CHAPITRE III. MODELES SECTORIELS DE TRANSFORMATION AVEC LIBERALISATION DES PRIX

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux aspects dynamiques résultant de la libéralisation des prix. Dans le premier paragraphe nous commençons par présenter un type de modèle proposé par des économistes russes. Ce modèle vise à décrire les phénomènes de transition en utilisant les outils méthodologiques et de modélisation, habituellement employés pour effectuer la planification. Il nous a paru de ce fait utile de décrire une telle approche, et de la comparer aux modélisations plus habituelles, utilisées dans les pays occidentaux. Un modèle suivant cette seconde approche est décrit dans le deuxième paragraphe. Il s'agit d'un modèle à deux secteurs et le but de l'analyse est d'examiner comment la libéralisation des prix (ou de certains d'entre eux) modifie l'importance relative des deux secteurs, le rapport capital-travail, influe sur la dispersion des salaires... Dans le troisième paragraphe est présenté brièvement le modèle sectoriel opérationnel, élaboré par les chercheurs russes.

1. UN MODELE DYNAMIQUE DE TYPE LEONTIEFF

Un des laboratoires de l'Institut Central d'Economie Mathématique, CEMI (Arkin, Belenky, Slasnikov) travaille actuellement (le début des recherches date de l'été 1992) sur des modèles théoriques de transition pour la Russie. Leurs modèles seront sectoriels de type Léontieff dynamique (la méthode la plus répandue de modélisation macro-économique en Russie). Il y aurait deux modèles successifs, correspondant chacun à une des étapes de transition vers l'économie du marché. Le premier modèle décrira la phase de libéralisation de l'économie avec un mécanisme d'ajustement par les quantités aboutissant à un équilibre de l'offre et la demande intérieures.

Dans un second temps les chercheurs de CEMI prévoient d'étudier l'ouverture du marché et en particulier la convertibilité de la monnaie. Ils s'intéresseront alors au processus de stabilisation jointe des prix et des taux de change. Bien que ce deuxième modèle ne corresponde pas au thème de ce chapitre, il est utile de présenter en quelques lignes les idées des auteurs.

L'ouverture de l'économie aux investissements étrangers permet l'accès à une technologie nouvelle. La politique économique orientera une partie importante des ressources du pays vers les investissements au détriment des programmes sociaux. La complexité de l'appareil mathématique dans les modèles, décrivant ces situations provient de l'élargissement de l'ensemble des technologies, qu'il faut prendre en compte, et de l'apparition de combinaisons de technologies endogènes. Des modèles s'inspireraient de la théorie de la croissance endogène et de la théorie des innovations. Les auteurs du CEMI se proposent d'introduire des aspects non-convexes et stochastiques pour d'écrire ces innovations. Les concepts et les techniques de traitement de tels problèmes sont exposés dans le livre de Arkin & Evstigneev (1987).

Dans le présent paragraphe nous insistons principalement sur le comportement des firmes en présence de prix libérés et la possibilité que leur ouvre une gestion autonome sans analyser les conséquences de l'ouverture des marchés extérieurs. A un moment donné cette autonomie devient effective et les prix se fixent au niveau de prix dits "réels"; ceux-ci pourraient être vus comme des prix reflètant principalement les coûts de production et non comme des prix d'équilibre au sens walrasien du terme. L'entreprise choisit alors des processus technologiques parmi ceux disponibles et en tenant compte des prix "réels" du marché. L'appareil productif se transforme sensiblement à la suite de ces choix. On chercherait à travers la résolution d'un tel modèle à décrire les transformations souples des prix "réels" et des productions.

i) Les producteurs

a) Fonction de production, Fonction de coût.

Il y a n secteurs de production, chacun produisant un bien spécifique $j = 1,...,n$. Chacun de ces secteurs utilise pour sa production des autres biens comme inputs ainsi que du travail. On suppose dans la suite que la quantité de travail L_j dans le secteur j est fixée de façon exogène. Ceci nous permet de ne définir la fonction de production qu'en terme des autres inputs. Nous la notons:

(1) $$Y_j = f_j(x_{1j},....,x_{nj}),$$

pour le secteur j, ou Y_j désigne la quantité de bien j produite et x_{ij} la quantité de bien i utilisée pour cette production. Nous supposons la fonction de production précédente homogène de degré un.

b) Minimisation des coûts

Nous supposons que le secteur j minimise ses coûts à prix données. Nous notons p_1, ..., p_n les prix des inputs, et supposons que le travail est rémunéré avec indexation sur la production du secteur (wY_j désigne le salaire correspondant). Les demandes de facteurs sont alors:

(2) $$x_{ij} = a_{ij}(p)Y_j,$$

où les demandes de facteurs unitaires $a_{ij}(p)$ sont solutions de:

$$\min_{x_{ij}} \sum_{i=1}^{n} p_i x_{ij}$$

$$\text{sous } f_j(x_{1j},...,x_{nj}) = 1.$$

Le coût global correspondant est alors:

(3) $$c^*(p_1,...,p_n, w, Y_j) = Y_j \left[\sum_{i=1}^{n} p_i a_{ij}(p) + wL_j\right].$$

ii) Le modèle dynamique

Nous supposons les évolutions des salaires w_{t-1}, de la quantité de travail L_t et de la consommation $c_{1t-1}, \ldots, c_{nt-1}$ prédéterminées, c'est-à-dire connues à la date t - 1. Par ailleurs nous notons $\hat{Y}_{jt}$ la quantité d'output de la date t prévue par le secteur j au moment où il fixe les quantités de facteurs.

a) <u>Les prix "réels" et leur évolution</u>

Dans ce modèle les prix sont fixés de façon "réelle", au sens où ils reflètent essentiellement les coûts de production, plus un taux de marge τ donné a priori (voir la déscription du modèle de Kantorovitch). Ces prix sont donc tels que:

$$p_{jt} = (1 + \tau) \{\sum_{i=1}^{n} p_{it-1}x_{ijt} + w_{t-1}L_t\}, \quad \forall j ,$$

soit à l'optimum:

$$(4) \qquad p_{jt} = (1 + \tau) \{\sum_{i=1}^{n} p_{it-1}a_{ij}(p_{t-1}) + w_{t-1}L_{jt}\}, \quad \forall j ,$$

Cette équation récursive définit donc une dynamique des prix réels.

L'étude des propriétés de long terme de cette dynamique dépend de l'évolution supposée des salaires et des quantités de travail. Celles-ci peuvent avoir une évolution totalement exogène ou une évolution déterminée en fonction des valeurs passées des prix et des quantités. Les cas les plus simples correspondent aux évolutions exogènes qui peuvent ou non comporter des phénomènes de croissance.

A titre d'exemple supposons que

$w_{t-1} = \overline{w}, \quad L_{jt} = \overline{L}_j$,

sont fixés dans le temps. Les prix réels peuvent alors converger vers un "prix réel de long terme", solution du système d'équations:

$$(5) \qquad \overline{p}_j = (1 + \tau) \{\sum_{i=1}^{n} \overline{p}_i a_{ij}(\overline{p}) + \overline{w}\overline{L}_j\}, \quad \forall j .$$

b) La condition d'équilibre et l'évolution des quantités

Les prix ayant une évolution autonome, nous pouvons maintenant nous intéresser à l'évolution des quantités en écrivant des contraintes d'équilibre à prix fixe. Ces conditions

$$(6) \qquad c_{jt-1} + \sum_{k=1}^{n} \hat{Y}_{kt}\ a_{jk}(p_{t-1}) = Y_{jt-1}, \quad \forall\ j\ ,$$

décrivent l'égalité entre l'offre $Y_{j,t-1}$ et la demande globale, composée de la demande des ménages et de la demande de facteurs des divers secteurs. Cette dernière dépend des décisions (ou des prévisions) de quantités produites de la date suivante.

c) Anticipation adaptative

Il reste à spécifier la façon dont les agents anticipent les quantités futures. Supposons les anticipations adaptatives, c'est-à-dire vérifiant la relation:

$$(7) \qquad \hat{Y}_t = \Lambda\ Y_{t-1} + (I - \Lambda)\hat{Y}_{t-1}\ ,$$

où Λ est une matrice (n,n) donnant l'ensemble des vitesses d'ajustement. Cette matrice est telle que Λ ait ses valeurs propres comprises entre 0 et 1. Une telle formulation des anticipations est simple et présente l'avantage d'être adapté à des versions linéaires du modèle de type Leontieff. Elle devrait cependant être modifiée dans une écriture plus structurelle, où la production prévue de la date suivante dépend des prévisions de consommation et des prévisions de moyens de production, c'est à dire des prix à cause des phénomènes de substituabilité introduit par l'intermédiaire de la matrice évolutive des coefficients techniques. Ainsi même dans un schéma de type adaptatif l'information résumant le passé devrait naturellement contenir un nombre de variables (égal à la somme des tailles du vecteur des consommations et du vecteur des prix) double de celui introduit dans le schéma (7).

d) Résolution du système dans le cas Leontieff

Le modèle est alors complètement défini par le système d'équations (4), (6), (7).

Dans le cas où les demandes de facteurs unitaires sont indépendantes des prix et où A désigne la matrice des coefficients techniques correspondante, le modèle dynamique devient:

$$p_t = (1 + \tau)\ A'p_{t-1} + (1 + \tau)w_tL_t,$$
$$\hat{Y}_t = A^{-1}Y_{t-1} - A^{-1}c_{t-1},$$
$$\hat{Y}_t = \Lambda Y_{t-1} + (I - \Lambda)\hat{Y}_{t-1}\ .$$

On a donc, en notant B l'opérateur retard:

$$(I - (I - \Lambda)B)\ \hat{Y}_t = \Lambda Y_{t-1}\ ,$$

et remplaçant dans le second sous-système:

$$\Lambda Y_{t-1} = (I - (I - \Lambda)B)A^{-1}Y_{t-1} - (I - (I - \Lambda)B)A^{-1}c_{t-1}$$
$$\Leftrightarrow \quad (\Lambda - A^{-1} + (I - \Lambda)BA^{-1})\ Y_t = -(I - (I - \Lambda)B)A^{-1}c_t\ .$$

Nous obtenons les formes réduites donnant les évolutions des prix et des quantités

$$\boxed{\begin{aligned} Y_t &= -\ [\Lambda - A^{-1} + (I - \Lambda)BA^{-1}]^{-1}\ [I - (I - \Lambda)B]\ A^{-1}c_t\ , \\ p_t &= (1 + \tau)\ A'p_{t-1} + (1 + \tau)w_tL_t\ . \end{aligned}}$$

Ces formes réduites expliquent comment prix p_t et quantités Y_t évoluent en fonction des masses salariales et des consommations. Supposons à titre d'exemple que (c_t) et (w_tL_t) aient des évolutions stationnaires. En plus des caractéristiques de ces évolutions, celles des prix et quantités dépendent des propriétés des matrices facteurs.

La dynamique spécifique des prix est liée aux valeurs propres de la matrice A' (si $\tau = 0$) c'est-à-dire aux valeurs propres de la matrice A. En particulier des phénomènes cycliques ou explosifs endogènes peuvent se produire, si toutes ces valeurs ne sont pas de module strictement inférieur à 1.

De façon analogue, (et en notant que la partie $I - (I - \Lambda)B$ satisfait les conditions de stationnarité) la dynamique spécifique des quantités dépend du terme autorégressif:

$$\Lambda - A^{-1} + (I - \Lambda)BA^{-1} =$$
$$[I + (I - \Lambda)A^{-1}(\Lambda - A^{-1})^{-1}B](\Lambda - A^{-1}) =$$
$$[I + (I - \Lambda)(\Lambda A - I)B](\Lambda - A^{-1}) \ .$$

Il faut donc examiner les valeurs propres de la matrice $(I - \Lambda)(\Lambda A - I)$ et voir comment elles sont placées par rapport à un. Finalement on notera que la dynamique spécifique disparaît dans le cas d'anticipation naïve $\Lambda = I$. On a alors $Y_t = (I - A)^{-1}c_t$.

Nous ne détaillerons pas plus les aspects dynamiques d'un tel modèle celui-ci reposant sur des hypothèses fortes. En particulier, s'il est naturel de supposer les salaires exogènes, ceux-ci s'ajustant avec décalage par rapport aux prix des biens, dans les situations qui nous intéressent, il est beaucoup plus discutable de fixer le taux de marge, ce taux apparaissant d'habitude comme variable d'ajustement de court terme.

2. MODELE D'EQUILIBRE DYNAMIQUE A DEUX SECTEURS

Le modèle suivant décrit une économie avec deux secteurs de production et des consommateurs. Le premier secteur est spécialisé dans la production d'un bien très capitalistique. Le second secteur produit les biens de consommation courante. Cette structure de production était initialement imposée par le planificateur central et en période de libération des marchés les deux secteurs cherchent à la modifier et l'adapter à la demande des consommateurs. On suppose que durant cette période les prix des biens sont libres, mais les salaires sont réglémentés et le chômage n'est pas admis. Ce sont ces dernières contraintes : plein emploi et indexation des salaires, qui constituent la spécificité de ce modèle, et induisent des dynamiques particulières. Nous allons présenter un modèle d'équilibre temporel qui explique l'évolution des prix et de la répartition du capital et du travail entre les deux groupes d'entreprises.

i) Les producteurs

Nous considérons des producteurs qui maximisent leurs profits en considérant les prix et le capital passé comme exogènes.

L'entreprise i produit le bien en quantité Y_{it}, en utilisant le travail L_{it} et le capital K_{it}. La quantité produite s'exprime par une fonction de production à rendement décroissant :

(1) $Y^{S}_{t} = f(K_{t-1}, L_{t})$.

Nous retiendrons dans notre cas la forme suivante de fonction de production :

(2) $f(K,L)=f(K)L^{\alpha}$, avec une élasticité travail α comprise entre 0 et 1, $0<\alpha<1$.

Le profit est :

(3) $\Pi^{*}_{it} = p_{it}\, Y_{it} - w_{it}\, L_{it}$,

où p_{it} et w_{it} sont le prix du bien i et le salaire dans l'entreprise i à la date t.

L'évolution du capital de l'entreprise dépend du taux de dépréciation δ, supposé le même pour les deux groupes d'entreprises, et des investissements :

$$(4)\ K_{it}=(1-\delta)K_{it-1}+I_{it}.$$

Dans un premier temps, nous supposons que le profit estaffecté aux investissements dans une proportion q et l'est uniquement dans l'entreprise elle-même :

$$(5)\ I_{it} = \Pi^*_{it}/q.$$

A chaque date le producteur détermine son programme de production en maximisant le profit :

$$\operatorname*{Max}_{L_t} \pi_t(L_t) = p_t f(K_{t-1},L_t)-w_tL_t\ .$$

La condition du premier ordre s'écrit :

$$(6)\ \frac{\partial\pi_t(L_t)}{\partial L} = 0 \iff p_t\frac{\partial f(K_{t-1},L_t)}{\partial L} - w_t= 0.$$

L'offre de travail et la production respectives de chaque entreprise, solutions de cette optimisation, peuvent être écrites :

$$(7)\ L_{it}= l_i\left(K_{i,t-1},\ w_{i,t}/p_{i,t}\right)\ ,$$

$$(8)\ Y_{it}= f_i\ \left(\ K_{i,t-1},l_i(K_{i},_{t-1},w_{it}/p_{it})\right) = g_i\ \left(\ K_{i,t-1},\ w_{it}/p_{it}\right).$$

Application :

Nous allons déterminer la solution optimale du producteur dans le cas d'une fonction de production de Cobb-Douglas :

$f\ (K,L) = A\ K^{\beta}\ L^{\alpha}$, où β et α sont les élacticités capital et travail.

A l'optimum, l'équation (6) écrite pour l'entreprise i est :

$$w_{it} = \alpha_i\ p_{it}\ A_i\ K_{i,t-1}^{\beta_i}\ L_{i,t}^{\alpha_i - 1} ,$$

dont on déduit la demande de travail et la quantité produite :

$$(10)\quad L_{it} = \left(\frac{w_{it}}{\alpha_i p_{i,t} A_i K_{i,t-1}^{\beta_i}} \right)^{\frac{1}{\alpha_i - 1}} , \qquad i=1,2 ,$$

$$(11)\quad Y_{it} = A_i\ K_{i,t-1}^{\beta_i} \left(\frac{w_{it}}{\alpha_i\ p_{i,t}\ A_i\ K_{i,t-1}^{\beta_i}} \right)^{\frac{\alpha_i}{\alpha_i - 1}} .$$

On notera que ces fonctions satisfont pour cette forme particulière de fonction de production la relation :

$$(12)\quad \alpha_i\ p_{it}\ Y_{it} = w_{it}\ L_{it} ,$$

indiquant que la masse des salaires versés est une fraction fixe du chiffre d'affaire.

ii) Les consommateurs

On introduit de façon symétrique deux catégories de consommateurs. Ils peuvent consommer les deux types de biens produits, sont supposés avoir les mêmes préférences représentées par une fonction d'utilité $U(C_1, C_2)$. Ils se distinguent essentiellement par le revenu dont ils disposent : le premier groupe (resp. le second) recevant les salaires versés par le premier secteur (resp. le second).

Chaque consommateur détermine ses demandes de bien en résolvant :

$$\begin{cases} \displaystyle\max_{C_{1t},\, C_{2t}} U\,(C_{1t},\, C_{2t}) \\ \text{sous la contrainte de budget} \\ p_{1t}\, C_{1t} + p_{2t}\, C_{2t} = w_{it}. \end{cases}$$

Les solutions de ce système sont :

$$\begin{cases} C_{1it} = C_1 \left[\dfrac{p_{1t}}{w_{it}}, \dfrac{p_{2t}}{w_{it}}\right], \\[2ex] C_{2it} = C_2 \left[\dfrac{p_{1t}}{w_{it}}, \dfrac{p_{2t}}{w_{it}}\right], \end{cases}$$

et la demande globale de l'ensemble des consommateurs s'en déduit par :

$$\begin{cases} D_{1t} = C_{11t}\, L_{1t} + C_{12t}\, L_{2t}\,, \\ D_{2t} = C_{21t}\, L_{1t} + C_{22t}\, L_{2t}\,. \end{cases}$$

<u>Application</u>

Supposons que le consommateur ait une fonction d'utilité de type Stone-Geary ; il maximise :

$$\begin{cases} \max\ a \log C_{1t} + (1-a) \log C_{2t} \\ \quad \text{sous } p_{1t}\, C_{1t} + p_{2t}\, C_{2t} = w_t\,. \end{cases}$$

La condition du premier ordre s'écrit :

$$\frac{a}{p_{1t}C_{1t}} = \frac{1-a}{p_{2t}C_{2t}} = \frac{1}{w_t}\,,$$

et fournit les solutions suivantes :

$$C_{1t} = \frac{a\ w_t}{p_{1t}}\ ,\ C_{2t} = \frac{(1-a)w_t}{p_{2t}}\ .$$

Les demandes globales pour les biens sont alors :

$$(13)\ D_{1t} = \frac{a}{p_{1t}} \left(w_{1t}\ L_{1t} + w_{2t}L_{2t}\right)\ ,$$

$$(14)\ D_{2t} = \frac{1-a}{p_{2t}} \left(w_{1t}\ L_{1t} + w_{2t}L_{2t}\right)\ .$$

iii) Fixation des prix et des quantités

De façon à boucler le modèle, nous devons expliquer comment s'effectue la confrontation entre les offreurs et les demandeurs. Nous distinguons à ce niveau marchés des biens et marché du travail.

Les marchés des biens sont supposés à l'équilibre :

$$\begin{cases} D_{1t} = Y_{1t}\ , \\ D_{2t} = Y_{2t}\ . \end{cases}$$

En revanche le marché du travail est soumis à diverses contraintes portant sur les quantités et sur l'évolution des rémunérations. On suppose qu'il y a plein emploi :

$$L_{1t} + L_{2t} = \bar{L}\ ,$$

où $\bar{L}$ désigne la quantité totale de travail disponible, supposée ici constante dans le temps. Par ailleurs on introduit une règle de fixation des salaires, assurant que ceux-ci sont indexés sur les prix. Une telle indexation est introduite **globalement** et s'écrit

$$(15)\ \frac{w_{1,t}\ L_{1,t-1} + w_{2,t}\ L_{2,t-1}}{w_{1,t-1}\ L_{1,t-1} + w_{2,t-1}\ L_{2,t-1}} = \mu\ \frac{p_{1,t}\ Y_{1,t-1} + p_{2,t}\ Y_{2,t-1}}{p_{1,t-1}\ Y_{1,t-1} + p_{2,t-1}\ Y_{2,t-1}}\ ,$$

où chaque rapport est un indice de Laspeyres d'évolution de salaires et de prix respectivement, et μ le coefficient d'indexation.

Application :

Dans notre application les conditions d'équilibre sur le marché des biens admettent une forme simple. En effet d'après (12) nous avons :

$$w_{it} L_{it} = \alpha_i \; p_{it} \; Y_{it}, \quad i = 1,2 ,$$

et les demandes s'expriment donc directement en terme de valeur de la production :

$$\begin{cases} D_{1t} = \dfrac{a}{p_{1t}} (\alpha_1 \, p_{1t} \, Y_{1t} + \alpha_2 \, p_{2t} \, Y_{2t}), \\ D_{2t} = \dfrac{1-a}{p_{2t}} (\alpha_1 \, p_{1t} \, Y_{1t} + \alpha_2 \, p_{2t} \, Y_{2t}). \end{cases}$$

Suivant les conditions d'équilibre, nous obtenons un système qui permet la détermination des chiffres d'affaires des deux secteurs :

$$\begin{cases} p_{1t} \, Y_{1t} = a \, \alpha_1 \, p_{1t} \, Y_{1t} + a \, \alpha_2 \, p_{2t} \, Y_{2t} , \\ p_{2t} \, Y_{2t} = (1-a) \, \alpha_1 \, p_{1t} \, Y_{1t} + (1-a) \, \alpha_2 \, p_{2t} \, Y_{2t}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1-a \, \alpha_1) \, p_{1t} \, Y_{1t} - a \, \alpha_2 \, p_{2t} \, Y_{2t} = o , \\ (1-(1-a) \, \alpha_2) \, p_{2t} \, Y_{2t} - (1-a) \, \alpha_1 \, p_{1t} \, Y_{1t} = o . \end{cases}$$

iv) Le modèle global

Nous pouvons maintenant réunir les diverses conditions permettant de déterminer prix et quantités. Le modèle comporte deux secteurs, notés 1 et 2, et deux catégories de consommateurs ceux travaillant dans le secteur 1 et ceux travaillant dans le secteur 2. Les diverses variables, dont on souhaite analyser l'évolution jointe sont :

la quantité produite dans chaque secteur Y_{it}, $i = 1,2$,
la quantité de travail utilisée L_{it}, $i = 1,2$,
la quantité de capital utilisée K_{it}, $i = 1,2$,
les quantités investies I_{it}, $i = 1,2$,
les profits Π^*_{it}, $i = 1,2$,
les quantités consommées par les individus C_{it}, $i = 1,2$,
les prix des biens p_{it}, $i = 1,2$,
les niveaux de salaires w_{it} , $i = 1,2$.

Ces diverses variables sont déterminées par le système d'équations ci-dessous :

Equation d'équilibre pour le marché du bien 1

Cette condition $D_{1,t} = Y_{1,t}$ s'écrit à partir de (11) et (12) :

$$(m.1) \quad \left(\frac{w_{1,t}}{p_{1,t}}\right)^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}} A_1 K_{1,t-1}^{\beta_1} \frac{1}{\left(\alpha_1 A_1 K_{1,t-1}^{\beta_1}\right)^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}}}$$

$$= a \left(\frac{w_{1,t}}{p_{1,t}}\right)^{\frac{\alpha_1}{\alpha_1-1}} \frac{1}{\left(\alpha_1 A_1 K_{1,t-1}^{\beta_1}\right)^{\frac{1}{\alpha_1-1}}}$$

$$+ a \frac{w_{2,t}}{p_{1,t}} \left(\frac{w_{2,t}}{p_{2,t}}\right)^{\frac{1}{\alpha_2-1}} \frac{1}{\left(\alpha_2 A_2 K_{2,t-1}^{\beta_2}\right)^{\frac{1}{\alpha_2-1}}} .$$

Equation d'équilibre pour le marché du bien 2

Elle est donnée par :

$$\text{(m.2)} \quad \left(\frac{w_{2,t}}{p_{2,t}}\right)^{\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}} A_2\, K_{2,t-1}^{\beta_2} \frac{1}{\left(\alpha_2\, A_2\, K_{2,t-1}^{\beta_2}\right)^{\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}}}$$

$$= (1-a)\, \frac{w_{1,t}}{p_{2,t}} \left(\frac{w_{1,t}}{p_{1,t}}\right)^{\frac{1}{\alpha_1-1}} \frac{1}{\left(\alpha_1\, A_1\, K_{1,t-1}^{\beta_1}\right)^{\frac{1}{\alpha_1-1}}} \,.$$

$$+ (1-a) \left(\frac{w_{2,t}}{p_{2,t}}\right)^{\frac{\alpha_2}{\alpha_2-1}} \frac{1}{\left(\alpha_2\, A_2\, K_{2,t-1}^{\beta_2}\right)^{\frac{1}{\alpha_2-1}}} \,.$$

<u>Contrainte sur l'emploi global</u> :

$$\text{(m.3)} \quad \left(\frac{w_{1t}}{\alpha_1\, p_{1,t}\, A_1\, K_{1,t-1}^{\beta_1}}\right)^{\frac{1}{\alpha_1-1}} + \left(\frac{w_{2t}}{\alpha_2\, p_{2,t}\, A_2\, K_{2,t-1}^{\beta_2}}\right)^{\frac{1}{\alpha_2-1}} = \bar{L} \,.$$

<u>Règle d'indexation des salaires sur les prix</u>

$$\text{(m.4)} \quad \frac{w_{1,t}\, L_{1,t-1} + w_{2,t}\, L_{2,t-1}}{w_{1,t-1}\, L_{1,t-1} + w_{2,t-1}\, L_{2,t-1}} = \mu\, \frac{p_{1,t}\, Y_{1,t-1} + p_{2,t}\, Y_{2,t-1}}{p_{1,t-1}\, Y_{1,t-1} + p_{2,t-1}\, Y_{2,t-1}} \,.$$

Ce sont ces quatre équations qui constituent la partie équations simultanés du modèle et permettent la détermination des prix $p_{1,t}$, $p_{2,t}$, $w_{1,t}$, $w_{2,t}$, connaissant les valeurs passées des autres variables. Les équations suivantes permettent alors de déterminer récursivement les quantités.

Quantités de travail

(m.5)-(m.6) $$L_{it} = \left[\frac{w_{it}}{\alpha_i \; p_{it} \; A_i \; K_{i,t-1}^{\beta_i}} \right]^{\frac{1}{\alpha_i - 1}} , \qquad i = 1,2 \quad ,$$

Quantités produites (égales aux quantités demandées)

(m.7)-(m.8) $$Y_{it} = A_i \; K_{i,t-1}^{\beta_i} \left[\frac{w_{it}}{\alpha_i \; p_{it} \; A_i \; K_{i,t-1}^{\beta_i}} \right]^{\frac{\alpha_i}{\alpha_i - 1}} , \quad i = 1,2 \quad ,$$

Demandes individuelles

(m.9)-(m.10) $$C_{it} = \frac{Y_{it}}{L_{it}} , \quad i = 1,2 \ ,$$

Profits des entreprises

(m.11) $$\Pi^*_{1t} = p_{1,t} \; Y_{1,t} - w_{1,t} \; L_{1,t} \ ,$$

(m.12) $$\Pi^*_{2t} = p_{2,t} \; Y_{2,t} - w_{2,t} \; L_{2,t} \ .$$

Evolution du capital :

(m.13) $$K_{1,t} = (1-\delta) \; K_{1,t-1} + I_{1,t} \ ,$$

(m.14) $$K_{2,t} = (1-\delta) \; K_{2,t-1} + I_{2,t} \ .$$

Investissements :

(m.15) $$I_{1,t} = \Pi^*_{1,t}/q \ ,$$

(m.16) $\quad I_{2,t} = \Pi^*_{2,t}/q$.

Il s'agit d'un système de 15 équations indépendantes, prix salaires et profits de la date t étant toujours définis à un facteur multiplicatif près. Ceci nous permettra d'effectuer la résolution en normalisant par $p_{1t} = 1, \forall t$.

v) **Les équilibres stationnaires**

Les solutions stationnaires de ce modèle, ou équilibres stationnaires, doivent notamment satisfaire la règle d'indexation des salaires sur les prix. A l'équilibre cette condition devient :

(m.4) $\quad 1 = \mu$

Deux cas doivent donc être distingués. Si μ est différent de 1, le modèle n'admet pas d'équilibre stationnaire, mais des sentiers de croissance où les salaires croissent au taux μ par rapport aux prix. Si μ égale un, l'équation (m.4) devient trivialement satisfaite et n'implique plus de contrainte. Il y a alors une infinité d'équilibres, qui peuvent être repérés par la part relative du travail entre les deux secteurs. A titre d'illustration, les divers paramètres du modèle ont été fixés aux valeurs suivantes :

$\alpha_1 = 0.5,\ \beta_1 = 0.5$,

$\alpha_2 = 0.75$, $\beta_2 = 0.25$,

$a = 1/3$, $\delta = 0.08,\ \mu = 1,\ q=1$,

$\bar{L} = 64 \quad A_1 = 0.2$, $A_2 = 0.55$.

Les divers équilibres stationnaires s'écrivent alors [voir annexe 1] :

$L_1=64c$, $L_2=64\ (1-c)$, $w_1 = 1$, $w_2 = \frac{c}{1-c}$, $I_1=64\ c$,

$$I_2 = \frac{64c}{3}, Y_1 = 128c, \; Y_2 = \frac{256}{3} c \left(\frac{c}{1-c}\right)^{-3/4}, \; K_1 = 6400c ,$$

$$K_2 = \frac{6400c}{3}, \; p_2 = \left(\frac{c}{1-c}\right)^{3/4},$$

où c est un paramètre non nul compris entre 0 et 1, s'interprétant comme la proportion de travail affectée au premier secteur.

Une étude de stabilité de ces équilibres peut être effectuée numériquement à partir des résultats décrits dans l'annexe 1, et est valable sauf pour le cas limite c=o. Il apparaît que tous ces équilibres sont instables. Ce résultat est en fait peu surprenant puisqu'on s'attend à long terme à avoir une disparition du secteur un, avec le modèle simple qui a été présenté.

vi) **Forme récursive**

Il est intéressant d'associer au modèle une forme récursive, admettant les mêmes équilibres et éliminant la simultanéïté. Une telle forme est facilement obtenue en supposant que les entreprises décident leurs demandes de facteurs à la date t-1. Les demandes sont alors fonctions des prix décalés. Ceci revient à remplacer les équations (m.5), (m.6) par :

$$L_{1t} = \left(\frac{w_{1,t-1}}{\alpha_1 A_1 K_{1,t-1}^{\beta_1}}\right)^{\frac{1}{\alpha_1 - 1}},$$

$$L_{2,t} = \left(\frac{w_{2,t-1}}{\alpha_2 p_{2,t-1} A_2 K_{2,t-1}^{\beta_2}}\right)^{\frac{1}{\alpha_2 - 1}},$$

et à conserver les autres équations. Le modèle récursif est ainsi défini par le système :

(n.1) $\alpha_2 (1-a) (w_{1t} L_{1t} + w_{2t} L_{2t}) = w_{2t} L_{2t}$, (n.2) $L_{1,t} + L_{2,t} = \bar{L}$,

(n.3) $$\frac{w_{1,t}\ L_{1,t-1} + w_{2,t}\ L_{2,t-1}}{w_{1,t-1}\ L_{1,t-1} + w_{2,t-1}\ L_{2,t-1}} = \frac{Y_{1,t-1} + p_{2,t}\ Y_{2,t-1}}{Y_{1,t-1} + p_{2,t-1}\ Y_{2,t-1}} ,$$

(n.4) $$L_{1,t} = \left[\frac{w_{1,t-1}}{\alpha_1\ A_1\ K_{1,t-1}^{\ \beta_1}}\right]^{\frac{1}{\alpha_1 - 1}} ,$$

(n.5) $$L_{2,t} = \left[\frac{w_{2,t-1}}{\alpha_2\ p_{2,t-1}\ A_2\ K_{2,t-1}^{\ \beta_2}}\right]^{\frac{1}{\alpha_2 - 1}} ,$$

(n.6) $$Y_{1,t} = \frac{w_{1,t}\ L_{1,t}}{\alpha_1} ,$$

(n.7) $$Y_{2,t} = \frac{w_{2,t}\ L_{2,t}}{p_{2,t}\ \alpha_2} ,$$

(n.8) $I_{1,t} = Y_{1,t} - w_{1,t}\ L_{1,t}$,

(n.9) $I_{2,t} = p_{2,t}\ Y_{2,t} - w_{2,t}\ L_{2,t}$,

(n.10) $K_{1,t} = (1-\delta)\ K_{2,t-1} + I_{2,t}$,

(n.11) $K_{2,t} = (1-\delta)\ K_{2,t-1} + I_{2,t}$.

De façon à bien faire apparaître l'aspect récursif, on peut résoudre directement la partie du système (n.1) (n.2),(n.3) où subsiste un peu de simultanéïté, mais qui présente maintenant l'avantage d'être linéaire dans les valeurs présentes. Après résolution ceci revient à remplacer les cinq premières équations par :

$$\text{(n.4)'}\quad L_{1,t} = \left(\frac{w_{1,t-1}}{\alpha_1 \; A_1 \; K_{1,t-1}^{\beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1 - 1}} ,$$

$$\text{(n.2)}\quad L_{2,t} = \bar{L} - L_{1,t} ,$$

$$\text{(n.5)'}\quad p_{2,t} = \frac{w_{2,t-1}}{\alpha_2 \; A_2 \; K_{2,t-1}^{\beta_2} \; L_{2,t}^{\alpha_2 - 1}} ,$$

$$\text{(n.3)'}\quad w_{2,t} = \frac{(w_{1,t-1} \; L_{1,t-1} + w_{2,t-1} \; L_{2,t-1}) \; (Y_{1,t-1} + p_{2,t} \; Y_{2,t-1})}{(L_{1,t-1} \; \frac{1-\alpha_2(1-a)}{\alpha_2 \; (1-a)} \; \frac{L_{2,t}}{L_{1,t}} + L_{2,t-1}) \; (Y_{1,t-1} + p_{2,t-1} \; Y_{2,t-1})} ,$$

$$\text{(n.1)'}\quad w_{1,t} = w_{2,t} \; \frac{L_{2,t}}{L_{1,t}} \; \frac{1 - \alpha_2(1-a)}{\alpha_2 \; (1-a)} .$$

vii) Simulations

Comme le laisse pressentir l'étude de stabilité des équilibres stationnaires, le modèle précédent conduit d'un point de vue théorique à la disparition asymptotique du premier secteur. Plus que cette étude limite, c'est cependant l'analyse du début de la dynamique qui est plus importante, notamment pour voir si cette diminution de l'importance du secteur 1 se produit ou non de façon progressive et monotone. L'unité de temps correspondant implicitement aux valeurs des paramètres et des conditions initiales retenues pour les simulations (i.e le passage de t à t+1) est de l'ordre de l'année.

Les unités de travail et de quantités n'ayant à ce niveau pas été spécifiées et la difficulté de calibrer les simulations sur la situation réelle de l'un des pays en phase de transition, nous ont conduit à effectuer diverses simulations correspondant à divers jeux de conditions initiales. Celles-ci ont été choisies pour correspondre à des équilibres stationnaires (bien que ceux-ci soient instables), c'est-à-dire implicitement à diverses valeurs du paramètre c donnant le partage initial du travail entre les deux secteurs. Le but de l'exercice est alors d'analyser de quelle façon l'économie quitte cet équilibre instable en environnement de libération des marchés. Nous avons préféré effectuer un balayage large des valeurs de c de façon à mieux mettre en évidence les propriétés du modèle.

Le tableau ci-dessous donne les divers jeux de conditions initiales considérés.

Tableau 4 : Conditions initiales

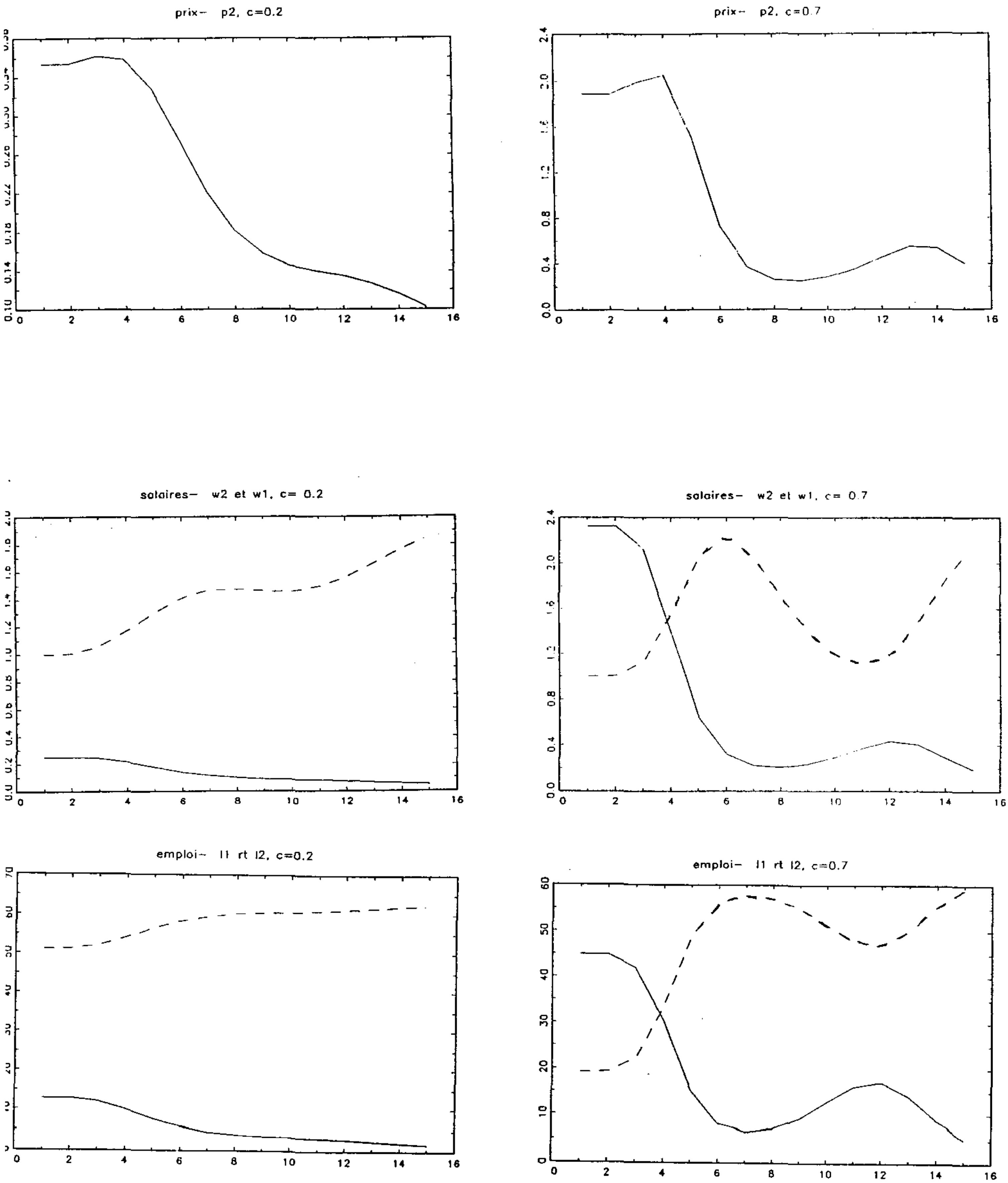
Valeur de c	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
L_1	12.8	19.2	25.6	32	38.4	44.8	51.2
L_2	51.2	44.8	38.4	32	25.6	19.2	12.8
p_2	0.353	0.53	0.738	1	1.35	1.89	2.83
w_1	1	1	1	1	1	1	1
w_2	0.25	0.43	0.67	1	1.5	2.39	4
Y_1	25.6	38.4	51.2	64	76.8	89.6	102.4
Y_2	48.3	48.3	46.3	42.7	37.8	31.6	24.1
I_1	12.8	19.2	25.6	32.0	38.4	44.8	51.2
I_2	4.3	6.4	8.5	10.7	12.8	14.9	17.1
K_1	1280	1920	2560	3200	3840	4480	5120
K_2	426	640	853	1066	1280	1493	1707

Par construction pour toutes ces conditions initiales le secteur 1 est plus important que le secteur 2, utilisant trois fois plus de capital, et une proportion de travail qui croît avec la valeur de c. La valeur c=0.5 joue un rôle de pivot, puisque pour c inférieur à cette valeur, le secteur 1 emploie moins de travail que le secteur 2, et qu'il rémunère mieux. Comme les unités des quantités de bien ne sont elles pas spécifiées, les productions des deux secteurs peuvent essentiellement être comparés en terme de chiffres d'affaire. Le rapport des chiffres d'affaire des deux secteurs est de l'ordre de 1.5 indépendamment de la valeur de c.

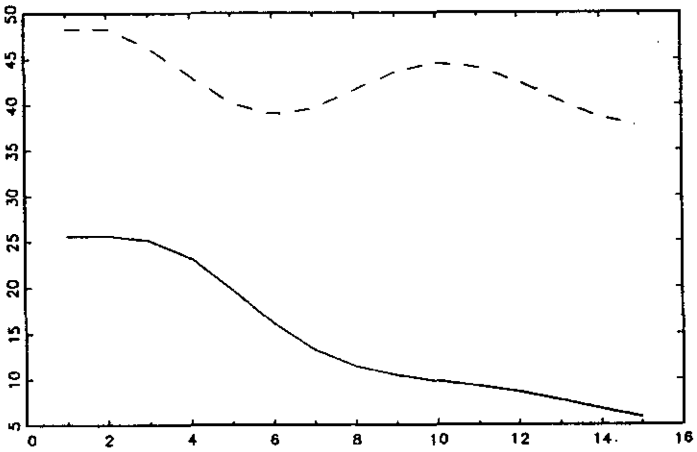
D'un point de vue pratique si on voulait se rapprocher de la situation réelle d'un pays en phase de transition, le calage devrait être mené en déterminant la valeur de c, qui permet d'avoir les importances respectives des deux secteurs en terme de capital, de quantité de travail et de chiffres d'affaires les plus réalistes.

Nous donnons ci-après les évolutions des diverses variables sur 15 ans et pour les valeurs de c égales à 0.2 et 0.7.Les simulations correspondants aux autres valeurs de ce paramètre sont données à la fin du rapport. Comme nous l'avons signalé en introduction la spécificité du modèle réside dans les contraintes plein emploi et indexation subsistant sur le marché du travail. L'indexation étant globale et utilisant une formulation Laspeyres accorde un poids fort au secteur versant la masse de rémunération la plus importante. On conçoit ainsi que le secteur 1 puisse s'il a un poids initial fort (si c est plus grand) retarder sa décroissance et même pendant une phase intermédiaire continuer à accroître son importance. Ce sont de telles fluctuations durant la phase de transition qui apparaissent par exemple sur les dynamiques des quantités produites ou sur celles des prix, et sont plus marquées lorsque le paramètre c augmente. Par ailleurs, les cycles de court terme affectant les deux secteurs sont décalés : lorsque c est grand, c=0.7 par exemple on observe clairement que le secteur 1 subit les cycles en premier et que ce sont ses fluctuations, qui induisent les fluctuations du second secteur. De façon générale, on constate que le phénomène cyclique l'emporte sur le phénomène tendanciel pour le secteur 2 et que l'inverse se produit pour le secteur 1.

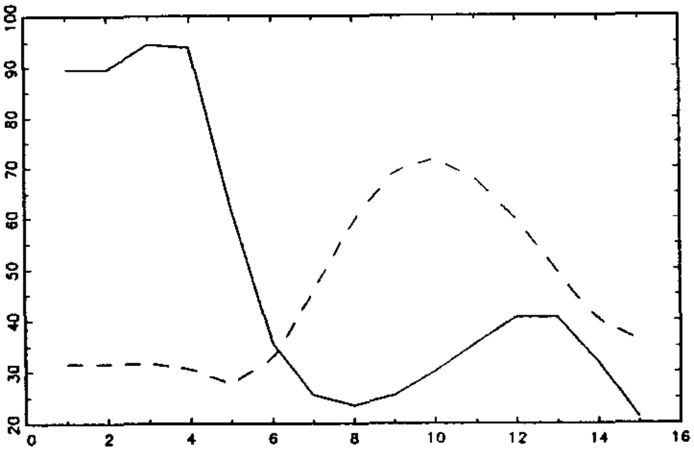
Figures 5


prix- p2, c=0.2
prix- p2, c=0.7
salaires- w2 et w1, c= 0.2
salaires- w2 et w1, c= 0.7
emploi- l1 rt l2, c=0.2
emploi- l1 rt l2, c=0.7

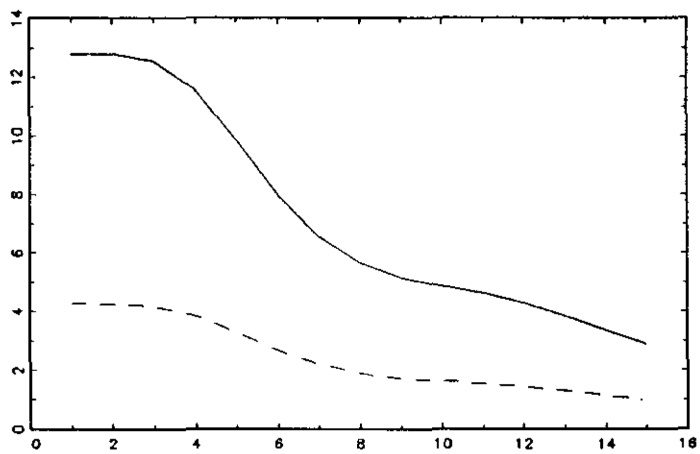
output - y1 et y2, c=0.2



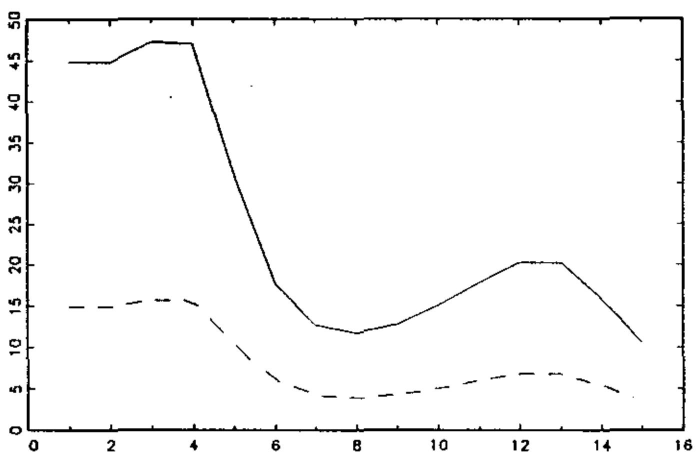
output - y1 et y2, c=0.7



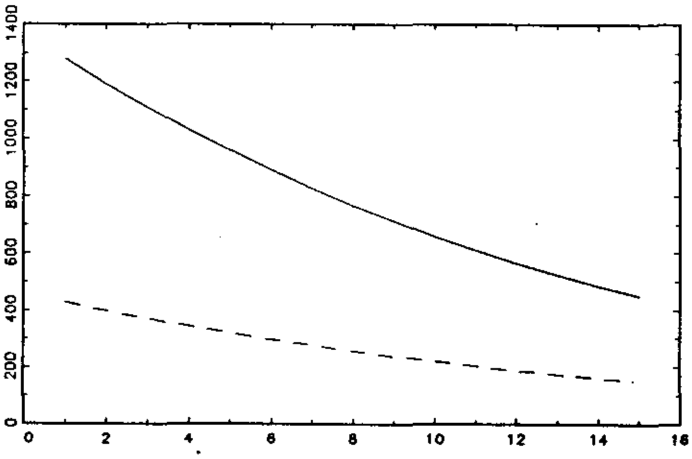
invest - i1 et i2, c=0.2



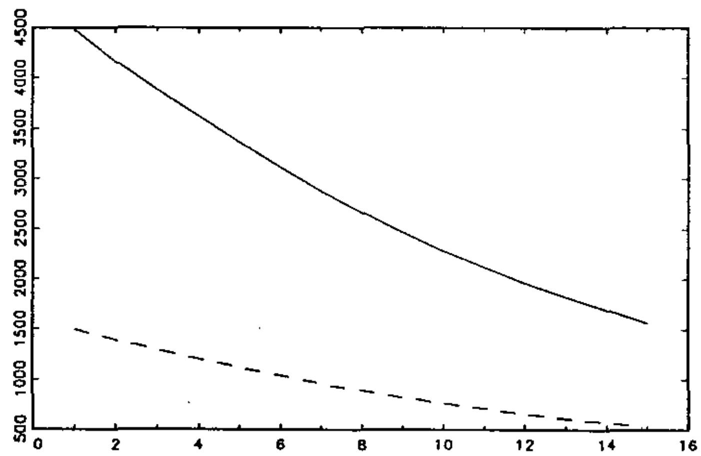
invest - i1 et i2, c=0.7



capital - k1 et k2, c=0.2



capital - k1 et k2, c=0.7



A N N E X E 1

PROPRIETES DU MODELE SIMULE

Nous donnons dans cet annexe quelques propriétés théoriques du modèle simulé.

1) Le système d'équations

Après avoir remplacé les paramètres par leurs valeurs, nous obtenons le système d'équations :

$$L_{1,t} = \frac{K_{1,t-1}}{w_{1,t-1}^{2}} 0.01,$$

$$L_{2,t} = 64 - L_{1,t} ,$$

$$p_{2,t} = w_{2,t-1} \left(\frac{L_{2t}}{0.03 \quad K_{2,t-1}} \right)^{\frac{1}{4}} ,$$

$$w_{2,t} = \frac{w_{1,t-1} L_{1,t-1} + w_{2,t-1} L_{2,t-1}}{L_{1,t-1} \dfrac{L_{2t}}{L_{1t}} + L_{2,t-1}} \quad \frac{Y_{1,t-1} + p_{2,t} Y_{2,t-1}}{Y_{1,t-1} + p_{2,t-1} Y_{2,t-1}} ,$$

$$w_{1,t} = w_{2,t} \frac{L_{2,t}}{L_{1,t}} ,$$

$$Y_{1,t} = 2 w_{1,t} L_{1,t}$$

$$Y_{2,t} = \frac{4}{3} \frac{w_{2,t} L_{2,t}}{p_{2,t}} ,$$

$$I_{1,t} = w_{1,t} L_{1,t} ,$$

$$I_{2,t} = \frac{1}{3} w_{2,t} L_{2,t} ,$$

$$K_{1,t} = 0.99 K_{1,t-1} + w_{1,t} L_{1,t} ,$$

$$K_{2,t} = 0.99 K_{2,t-1} + \frac{1}{3} w_{2,t} L_{2,t} .$$

2) Valeurs d'équilibre

Les solutions stationnaires satisfont donc :

$$L_1 = \frac{K_1}{w_1^2} 0.01 ,$$

$$L_2 = 64 - L_1 ,$$

$$p_2 = w_2 \left(\frac{L_2}{0.03 \quad K_2} \right)^{\frac{1}{4}} ,$$

$$w_2 = \frac{w_1 L_1 + w_2 L_2}{2L_2} ,$$

$$w_1 = w_2 \frac{L_2}{L_1} ,$$

$$Y_1 = 2w_1 L_1 ,$$

$$Y_2 = \frac{4}{3} \frac{w_2 L_2}{p_2} ,$$

$I_1 = w_1 \; L_1$,

$I_2 = \frac{1}{3} \; w_2 \; L_2$,

$K_1 = 100 \; w_1 \; L_1$,

$K_2 = 100 \; \frac{w_2 \; L_2}{3}$.

A l'équilibre le critère d'indexation n'impose plus de contraintes de sorte qu'il y a une infinité d'équilibres. Dans la suite nous notons c la proportion de la quantité de travail, $0<c<1$, employée dans le secteur 1 :

$L_1 = 64 \; c$,

$L_2 = 64 \; (1-c)$,

$w_1 = 1$,

$w_2 = \frac{c}{1-c}$,

$I_1 = 64 \; c$,

$I_2 = \frac{64 \; c}{3}$,

$Y_1 = 128 \; c$,

$$Y_2 = \frac{256}{3} \; \frac{c}{\left(\frac{c}{1-c}\right)^{3/4}} ,$$

$K_1 = 6400 \; c$,

$$K_2 = \frac{6400\ c,}{3} \ ,$$

$$p_2 = \left(\frac{c}{1-c}\right)^{3/4} .$$

3) <u>Linéarisation de la dynamique au voisinage d'un équilibre</u>

Cette linéarisation a pour but d'étudier la stabilité ou la non stabilité des équilibres. Elle peut-être faite après élimination des parties récursives du modèle. Ceci nous permettra de ne considérer que la "dynamique centrale", que nous décrivons à l'aide de variables L_1, K_1, I_1, p_2 .

a) <u>Partie centrale de la dynamique</u>

Nous supposons pour simplifier que $K_{2,0} = \frac{1}{3} K_{1,0}$. Alors nous avons

$$w_{1,t}\ L_{1,t} = w_{2,t}\ L_{2,t} \quad , \ K_{2,t} = \frac{K_{1,t}}{3} .$$

L'équation $L_{1,t} = \frac{K_{1,t-1}}{w_{1,t-1}^2}\ 0.01$, peut être réécrite :

(1) $L_{1t} = K_{1,t-1} \frac{L^2_{1,t-1}}{I^2_{1,t-1}}\ 0.01$, en tenant compte de l'équation donnant

l'investissement.

(**) l'équation: $p_{2,t} = w_{2,t-1} \left(\frac{L_{2,t}}{0.03\ K_{2,t-1}}\right)^{\frac{1}{4}}$, devient :

$$p_{2,t}= \frac{w_{1,t-1} \quad L_{1,t-1}}{L_{2,t-1}} \left(\frac{L_{2,t}}{0.03 \quad K_{2,t-1}} \right)^{\frac{1}{4}} \text{, ou :}$$

$$\text{(2)} \quad \mathbf{p_{2,t}} = \frac{I_{1,t-1}}{64 - L_{1,t-1}} \left(\frac{64 - L_{1,t-1}}{0.01 \quad K_{1,t-1}} \right)^{\frac{1}{4}} .$$

(***) L'équation :

$$w_{2,t}= \frac{w_{1,t-1} \quad L_{1,t-1} + w_{2,t-1} \, L_{2,t-1}}{L_{1,t-1} \frac{L_{2,t}}{L_{1,t}} + L_{2,t-1}} \quad \frac{Y_{1,t-1} + p_{2,t} \quad Y_{2,t-1}}{Y_{1,t-1} + p_{2,t-1} \, Y_{2,t-1}} ,$$

devient :

$$w_{2,t} = \frac{2 \, w_{1,t-1} \quad L_{1,t-1}}{L_{1,t-1} \frac{L_{2,t}}{L_{1,t}} + L_{2,t-1}} \quad \frac{2 \, w_{1,t-1} \, L_{1,t-1} + \frac{4}{3} \, w_{1,t-1} \, L_{1,t-1} \frac{p_{2,t}}{p_{2,t-1}}}{2 \, w_{1,t-1} \, L_{1,t-1} + \frac{4}{3} \, w_{1,t-1} \, L_{1,t-1}} ,$$

$$L_{2,t} \, w_{2,t} = \frac{2 \, I_{1,t-1}}{\frac{L_{1,t-1}}{L_{1,t}} + \frac{L_{2,t-1}}{L_{2,t}}} \qquad \frac{3 + 2 \, \frac{p_{2,t}}{p_{2,t-1}}}{5} ,$$

$$\text{(3)} \quad I_{1,t} = \frac{2 \, I_{1,t-1}}{\frac{L_{1,t-1}}{L_{1,t}} + \frac{64-L_{1,t-1}}{64 - L_{1,t}}} \qquad \frac{3 + 2 \, \frac{p_{2,t}}{p_{2,t-1}}}{5} .$$

(****) Finalement ce sous-système central est complété par l'équation d'évolution du capital :

(4) $K_{1t} = 0.99\, K_{1,t-1} + I_{1,t}$.

Il est pour la suite intéressant de normaliser les variables en posant:

$$k_1 = \frac{K_1}{6400}, \quad i_1 = \frac{I_1}{64}, \quad l_1 = \frac{L_1}{64} .$$

Le système devient alors :

(1) $$l_{1,t} = k_{1,t-1} \frac{l_{1,t-1}^2}{i_{1,t-1}^2},$$

(2) $$p_{2,t} = \frac{i_{1,t-1}}{1-l_{1,t-1}} \left(\frac{1 - l_{1,t-1}}{k_{1,t-1}} \right)^{\frac{1}{4}},$$

(3) $$i_{1,t} = \frac{2\, i_{1,t-1}}{\dfrac{l_{1,t-1}}{l_{1,t}} + \dfrac{1-l_{1,t-1}}{1-l_{1,t}}} \quad \frac{3 + 2\, \dfrac{p_{2,t}}{p_{2,t-1}}}{5},$$

(4) $100\, k_{1,t} = 99\, k_{1,t-1} + i_{1,t}$.

b) <u>Linéarisation au voisinage d'un équilibre avec</u> $c \neq 0$

Sur les variables transformées, les valeurs d'équilibre sont :

$$\bar{l}_1 = c, \; \bar{i}_1 = c, \; \bar{k}_1 = c \; , \; \bar{p}_2 = \left(\frac{c}{1-c}\right)^{3/4} = d.$$

Nous notons $l_1^* = l_1 - c$, $i_1^* = i_1 - c$, $k_1^* = k_1 - c$, $p_2^* = p_2 - d$,

les variables en écart à l'équilibre. Nous pouvons alors linéariser les diverses équations.

Equation (1) :

$$l^*_{1,t} + c = (k^*_{1,t-1} + c)\ \frac{\left(l^*_{1,t-1} + c\right)^2}{\left(i^*_{1,t-1} + c\right)^2}$$

$$\simeq (k^*_{1,t-1} + c)\ \frac{\left(1 + \dfrac{l^*_{1,t-1}}{c}\right)^2}{\left(1 + \dfrac{i^*_{1,t-1}}{c}\right)^2}$$

$$\simeq (\ k^*_{1,t-1} + c)\ \left(1 + 2\ l^*_{1,t-1} - 2\ \frac{i^*_{1,t-1}}{c}\ \right)\ .$$

D'où :

$$(5)\ l^*_{1t} \simeq k^*_{1,t-1} + 2\ l^*_{1,t-1} - 2\ i^*_{1,t-1}$$

Equation 2

$$p^*_{2,t} - d = \frac{i^*_{1,t-1} + c}{1-c - l^*_{1,t-1}}\ \left(\frac{1-c - l^*_{1,t-1}}{k^*_{1,t-1} + c}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$= \left(\frac{c}{1-c}\right)^{3/4}\ \frac{1 + \dfrac{i^*_{1,t-1}}{c}}{1 + \dfrac{l^*_{1,t-1}}{1-c}}\ \frac{\left(1 - \dfrac{l^*_{1,t-1}}{1-c}\right)^{\frac{1}{4}}}{\left(1 + \dfrac{k^*_{1,t-1}}{c}\right)^{\frac{1}{4}}}$$

$$\simeq \left(\frac{c}{1-c}\right)^{3/4}\ \left(\ 1 + \frac{i^*_{1,t-1}}{c} + \frac{3}{4}\ \frac{l^*_{1,t-1}}{1-c} - \frac{1}{4}\ \frac{k^*_{1,t-1}}{c}\ \right)\ ,$$

$$(6)\ p^*_{2,t} = \frac{d}{c}\ i^*_{1,t-1} + \frac{3}{4}\ \frac{d}{1-c}\ l^*_{1,t-1} - \frac{1}{4}\ \frac{d}{c}\ k^*_{1,t-1}$$

Equation 3

$$i^*_{1t} + c = \frac{2\left(i^*_{1,t-1} + c\right)}{\dfrac{l^*_{1,t-1} + c}{l^*_{1,t} + c} + \dfrac{1-c-l^*_{1,t-1}}{1-c-l^*_{1,t}}} \qquad \frac{3 + 2\,\dfrac{p^*_{2t} + d}{p^*_{2,t-1} + d}}{5}$$

$$\simeq \frac{2\ (i^*_{1,t-1} + c)}{2 + \dfrac{l^*_{1,t-1} - l^*_{1t}}{c} - \dfrac{l^*_{1,t-1} - l^*_{1t}}{1-c}} \qquad \frac{3 + 2\left[1 + \dfrac{p^*_{2,t} - p^*_{2,t-1}}{d}\right]}{5}$$

$$\simeq \frac{i^*_{1,t-1} + c}{1 + \dfrac{2c-1}{2c(1-c)}\left(l^*_{1t} - l^*_{1t-1}\right)} \quad \left[1 + \frac{2}{5}\,\frac{1}{d}\left(p^*_{2t} - p^*_{2t-1}\right)\right],$$

$$(7)\quad i^*_{1,t} \simeq \frac{1}{c}\, i^*_{1,t-1} + \frac{2}{5}\,\frac{1}{d}\left(p^*_{2t} - p^*_{2t-1}\right) - \frac{2c-1}{2c(1-c)}\left(l^*_{1t} - l^*_{1t-1}\right).$$

Equation 4

Celle-ci se développe facilement :

$$100\left(k^*_{1t} + c\right) = 99\left(k^*_{1,t-1} + c\right) + i^*_{1,t} + c\ ,$$

$$100\ k^*_{1t} = 99\ k^*_{1,t-1} + i^*_{1,t}\ ,$$

$$(8)\quad k^*_{1,t} = 0.99\ k^*_{1,t-1} + i^*_{1,t}\ .$$

3. UN MACRO-MODELE EMPIRIQUE PROPOSE PAR DES ECONOMISTES RUSSES

"Le modèle de l'économie de l'URSS dans les conditions du passage vers le marché" (Maltsev et all. (1991)) est élaboré par le Ministère d'Economie et de Prévision de la Russie. Il décrit le comportement des agents économiques: secteurs de production au nombre de 18, ménages, Etat et monde extérieur. Dans son principe ce n'est pas un modèle de transition, mais plutôt un modèle où la composante de marché est peu développée et comportant des concepts planificateurs. L'ensemble des équations du modèle n'a pas été publié et il est difficile de porter un jugement sur sa qualité. Par sa conception, il ressemble aux grands modèles macro-économiques traditionnels avec des équations de comportement et des équations d'équilibres. Il comprend vingt sections, qui peuvent être regroupées en quatre blocs: le bloc de la demande (sept sections), le bloc d'offre globale avec salaires-prix-emploi (huit sections), le bloc taxes et revenus (deux sections), enfin le bloc monétaire et financier (trois sections). Un développement particulier a été mené sur la fonction de production où on distingue l'ensemble des secteurs à rendements d'échelle croissants et l'ensemble des secteurs à rendements d'échelle décroissants. Cette séparation est importante pour définir les expressions des coûts de production, solutions du problème dual. Par contre les équations de prix sont absentes dans la présentation du modèle, nous rappelant qu'il s'agit d'une modélisation étroitement liée aux procédures de prévision (planification) sans prix. En revanche les relations financières intérieures et avec le reste du monde sont décrites de façon très détaillée, malgré leurs faible poids dans l'économie russe (en 1990/91 date à laquelle le modèle a fonctionné). Ceci fait penser que le modèle (statique) de type Leontieff pris comme référence a été complété par un bloc d'équations dynamiques décrivant spécialement le marché financier hypothétique.

Ce modèle n'a pas été estimé au sens économétrique usuel, mais simplement calibré. A partir du tableau entrée-sortie et d'autres ratios macro-économiques en volume et en valeur entre les variables pour 1990, en se donnant les paramètres de façon exogène les auteurs obtiennent la variante de référence qui détermine les productions et les consommations intermédiaires, les investissements et l'emploi. Puis deux scénarios de développement pour l'année 1991 sont étudiés. Le premier prévoit le choc inflationniste et la suppression immédiate des activités non rentables, la diminution de dépenses sociales et celle de l'émission de la monnaie. Le deuxième se base sur une politique de contrôle strict par l'Etat de l'évolution des prix et des garanties de ressources pour la population.