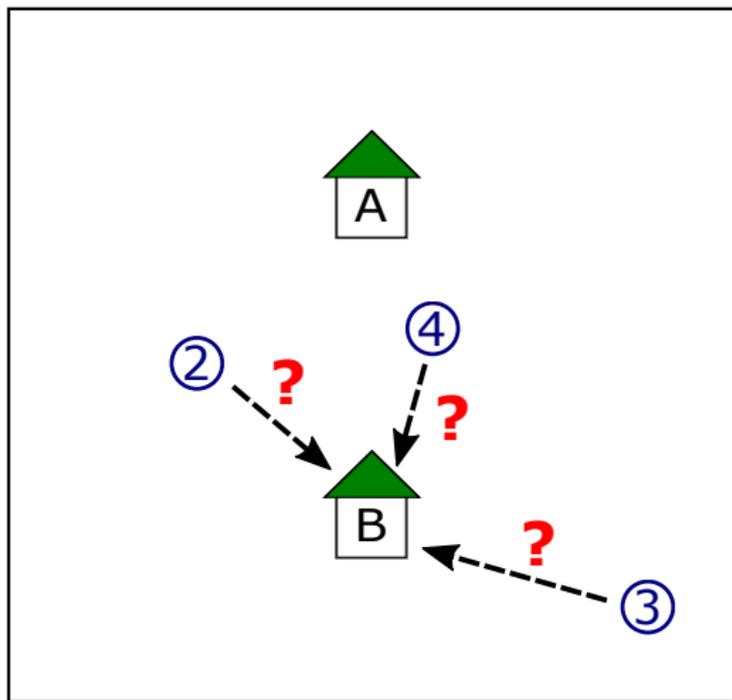
1^{er} voeu des élèves du groupe 1



Le collège B ne peut accueillir simultanément les élèves 2, 3 et 4

(2 places pour 3 demandes)

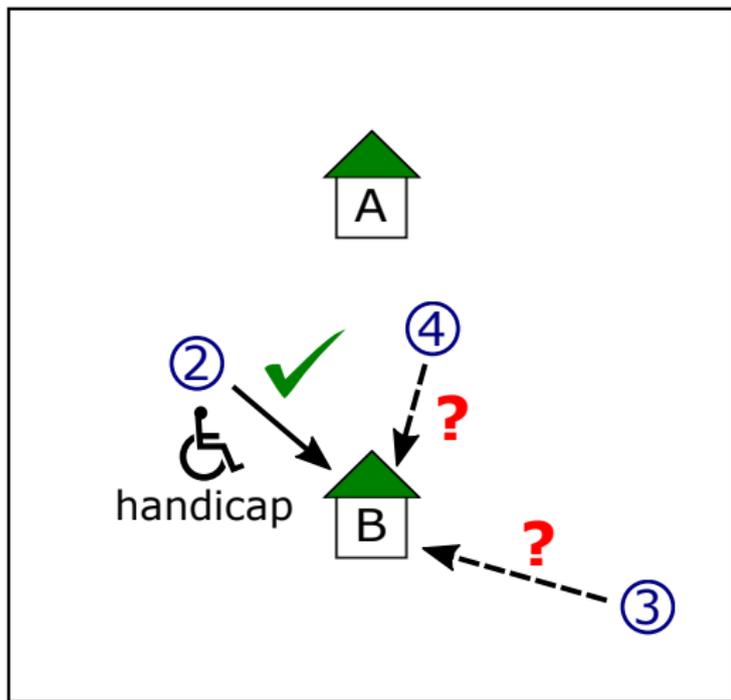
1^{er} voeu des élèves du groupe 1



Application des critères de priorité:

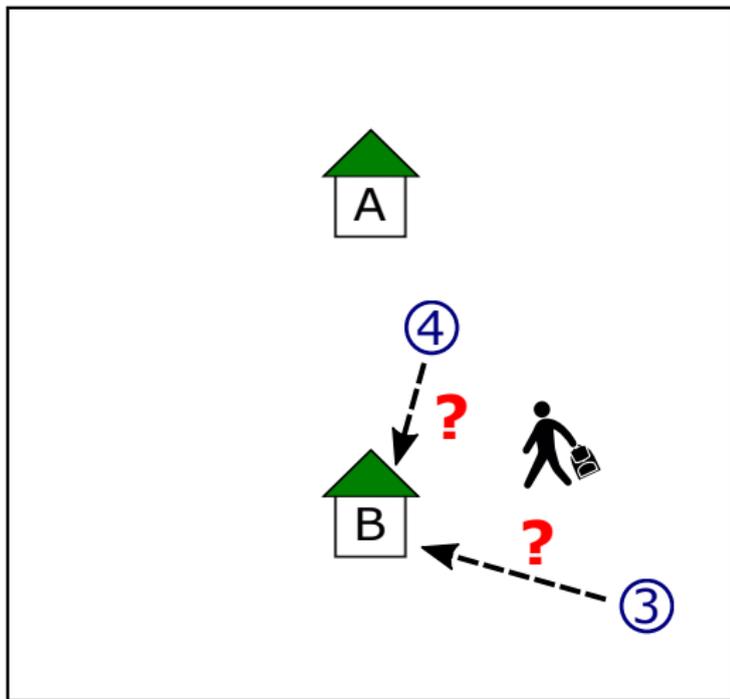
1. handicap
2. fratrie
3. distance

1^{er} voeu des élèves du groupe 1



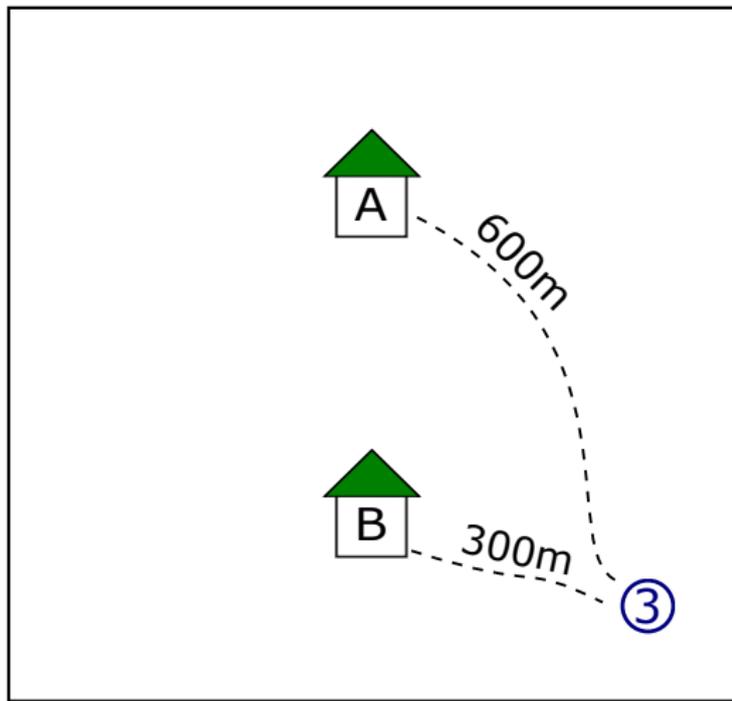
L'élève 2 est prioritaire pour le collège B (handicap)

1^{er} voeu des élèves du groupe 1



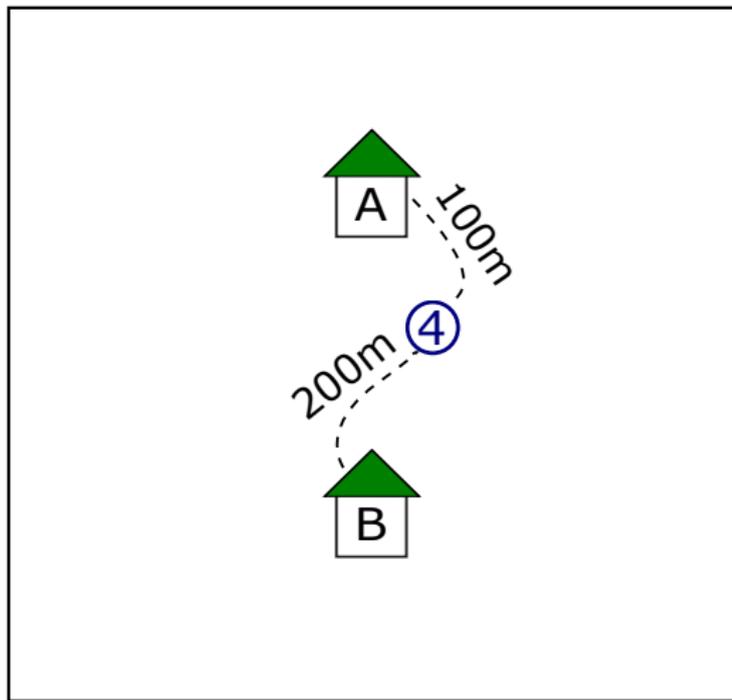
Le critère de distance relative est utilisé pour départager les élèves 3 et 4

1^{er} voeu des élèves du groupe 1



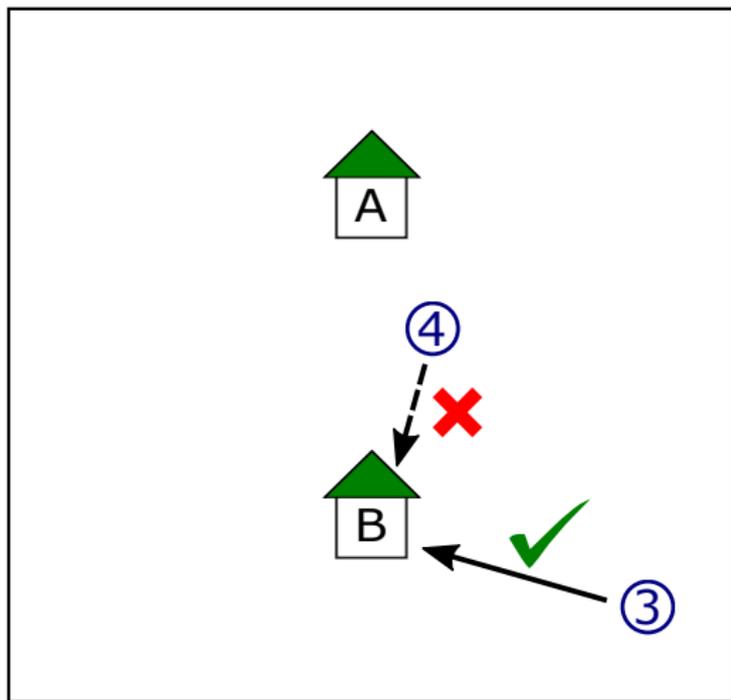
L'élève 3 vit
300m plus près
du collège B que
du collège A

1^{er} voeu des élèves du groupe 1



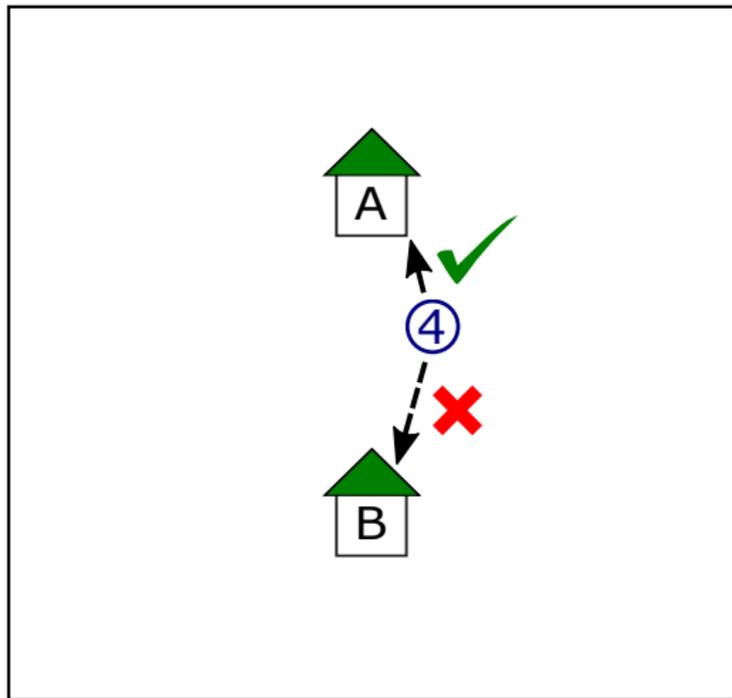
L'élève 4 vit
100m plus loin
du collège B que
du collège A

1^{er} voeu des élèves du groupe 1



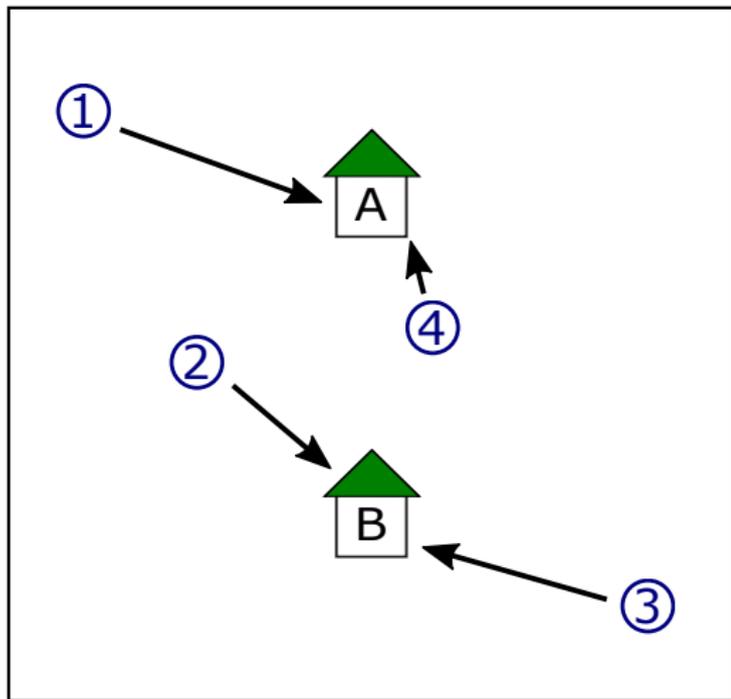
Le critère de distance relative donne priorité à l'élève 3 pour le collège B

1^{er} voeu des élèves du groupe 1

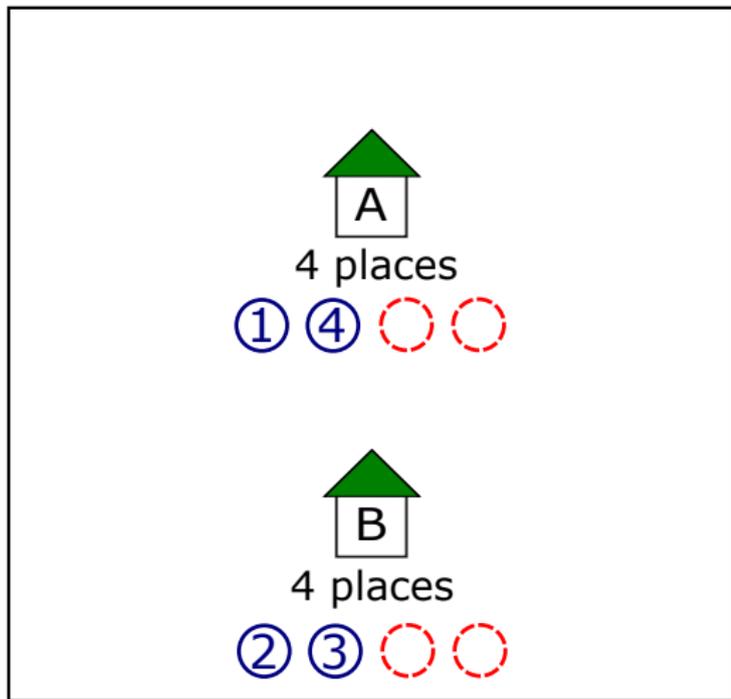


L'élève 4 est affecté sur son 2^e voeu

Affectation des élèves du groupe 1

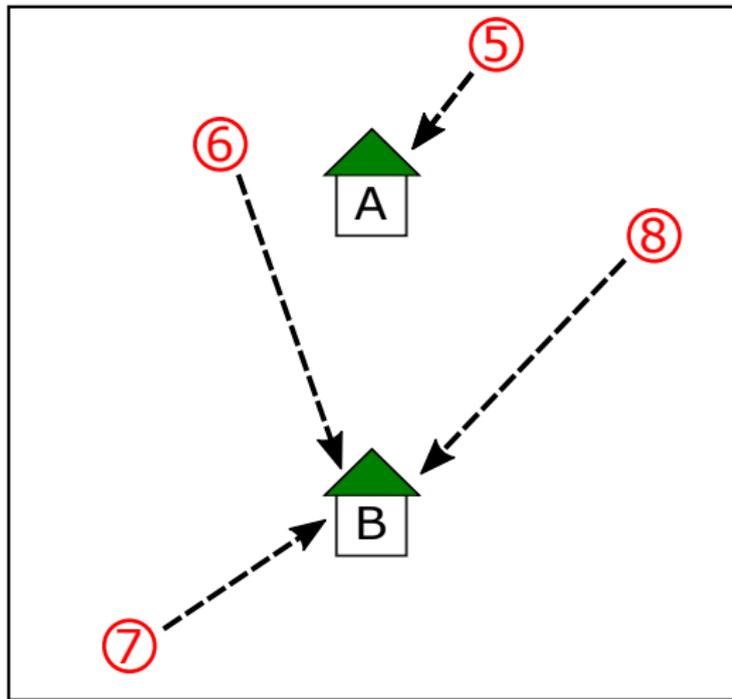


Affectation des élèves du groupe 1



Les places réservées aux élèves du **groupe 1** sont pourvues

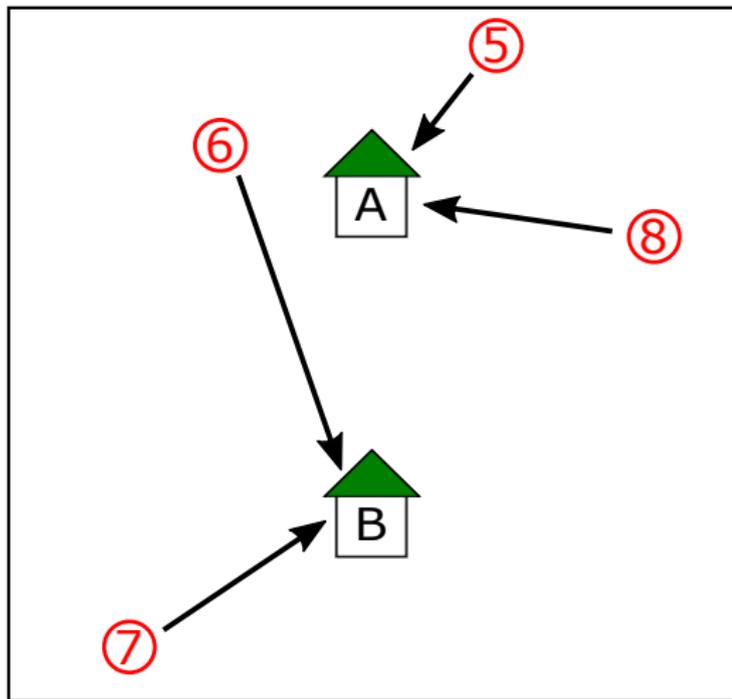
1^{er} voeu des élèves du groupe 2



On considère ensuite les 4 élèves du **groupe 2**

Le 1^{er} voeu de chaque élève est symbolisé par une flèche

Affectation des élèves du groupe 2



Affectation finale

