

COMMISSARIAT GENERAL DU PLAN

Comité "Economie Internationale"

**MODELISATIONS DES TRANSFORMATIONS
ECONOMIQUES**

Rapport final

Réalisé pour le CEPREMAP

Par:

Christian GOURIEROUX (CEPREMAP et CREST)
Vera GOUSSEVA (Université Mécanique de Saint-Petersbourg)
Irina PEAUCELLE (CEPREMAP, URA 922 du CNRS)

"Le présent document constitue le rapport scientifique d'une recherche financée par le Commissariat Général du Plan (subvention n° 18/1992). Son contenu n'engage que la responsabilité de ses auteurs".

"Le présent rapport est microfiché au Centre de Documentation de Sciences Humaines du C.N.R.S. Toute autre reproduction, même partielle, est subordonnée à l'accord des auteurs".

Modélisations des transformations économiques

Introduction

Chapitre I. A propos de la planification

1. Système de planification centralisée en URSS
2. Recherche de l'optimum: allocation optimale des ressources

Chapitre II. Changement de l'objectif des entreprises

1. Le partage profit - salaires
2. Une étude de statique comparative: comparaison des comportements monopolistiques des entreprises en situations planifiée et non planifiée
3. Comportement de monopoles et fonctions objectifs

Chapitre III. Modèles sectoriels de transformation avec libéralisation des prix

1. Modèle dynamique de type Leontieff
2. Modèle d'équilibre dynamique à deux secteurs
3. Un macro-modèle empirique proposé par des économistes russes

Chapitre IV. Modification du mode de financement des entreprises

1. Modèle d'équilibre de court terme
2. Modèle évolutif

Chapitre V. Formation et gestion des stocks par les firmes-monopoles en période de transition

1. Situation concurrentielle
2. Situation non concurrentielle
3. Simulations

Chapitre VI. Le consommateur

1. Le consommateur face aux rationnements
2. Comportement du consommateur en présence de nouveaux produits

Bibliographie

INTRODUCTION

Ce travail est consacré au problème, largement abordé ces dernières années dans la littérature économique, de la transition des économies planifiées d'une façon centralisée vers des économies de gestion décentralisée, dites de marché. Il existe de nombreuses façons d'aborder ce problème et nous avons retenu une approche par modélisation, avec ses limites et ses avantages. Notre but est de construire des modèles permettant de dériver des trajectoires possibles d'évolution d'une économie, anciennement centralisée (comme l'était l'économie de la Russie avant 1985), après introduction d'un mécanisme décentralisé de gestion. Il n'est pas dans notre intention de construire un modèle général de l'économie prenant en compte tous les éléments pertinents, mais plutôt de présenter des modèles partiels insistant plus sur certains aspects.

De toutes les facettes de la transition, nous avons privilégié l'analyse des modifications liées au processus de production. Dans cette perspective nous nous intéressons principalement aux conséquences du désengagement de l'Etat dans la gestion directe et centralisée de la production et de la distribution. Nous n'étudions pas ici les procédés de ce désengagement, ni n'expliquons comment effectuer les choix entre les diverses formules de privatisation. En revanche nous nous proposons d'étudier les transformations associées à quelques processus donnés de désengagement. Des analyses plus fines concernant la politique monétaire de la banque centrale, les réformes de la protection sociale, la mise en vente des entreprises, ... pourront faire l'objet de recherches ultérieures.

Les types de questions auxquelles nous nous proposons de répondre sont par exemple les suivants:

L'économie de marché peut-elle influencer la transformation de la structure existante avec un poids exagérément important du secteur de l'industrie lourde ?

La décentralisation de la prise de décisions implique des changements des critères de gestion. Quelles peuvent être les

conséquences de ces changements à court et à long terme ?

La centralisation et la concentration de moyens de productions dans certains secteurs sont très importantes. Le passage vers l'économie de marché s'accompagne de ce fait de formes monopolistiques de la concurrence. Quels peuvent être les effets sur l'inflation et les volumes de productions de cette persistance de monopoles ?...

Les modèles de planification d'une économie centralisée supposent que le gouvernement définit et réalise les objectifs concernant la consommation et la production de tous les autres agents. Du point de vue conceptuel la planification d'une économie centralisée (dite "économie de commande"), au moins dans ses aspects de court terme, ressemble à la gestion d'une firme. Dans les deux cas il s'agit d'élaborer le programme détaillé d'actions des composantes du système afin d'obtenir le meilleur résultat possible, selon les objectifs donnés et à prix et salaires fixés. Cependant les objectifs du planificateur qui peuvent être de diverses formes diffèrent généralement de la simple maximisation du profit, souvent retenue au niveau de la firme.

Dans un contexte dynamique de long terme, la planification a été souvent associée à la construction par le planificateur d'une trajectoire optimale de croissance. En principe l'optimalité signifie à la fois l'utilité, la stabilité et l'équité des solutions. Nous allons utiliser le terme d'**optimum** pour désigner la recherche normative de l'optimum du "rendement social" par un seul décideur-planificateur. L'utilité peut être comprise dans ce cas comme la valeur maximale de l'objectif calculée sur tous les moyens disponibles. La valeur extrême obtenue est en même temps la plus stable, puisque le changement de stratégie ne peut que diminuer l'utilité.

La tâche d'un "planificateur tout puissant" est colossale par sa complexité (bien qu'assez simple pour être présentée dans un modèle compact). Premièrement, des difficultés apparaissent pour accumuler au niveau central une information fiable.

Deuxièmement, les outils de traitement de l'information dans des buts de prévisions et de solutions de problèmes économiques dynamiques, de très grandes dimensions ont fait défaut dans le passé. Finalement l'impossibilité pour le centre de contrôler réellement et efficacement les processus de répartition et de production est largement discutée dans la littérature (Bénard (1987), Heal (1973), Younes (1972), Gregory & Stuart (1990),...).

De façon symétrique nous utiliserons le terme d'**équilibre** pour désigner des solutions optimales d'un mécanisme économique où plusieurs décideurs interviennent¹. L'équilibre est notamment une situation qu'aucun agent ne cherche à modifier, et qui correspond à un optimum de Pareto.

Le modèle d'"arrivée" de l'économie après le processus de transition correspond à une économie décentralisée, car il tient compte de l'autonomie de décisions des agents économiques, et est en équilibre. Les modèles décrivent le plus souvent des comportements dans un cadre de concurrence parfaite, quand les prix et les salaires se modifient en relation avec l'offre et la demande. Il est connu que des équilibres de marché donnent des solutions efficaces pour la gestion des ressources. On sait aussi que les marchés réels ne sont pas "parfaits" et, même s'ils l'étaient, ils seraient toujours contestables du point de vue de l'optimalité (utilité, stabilité, équité). C'est pourquoi la théorie économique étudie souvent des optimums de second rang, qui sont des états devenant acceptables pour des raisons sociétales grâce à l'introduction de contraintes

¹ Dans les modèles dynamiques de croissance on peut trouver les définitions des trajectoires d'équilibre où n'existe pourtant qu'un seul agent décideur. On calcule des prix, dits d'équilibre, qui permettent d'obtenir dans le processus de maximisation l'accroissement proportionnel des produits existant au début du processus.

institutionnelles dans le fonctionnement purement libéral du marché.

L'équilibre dans sa version dynamique est souvent représenté comme une suite d'équilibres temporaires. Mais cette représentation "interdit" l'analyse de grands projets puisqu'elle "déséquilibre" la croissance. En effet le passage d'un équilibre à un autre dans le temps ne permet pas une adaptation simple des prix aux comportements de long terme, puisque les prix assurent instantanément la cohérence de la gestion des ressources. Il est montré, par exemple (Grandmont & Laroque (1991)), qu'à travers l'apprentissage adaptatif décentralisé de l'environnement les agents peuvent générer d'importantes fluctuations endogènes, difficilement interprétables en terme d'équilibre macro-économique. La modélisation de ces comportements mène à l'étude de trajectoires nonlinéaires complexes ne permettant pas de prévision simple de la dynamique économique équilibrée.

Tout en sachant les limites spécifiques à chacun de ces modèles décrivant les principes de l'utilisation des ressources et du travail, qu'il s'agisse de l'optimum du planificateur ou de l'équilibre des marchés concurrentiels, nous expliciterons cependant ces formalisations dans la suite pour mettre en évidence et analyser les difficultés méthodologiques liées à la description du passage de l'un à l'autre. Ces difficultés reflètent en partie la véritable complexité de telles transformations dans l'économie.

Nous donnerons des exemples de quelques approches utilisées pour traiter le processus de passage vers le marché. Nous avons d'abord choisi d'exposer des modèles construits ou qui sont en train d'être élaborés par des chercheurs russes. Ils se distinguent entre eux par les caractéristiques économiques mises en avant dans le processus de transformation, par leurs façons d'appréhender la confrontation des demandes et offres et par la dynamique des comportements.

Nous présentons ensuite divers autres modèles qui insistent plus particulièrement sur les aspects dynamiques.

Pour nous la phase de transition correspond au passage d'un état où se trouve l'économie à un moment donné vers un état ou une trajectoire recherchés, ceux de l'équilibre décentralisé. Elle s'accompagne de "déséquilibres" qui doivent être gérés d'une façon relativement souple. Pour un économiste-théoricien une recherche des passages d'une trajectoire à une autre s'accompagne d'analyse des variantes à moindre coût possible, c'est à dire sans apparition de cas extrêmes (inflation, chute de l'emploi global, de la production, ou de la consommation).

PLAN DU TRAVAIL

Le premier chapitre est consacré à un bref rappel des principes du système planifié russe et des modèles utilisés pour déterminer l'optimum du planificateur. En particulier nous présentons les règles de formation de quelques indicateurs macro-économiques par la planification centralisée. Il s'agit principalement des prix et des salaires, dont les rôles changent au cours du passage vers l'économie du marché. Nous évoquons dans le premier paragraphe les principes, qui servaient à la pratique de leur détermination. Dans le second paragraphe, nous discutons les modèles mathématiques élaborés pour fixer les prix de façon compatible aux objectifs du Plan. Ce chapitre tient peu de place dans ce travail parce qu'il nous semble peu important de s'arrêter sur un système de gestion économique, qui n'est plus en vigueur. Entre autres, la planification pratiquée nous apprend relativement peu sur les méthodes ou modèles mathématiques susceptibles d'être performants dans le contexte de la nouvelle politique économique.

Les autres chapitres décrivent des modèles d'équilibre prenant en compte les transformations. Cinq sujets ont été retenus, qui nous sont parus pertinents dans le contexte de passage à l'économie de marché en Russie. Pour chacun de ces sujets des modèles sont proposés insistant sur les différents aspects: dynamique et statique, court et long terme...

Le second chapitre concerne le "Changement d'objectifs des entreprises". En premier lieu sont analysées les conséquences sur la structure économique de changements de comportement des entreprises et plus précisément les modifications de leurs objectifs de gestion. En effet, dans le système planifié, la marge de manoeuvre des entreprises n'était pas très large: réaliser le plan pour avoir la masse salariale suffisante pour assurer le plein emploi, masse salariale provenant du budget de l'Etat. En revanche dans une économie de marché l'entreprise maximise, en principe, son profit, investit, paye des salaires à partir de la valeur ajoutée dégagée. Ce problème de changement d'objectif est analysé premièrement en comparant les volumes d'emploi et de production des entreprises situées dans un contexte concurrentiel et dans un contexte monopolistique. Nous analysons ensuite un modèle dynamique étudiant le passage de la maximisation du profit vers la maximisation de la valeur ajoutée sur le capital investi. Ce dernier critère de gestion est propre aux entreprises autogérées. Le troisième modèle décrit les dynamiques différentes d'évolution d'entreprises monopolistiques, ayant des objectifs différents.

Le troisième chapitre est consacré à la transformation du processus de production lié à la libéralisation des prix. A part la brève présentation du modèle multisectoriel quantitatif, élaboré par les économistes russes, ce thème est discuté à travers deux modèles dynamiques. Un modèle s'applique à la transformation de l'offre sous l'effet de modifications des prix. Le second modèle cherche à expliquer les différences d'évolution de secteurs plus ou moins capitalistiques, contraints à s'adapter à la demande des ménages (au lieu de celle de l'Etat et du Plan). Sont présentées dans ce paragraphe des simulations d'évolution fondées sur ce dernier modèle.

Le quatrième chapitre pose les problèmes du financement des entreprises. Ce sujet est abordé par l'analyse de modèles, construits par des économistes russes. Nous avons retenu cet aspect de transformation (de même qu'un autre exposé plus loin),

sans apporter de contribution personnelle supplémentaire, pour insister sur son importance dans la panoplie des travaux à poursuivre pour couvrir le champ de transformations liées aux entreprises et aux secteurs. Il s'agit d'un modèle de "planification glissante" vers l'équilibre dynamique de long terme et de modèles évolutifs (de simulation) décrivant des politiques de "thérapie de choc" et de "privatisation socialiste" à court terme ainsi que les évolutions de long terme.

Le cinquième chapitre porte sur la "Formation et la gestion des stocks". Une grande centralisation et concentration de production en Russie dans un petit nombre de grandes entreprises a conduit à l'instauration de monopoles, après l'introduction de la gestion autonome de ces entreprises (privées ou autogérées). Il y a deux conséquences de cet état de faits. Premièrement, en prévision de la libéralisation des prix dans le secteur concerné, les monopoles forment des stocks de produits pour des raisons spéculatives, sans tenir compte des besoins immédiats. C'est cet aspect de baisse fictive de la production, que nous analysons dans notre modèle. Nous procéderons aux simulations à partir de ce modèle (voir chapitre 3). Deuxièmement, les stocks sont souvent formés de produits périmés du point de vue du consommateur, et continuent de se former aussi longtemps que les entreprises à technologie ancienne fonctionnent.

L'étude des préférences des consommateurs est le sujet du chapitre VI.

Ce sujet n'est pas lié à la sphère de production. On expose des problèmes concernant les "préférences" des différentes couches sociales pour le développement des diverses formes de marchés. Nous basant sur des travaux russes, nous commençons par analyser les comportements de consommateur selon les marchés créés. Ceci conduit à distinguer diverses situations: le marché concurrentiel, le rationnement avec marché autorisé et marché spéculatif, les files d'attente et le marché noir. Les modèles de cette section sont essentiellement de statique comparative.

Dans une seconde partie nous introduisons un modèle

permettant d'analyser et de comprendre les comportements des consommateurs face à l'introduction de produits nouveaux.

Dans deux cas nous présentons des résultats numériques, s'appuyant sur des simulations de modèles introduits précédemment. De façon à rendre ces simulations réalistes et vu le manque de données mensuelles fiables, nous sommes amenés à fixer les paramètres en calibrant sur certaines valeurs d'agrégats économiques de base.

CHAPITRE I. A PROPOS DE LA PLANIFICATION

1. SYSTEME DE PLANIFICATION CENTRALISEE EN URSS

Il existait trois types de plans en URSS (Pour l'histoire de la planification voir par exemple Peaucelle (1992)). Le premier type était de long terme et devait fournir des contours de l'économie dans la perspective de vingt ans et plus. Plans quinquennaux ou septennaux avaient des objectifs précis à atteindre et ils étaient détaillés quant au rythme de la croissance des secteurs, des revenus, des investissements, etc. Les plus détaillés étaient les plans annuels avec des répartitions et des utilisations des ressources très précises.

Le Plan annuel devait assurer une série d'égalités comptables au niveau micro et macro-économique. Ainsi la valeur de la production de biens de consommation à prix fixé devait correspondre à l'ensemble de revenus disponibles de la population. Cet ensemble était calculé en tenant compte des salaires moyens et du volume annuel moyen de l'emploi, des sommes épargnées et des impôts. L'équilibre du travail était assuré par la création de postes en fonction des entrées et des sorties de la vie active. L'équilibre du crédit pouvait être atteint parce que le Plan déterminait le montant de crédits nécessaires et la Banque d'Etat offrait des crédits en accord avec ceux planifiés pour le Ministère des Finances. Les conditions relatives aux inputs des secteurs industriels portait en 1980 sur 2 000 produits.

L'élaboration des Plans commençait par le choix des priorités pour les années à venir, en indiquant les taux de croissance des secteurs. Le Gosplan élaborait des programmes chiffrés pour les ministères afin d'atteindre les objectifs fixés. Les ajustements des objectifs en fonction des ressources accordées se résolvait à travers des négociations entre le Plan et les ministères. Le mécanisme était analogue au niveau suivant pour discuter des ajustements entre le ministère, qui a arrêté ses propres objectifs chiffrés, et les entreprises. L'ensemble des négociations devait aboutir à la "possibilité" de réalisation

des priorités initiales et des équilibres selon la nomenclature des 2 000 produits. Le Gosplan disposait d'une certaine marge de manoeuvre pour assurer la réalisation du Plan par les politiques d'import - export, de stockage de ressources, d'incitations aux substitutions de produits, etc...

i) Prix planifiés

La méthode de détermination des prix planifiés se basait en Russie sur le concept de prix de revient ou de coût de production. Avant 1967 les prix de gros de la production ont été calculés selon le principe de la "rentabilité minimale": on ajoutait au coût moyen de production de la branche le montant du profit égal à 3-5% de ce coût. La réforme de 1967 a modifié cette règle de calcul du prix planifié pour tenir compte de la rentabilité "normale", c'est à dire de la reproduction élargie de l'entreprise et de l'intéressement des travailleurs. Une fois calculés, ces prix sont restés fixés au même niveau entre 1967 et 1982. La structure des prix de gros en 1980 (Petraikov (1983), p.232) montre que les coûts de production représentent 88.1% du prix et le profit 11.9%. Ainsi la rentabilité moyenne a été de 13.5% par rapport au coût. Les "nouveaux" prix de 1982 ont été augmentés pour inclure à la fois les coûts d'assurance sociale et celui des ressources naturelles (ces dernières étaient auparavant considérés comme gratuites). La structure de la production se modifiait sensiblement dans le temps (ne serait ce que par l'inflexion des plans septennaux consécutifs), mais les prix ne bougeaient pas et ne correspondaient donc ni à l'idée d'optimalité, ni à l'idée d'équilibre. Par exemple, (cf tableau 1) on peut voir, qu'avec les prix en vigueur entre 1967 et 1980, l'incompatibilité existait entre les montants des profits par secteurs et les investissements planifiés dans ces mêmes secteurs. Théoriquement les prix basés sur les coûts de la production auraient dû conduire à l'égalisation de ces deux grandeurs.

Les prix stabilisés ne pouvaient pas jouer le rôle d'indicateurs économiques et d'autres mécanismes se sont

introduits pour assurer les transferts désirés entre entreprises, branches, secteurs... C'est principalement le budget de l'Etat avec des systèmes compliqués d'impôts et des subventions aux entreprises, qui se substitue au mécanisme redistributif du prix (il fonctionne ainsi depuis les années cinquante sans modification).

Les prix introduits en 1982 sont restés en vigueur pratiquement jusqu'à 1992. Ils sont libérés depuis.

Tableau 1. Les investissements et les profits annuels moyens entre 1976 et 1980 (milliards de roubles)

Secteurs	Investissements	Profits
Total des industries	43,9	69,2
Energie	3,88	4,24
dont: Charbonnage	1,96	-0,68
Pétrole	5,24	4,50
Gaz	2,06	1,05
Métallurgie	3,04	4,50
Chimie	4,44	7,08
Construction mécanique	10,78	20,26
Matériaux de construction	1,84	1,50
Industrie du bois	1,82	1,74
Industrie légère	1,70	7,60
Industrie agro-alimentaire	2,68	8,14

Source: Petrakov (1983) p.235.

ii) Salaires

Théoriquement les revenus du travail sont liés à la quantité de travail réalisée. En pratique le centre fixait une grille de salaires de base pour chaque catégorie d'emplois. Cette grille tenait compte des qualifications, de la rareté de la main

d'oeuvre par région et des priorités accordées au développement des secteurs. Un autre objectif dans la politique des salaires a été la diminution des inégalités de revenus. La différenciation des rémunérations s'est sensiblement modifiée durant l'histoire de l'URSS. Si en 1913 le salaire d'un ingénieur était vingt fois le salaire d'un ouvrier, en 1919 il n'était que cinq fois plus grand. Le principe d'égalisation des revenus du travail dominait la formation de la grille des salaires. La réforme tarifaire de 1931-33 introduit une plus grande différenciation pour attirer les spécialistes dans l'industrie lourde. Dans les années cinquante le salaire minimal a été augmenté quatre fois de façon centralisée. La politique des années soixante-dix s'appuyait également sur l'augmentation du salaire minimal, des taux et des traitements moyens (voir Semenov & Chatirenko (1989)).

Tableau 2

Rapport entre salaire moyen et salaire minimal					
1955	1957	1965	1970	1975	1980
> 3	2.8	2.4	2	2.1	2.4

Tableau 3

L'accroissement des salaires dans l'industrie (annuel en %)							
	1951- 1955	1956- 1960	1961- 1965	1966- 1970	1971- 1975	1976- 1980	1981- 1985
Nominal	2.3	2.3	3.6	4.5	3.6	3.0	2.4
Réel	8.6	2.3	3.3	4.5	3.7	2.3	2.4

Source: Trenenkov (1986)

En plus de la fixation des grilles de salaires, le centre utilisait son budget pour attribuer à chaque entreprise sa masse salariale et décidait le nombre des travailleurs par catégorie. La masse salariale planifiée a été calculée selon le principe

suivant: le salaire moyen multiplié par le nombre d'employés était augmenté de 2 à 3% par an, ceci pour refléter l'accroissement naturel de la productivité de travail. Cette masse salariale pouvait être augmenté de 0,5 - 0,9% pour chaque point de production au-dessus de celle prévue par le plan. Le critère de réalisation des prévisions du plan était principalement le volume de la production. Une méthodologie assez sophistiquée existait pour tenir compte de la qualité de la production (observée par le volume des ventes) dans la masse salariale de l'entreprise. Les entreprises cherchaient alors à présenter leurs comptes pour avoir une masse salariale proche de celle planifiée.

Les réformes des salaires en cours depuis 1987 renforcent progressivement le pouvoir de l'entreprise et de son collectif dans l'élaboration de la politique de rémunérations sans recours systématique au budget de l'Etat.

2. RECHERCHE DE L'OPTIMUM

Au début de la planification les discussions ont été nombreuses à propos de sa nature, de ses objectifs et des outils d'élaboration. L'utilisation des modèles et des méthodes statistiques a été envisagée et les premiers exemples théoriques sont apparus dès ce moment. A ce propos on peut lire, par exemple, le texte de Kondratieff "Problèmes de prévision" (traduit en français en 1992). Pour des raisons idéologiques l'approche mathématique dans l'économie n'a pas été développée en URSS entre 1930 et 1950. Les travaux de Kantorovitch de 1939 "Les méthodes mathématiques de la gestion et de la planification de la production", de Novojilov "Méthodes de solution du problème de minimisation des coûts dans l'économie socialiste" (1946) et "Méthodes de maximisation de l'efficacité des investissements dans l'économie socialiste" (1947) sont les seules exceptions.

Dans les années soixante le problème de la planification est vu comme un problème d'optimisation sous contraintes et les méthodes de la recherche opérationnelle se développent très

rapidement. Dans les modèles, seul le comportement de l'agent "décideur" est formalisé. Il est intéressant de noter que dans certains cas, à court terme (Hahn(1982)) ou à horizon infini (Dana et al.(1989)) les prix de production des modèles type Leontieff (voir paragraphe suivant) peuvent être équivalents aux prix d'un modèle d'équilibre général avec de multiples consommateurs et producteurs.

On se restreint ici aux modèles d'allocation optimale de ressources. Il s'agit de modèles qui étudient des situations et objets idéaux. Ces modèles n'ont jamais été appliqués dans la pratique de la planification centralisée, mais ont été très importants pour le développement de la théorie économique en Russie des années soixante et ont incité à réfléchir sur la nature des prix en économie planifiée.

Dans le modèle de Kantorovitch (1963), les prix ont essentiellement une fonction de redistribution. La méthode est élaborée pour des situations où certaines ressources sont limitées. Le plan optimal est défini en supposant que l'information initiale reflète complètement et correctement les capacités et les besoins (préférences) des producteurs et des consommateurs, qu'un critère global (général) d'optimalité est fixé, et qu'il est maximisé en tenant compte de l'information existante. Le Planificateur cherche à distribuer au mieux la production entre divers processus technologiques et à le faire par l'intermédiaire d'annonces de prix et de coûts fictifs. On considère K processus technologiques pouvant avoir à produire un bien à partir de n inputs. Pour le processus k la quantité d'input i nécessaire pour produire une unité du bien est notée a_{ik} .

Soit A la matrice (n,K) décrivant ces divers processus technologiques (d'organisation), x_k , $k = 1, \dots, K$ est le plan de production, c'est à dire l'intensité d'utilisation des technologies (quantité de production du bien i durant une unité de temps), les quantités d'inputs utilisés sont alors y_i , $i = 1, \dots, n$ telles que: $Y = Ax$.

Introduisons un ensemble de valeurs c_k , $k = 1, \dots, K$ s'interprétant comme des prix fictifs de vente de l'output pour chaque activité. Si le planificateur décide de maximiser le profit fictif sous contraintes technologiques, il est conduit à résoudre le problème de programmation linéaire

$$\text{Max}_{x_k} \quad c'x = \sum_{k=1}^K c_k x_k$$

sous les contraintes

$$Y = Ax \leq b,$$

$$x \geq 0.$$

Le vecteur $b = (b_1 \dots b_n)'$ désigne les ressources disponibles pour la production.

La recherche de la solution de ce problème conduit à des multiplicateurs p_i , $i = 1, \dots, n$ associés à chacun des inputs. Ces multiplicateurs sont solutions du problème dual:

$$\text{Min}_{p_i} \quad b'p = \sum_{i=1}^n b_i p_i,$$

sous les contraintes:

$$A'p \geq c,$$

$$p \geq 0.$$

A l'optimum, on a d'ailleurs les égalités $Ax = b$ (pleine utilisation des ressources) et $A'p = c$. Les multiplicateurs peuvent être vus comme des prix fictifs (appelés optimaux) des ressources. Leur calcul permet de mettre en évidence la part de chaque ressource dans le profit d'une activité donnée. Surtout ils peuvent être la base de procédures de planification. Celles-ci fonctionnent alors sur le schéma suivant:

1) Le planificateur fixe les niveaux de "profits" c_k des divers secteurs d'activité;

2) Il détermine alors les prix optimaux correspondants des inputs p_i , $i = 1, \dots, n$.

3) Il indique à chaque secteur d'activités les prix auxquels il fournira les ressources et celui auquel il achètera l'output. Pour l'activité k ces prix sont p_i et c_k . Chaque secteur d'activités produira alors les quantités optimales attendues.

Ce modèle ne donne évidemment aucune information sur la manière dont le Planificateur décide des niveaux c_k , c'est à dire des prix différenciés qu'il adresse à chaque secteur. Comme ces prix sont généralement différents les uns des autres, il est clair qu'il n'ont aucune raison d'être liés au prix auquel l'output sera vendu aux consommateurs. En fait en augmentant artificiellement le prix fictif c_k de l'une des activités, le Planificateur a un instrument pour développer cette activité par rapport aux autres activités existantes.

La démarche précédente a souvent été utilisée par les économistes (voir par exemple, Kantorovitch et Makarov (1984)) dans un contexte un peu différent pour trouver des fonctions objectifs pour des plans optimaux, qui correspondraient aux mécanismes de formation de prix choisis par le Planificateur. Les deux exemples suivants concernent les modèles de programmation linéaire, construits autour de formules de prix. Le premier exemple se rapporte au prix du bien, correspondant à la valeur de ce dernier, le deuxième exemple introduit le prix avec le taux moyen de profit.

On suppose que certains outputs peuvent servir d'inputs à certaines activités et on sépare l'effet du travail. Les n biens sont produits par n secteurs d'activités. Ils le sont à partir de quantités de ces mêmes biens et de travail. Pour produire dans l'activité i une unité du bien i il faut utiliser a_{ij} unités de bien j et α_j unités de travail. Ainsi si le niveau d'activité des secteurs est un vecteur colonne $x = (x_j)$, on utilise des quantités Ax des divers biens et $x'\alpha = x_1\alpha_1 + \dots + x_n\alpha_n$ de travail.

De façon à faciliter la comparaison des quantités de biens physiquement différents, nous exprimerons toutes ces quantités en unité travail, c'est à dire nous posons $x_i^* = x_i\alpha_i$ et notons $A^* = (\text{diag } \alpha) A (\text{diag } \alpha)^{-1}$ la technologie correspondante après modification de l'unité.

Soit \bar{L} la quantité maximale de travail disponible. Tous les niveaux d'activité x^* pour lesquels $e'x^* \leq \bar{L}$ avec $e'=(1, \dots, 1)$ sont admissibles. Ils permettent une production

nette de $x^* - A^*x^*$, qui peut être affectée à la consommation finale.

a) Consommation et les prix proportionnels à la quantité de travail

Nous supposons que le Planificateur fixe les proportions des consommations des biens en équivalent travail c_i , $i = 1, \dots, n$, avec $\sum_{i=1}^n c_i = 1$, et qu'il cherche à optimiser le niveau général de la consommation λ sous les contraintes technologiques. Son problème d'optimisation est

$$\text{Max } \lambda$$

$$x_k^*, \lambda$$

sous

$$x^* - A^*x^* - \lambda c \geq 0$$

$$e'x^* \leq \bar{L},$$

$$x^* \geq 0,$$

$$\lambda \geq 0.$$

Le problème dual correspondant est

$$\text{Min } \bar{w}\bar{L}$$

$$\bar{w}, p$$

sous

$$(A^{*'} - I)p + \bar{w}e \geq 0,$$

$$\gamma'p \geq 1,$$

$$p \geq 0,$$

$$\bar{w} \geq 0.$$

Comme les unités des outputs ont été choisies de façon que la quantité de travail nécessaire pour produire une unité de bien soit égale à un, il faut interpréter de manière précise les divers multiplicateurs. Dans l'interprétation courante, on se donne un modèle de fixation des prix, où les prix des biens sont fixés à p_i , $i=1, \dots, n$, les salaires fixés à un niveau w_i , et où on introduit un taux de plus-value ρ ; ce modèle est:

$$p_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}^* p_j + (1 + \rho)w_i.$$

On voit qu'une telle contrainte correspond à celle

$$p = A^*p + \tilde{w}e ,$$

du problème dual que nous avons explicité, avec

$$\tilde{w} = (1 + \rho) w.$$

b) Consommation et le taux de profit moyen

Le modèle précédent peut être modifié pour prendre en compte la possibilité d'accumulation de profits. Celle-ci peut a priori être introduite soit sur les niveaux d'activités, le modèle est alors:

$$\text{Max } \lambda$$

$$x^*, \lambda$$

sous

$$x^*(1+\beta) - A^*x^* - \lambda c \geq 0$$

$$e^*x^* \leq \bar{L}$$

$$x^* \geq 0$$

$$\lambda \geq 0;$$

soit sur les inputs:

$$\text{Max } \lambda$$

$$x^*, \lambda$$

sous

$$x^* - A^*x^*(1+\rho) - \lambda c \geq 0$$

$$e^*x^* (1 + \rho) \leq \bar{L}$$

$$x^* \geq 0$$

$$\lambda \geq 0.$$

On voit facilement que ces deux façons d'introduire les taux de profit conduisent à des relations de même type entre les variables duales, respectivement:

$$(1 + \beta)p = A^*p + \tilde{w}e$$

$$\gamma^*p = 1$$

et

$$p = (1 + \rho)(A^*p + \tilde{w}e)$$

$$\gamma'p = 1$$

Ces deux conditions sont compatibles avec les schémas de fixation des prix et des salaires du type:

$$p_i = (1 + \rho') \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} p_j + w_i \right)$$

où ρ' s'interprète comme un taux de profit moyen. Ces schémas de prix correspondent à ceux dit "du coût moyen de production".