CHAPITRE VI. CONSOMMATEUR

Les chapitres précédents ont mis l'accent sur l'adaptation des entreprises aux modifications de leur environnement, en insistant sur les critères de gestion qu'elles retiennent, sur leur comportement plus ou moins monopolistique. Dans ce chapitre, nous nous proposons d'examiner plus en détails les comportements de consommation. Deux aspects seront discutés: les réactions des consommateurs face à des situations de rationnement, ou de coexistence d'un marché subventionné et d'un marché libre, et l'adaptation des consommateurs à l'introduction sur le marché de produits nouveaux.

Nous discutons le premier aspect en nous appuyant sur un article de Polterovitch (1991), ceci afin de bien voir comment les économistes russes appréhendent actuellement le problème de rationnement.

1. LE CONSOMMATEUR FACE AUX RATIONNEMENTS

Des modèles d'allocation de ressources dans une économie planifiée, introduisant à côté des rationnements, des mécanismes de files d'attente et de marché noir, ont été présentés depuis 1978 par de nombreux économistes occidentaux. Analyser les files d'attente revient à ajouter dans le modèle du consommateur une contrainte supplémentaire à la contrainte de budget, et relative au temps consacré à l'achat du produit rationné. Le marché noir peut être un complément à l'allocation par l'Etat des ressources à prix fixé et stable. En présence de marché noir, le consommateur peut acheter sur le marché officiel des biens déficitaires, en quantités fonction de son revenue et les revendre d'une façon illégale et avec un risque variable sur le marché parallèle, à un prix plus élevé. Cette possibilité conduit à des allocations différentes de celles obtenus dans un cadre concurrentiel.

Polterovitch (1991), en s'inspirant de Stahl, Alexeev (1985) et de Sah (1987), pose le problème de transition en recherchant des allocations socialement acceptables. Il étudie le comportement des consommateurs dans le cadre de modèles d'équilibre général. Parmi les consommateurs sont distingués deux catégories: les 'pauvres' et les 'riches'. La question que pose l'auteur est la suivante: quel type de consommateurs est intéressé par la légalisation du marché noir et le passage vers le marché compétitif? Pour répondre à ces questions, il compare les degrés de satisfaction des consommateurs dans cinq mécanismes différents d'allocation des ressources: le marché compétitif, le rationnement avec marché parallèle autorisé, le rationnement avec marché noir, les queues avec ou sans marché noir. En utilisant des modèles d'équilibre non-walrasien sous des hypothèses, il est vrai, extrêmement restrictives, mais usuelles de substituabilité de la fonction marshallienne de la demande, de la séparabilité du temps, et, dans un cas, de la participation collective au marché noir, Polterovitch obtient des résultats d'interprétations économiques intéressantes.

Il y a k consommateurs, $k = 1,.., m$; avec des revenus R_k et des fonctions d'utilité U_k. Les U_k sont fonctions du volume des consommations $c_k = (c_{1,k}, \ldots, c_{n,k})$ et du loisir l_k. Le prix sur le marché d'Etat estfixé: $\overline{p} = (\overline{p}_i)$. y^k_i est la fonction d'offre ou la quantité du produit i "attribuée" au consommateur k sur ce marché. Si k achète une quantité plus faible $z^k_i < y^k_i$, parce que le prix $\overline{p}_i$ est trop élevé par rapport à l'utilité marginale qu'il en tire, la différence $y_i - z_i$ est vendue sur un autre marché à un prix $p^J_i > \overline{p}_i$. Dans le modèle, l'indice J peut être M pour marché concurrentiel; R pour rationnement avec marché autorisé (kolkhozien dans l'économie soviétique); S pour rationnement avec spéculation (ou marché noir); Q pour rationnement avec files d'attente; B pour rationnement avec files d'attente et marché noir.

On analyse les modifications qui se produisent dans chaque cas quand le passage vers le marché concurrentiel s'accompagne, soit d'un accroissement des prix fixé par l'Etat, soit d'une croissance de la quantité z de produit achetée dans le secteur étatique.

Le consommateur résout un problème du type:

$$(1) \qquad \text{Max } U_k\ (x_k)\ ,$$
$$(2) \qquad h\ x_k \leq \lambda,$$
$$(3) \qquad x_k \geq 0\ ,$$

où $x_k = (c_k\ , l_k)$ et où h et λ sont des variables qui seront précisées dans chacun des régimes J. La solution $\Phi_k(h,\lambda)$ de ce problème est la fonction de la demande effective.

Nous décrivons ci-dessous les divers regimes. On notera en particulier que la variable "loisir" est essentiellement consacrée pour comprendre le temps accordé aux fils d'ttentes et non pour fixer de manière optimale le temps de travail et donc le revenu.

L'équation de J-équilibre s'écrie:

$$p^J\ (Y - \sum_{k=1}^{m} d^J_k) = R - \overline{p} \sum_{k=1}^{m} d^J_k\ .$$

i) Marché concurrentiel M

Dans le cas du marché concurrentiel, le problème s'écrit:

$$\text{Max } \ U_k\ (c_k)$$
$$(4) \qquad p\ c_k \leq R_k,$$
$$(5) \qquad c_k \geq 0\ ,$$

Le M-équilibre est la solution p^M et c^M_k telle que

$$(6) \qquad \sum_{h=1}^{m} c^M_k = y = \sum_{k=1}^{m} y_k\ .$$

On suppose donc implicitement que seul l'Etat offre sur le marché et à ce niveau cette offre n'apparaît pas vraiment fonction du prix.

ii) Rationnement avec marché autorisé R

Le problème du consommateur s'écrit:

$$(7) \qquad \text{Max } \ U_k\ (c_k)$$
$$(8) \qquad p(c_k - d_k) + \overline{p}\ d_k \leq R_k,$$
$$(9) \qquad d_k \ \leq \omega,$$

(10) $c_k \geq 0$, $d_k \geq 0$,

(11) $d_k \leq c_k$.

où ω est le rationnement dans les biens produits et vendus par le secteur privé (ou collectif), d_k la quantité demandée sur ce secteur (marché kolkozien, par exemple), et c_k la demande totale. Un R-équilibre est alors un ensemble de prix et de quantités $E^R = (p^R, \{c^R_k , d^R_k\}_1{}^m)$ tel que c^R_k et d^R_k sont les solutions de (7-11), avec $p = p^R$,

$$\sum_{k=1}^{m} c^R_k = Y , \qquad \sum_{k=1}^{m} d^R_k \leq Z \leq Y.$$

Si $\sum_{k=1}^{m} d^R_k < z_i$, alors $\omega_i = + \infty$. Cette condition de l'équilibre à prix fixé de Drèze dit que s'il y a l'excès de l'offre, les produits ne sont pas rationnés.

iii) Rationnement avec spéculation S

Le cas S, de rationnement avec spéculation, c'est-à-dire où on peut revendre sur le marché noir le produit acheté dans le secteur étatique diffère du cas R par l'absence de la contrainte (11). Un S-équilibre est un ensemble $E^S = (p^S, \{c^S_k , d^S_k\}_1{}^m)$ avec c^S_k , d^S_k solutions du problème S.

iv) Rationnement avec files d'attente Q

Dans le cas du rationnement avec files d'attente la fonction d'utilité tient compte du temps de loisir et du temps consacré à l'acquisition du produit.

(12) $\text{Max} \; U_k \, (c_k, l_k)$

(13) $p(c_k - d_k) + \overline{p} \, d_k \leq R_k,$

(14) $\tau' \, d_k + l_k \leq T_k$,

(15) $c_k \geq 0$, $d_k \geq 0$, $l_k \geq 0$,

(16) $d_k \leq c_k$.

où $\tau = (\tau_i)$ est un vecteur non négatif d'attente dans les files du produit i à prix fixé $\overline{p}_i$, et T_k le temps total de l'individu k. Le Q-équilibre correspond à un ensemble:
$E^Q = (p^Q, \tau^Q\{c^Q_k , d^Q_k , l^Q_k\}_1{}^m)$, où c^S_k , d^S_k , l^S_k sont solutions du problème (12-16) et satisfont:

$$\sum_{k=1}^{m} c^Q_k = Y , \qquad \sum_{k=1}^{m} d^Q_k \leq Z ,$$

$$(17) \qquad \tau^Q\left(\sum_{k=1}^{m} d^Q_k - Z \right) = 0 .$$

La dernière relation signifie que pour l'achat du produit non rationné le temps d'attente est zéro.

v) B: Rationnement avec files d'attente et marché noir

L'allocation B, avec rationnement, files d'atente et marché noir diffère du cas Q par l'absence de la contrainte (16), interdisant la spéculation. Le B-équilibre existe. C'est un ensemble $E^B = (p^B, \tau^B\{c^B_k , d^B_k , l^B_k\}_1{}^m)$ avec c^B_k , d^B_k , l^B_k étant les solutions du problème pour B, et satisfaisants:

$$\sum_{k=1}^{m} c^B_k = Y, \qquad \sum_{k=1}^{m} d^B_k \leq Z,$$

$$(17) \qquad \tau^B\left(\sum_{k=1}^{m} d^B_k - Z \right) = 0 .$$

Remarque 1:

Ce modèle ressemble au modèle S, si on retire le terme de loisir l_K . Ainsi le S-équilibre est un cas particulier de B-équilibre.

vi) Comparaison des systèmes pour les divers types de consommateurs

On distingue parmi les consommateurs les plus pauvres de revenu $R_1 = \min_k R_k$ et les plus riches de revenu $R_m = \max_k R_k$.

On peut maintenant analyser pour chaque paire de systèmes d'allocation les situations qui sont avantageuses ou préférables à un ou l'autre groupe.

Nous notons pour chaque équilibre de l'un des types précédent la fonction $V^J(\overline{p},z)$ qui est le vecteur des valeurs des facteurs d'utilité dans le J-équilibre.

La comparaison entre S-équilibre et M-équilibre montre, que sous les hypothèses introduites la fonction $V^S_1(\overline{p},z)$ est non croissante dans $\overline{p}$ et non décroissante dans z. La fonction $V^S_m(\overline{p},z)$ est non décroissante dans $\overline{p}$ et non croissante dans z. Le passage du rationnement avec spéculation vers le marché concurrentiel, quand le prix $p^M > \overline{p}$, produit des accroissements de gains des riches et des pertes chez les pauvres.

Les prix dans le système de rationnement avec marché autorisé sont au moins aussi élevés que dans le système de rationnement pur. Il est montré que si $F_1(\overline{p},R_1) \leq z/m$, où $F_1(\overline{p},R_1)$ est la demande sur le marché autorisé, quand le revenu est R_1, on a la relation suivante:

$$V^S_1 \geq V^R_1 \geq V^M_1 .$$

A partir de cette démonstration, on peut conclure, que la légalisation du marché noir dans l'économie avec rationnement peut conduire à une résistance au développement de l'économie du marché concurrentiel, parce qu'elle provoque une diminution de l'utilité des 'pauvres'.

La comparaison des situations des consommateurs dans des R et Q équilibres repose sur le même type d'arguments: si certaines hypothèses sont respectées et, si $F_1(\overline{p},R_1) \leq z/m$, alors $V^Q_1 \leq V^R_1$.

Une attention plus grande est accordée dans l'article au cas du B-équilibre. Ici sont analysés les liens de p^B et 1^B avec $\overline{p}$, R_k, et les quantités Y et Z. L'auteur conclue après de longues démonstrations, que les 'plus riches' peuvent gagner ou perdre au moment de passage d'un système de files d'attente avec marché noir à un marché concurrentiel, selon leur préférence pour le loisir. Si pour eux l'importance du loisir n'est pas plus grande que pour les autres consommateurs, ils gagnent au passage vers le marché.

Un autre résultat de l'auteur fait également intervenir la préférence pour le loisir. Si la valeur du temps est très faible pour les 'pauvres', alors, raisonnablement, ces consommateurs vont préférer le système de rationnement avec les files d'attente et marché noir au marché concurrentiel. Mais cette préférence dépend de la comparaison entre les prix p^B et p^M et des changements éventuels au niveau du loisir. Dans le cas de faible préférence pour le loisir, les 'pauvres' ne 'souffrent' pas des files d'attente et la revente au marché noir de produits achetés au prix du secteur étatique leur permet d'accroître leurs revenus disponibles.

En récapitulant les résultats de Polterovitch, on obtient:

- Pour les 'riches'

1) $V^M_m \geq V^S_m$: le marché concurrentiel est préférable au rationnement avec spéculation;

2) $V^M_m \geq V^B_m$: le marché concurrentiel est préférable au rationnement avec les files d'attente et marché noir.

- Pour les 'pauvres'

1) $V^S_l \geq V^R_l \geq V^M_l$: le système de rationnement avec spéculation est préférable au marché concurrentiel;

2) $V^B_l \geq V^R_l \geq V^Q_l$: le rationnement avec files d'attente et marché noir est préférable au système de rationnement avec les files d'attente.

Ainsi le groupe à revenu faible a intérêt à s'opposer à un passage du rationnement ou d'une économie de files d'attente vers un système d'allocation par le marché. Le développement du marché noir peut intensifier la résistance à la transition et jouer contre les réformes en cours.

2. COMPORTEMENT DU CONSOMMATEUR EN PRESENCE DE NOUVEAUX PRODUITS

Dans ce paragraphe, nous nous proposons de discuter les comportements des personnes face à l'introduction de nouveaux produits. Dans le système planifié en Russie la nomenclature de la production fût décidée par le centre. Il s'agissait à la fin de la période planifiée de l'ordre de 2 000 produits, tous vendus à prix fixés et invariants dans le temps. La libéralisation des prix, la plus grande marge de décision laissée aux entreprises et une plus large ouverture sur l'extérieur ont conduit à l'apparition de nouveaux produits. Il est intéressant de voir quelle est la demande naturelle des consommateurs pour ces nouveaux produits ? A quels prix peuvent ils être proposés ? Quels sont les produits existant qui risquent de disparaître à la suite de leur introduction ?... Répondre à de telles questions demande de disposer d'informations sur les réactions des consommateurs, par l'intermédiaire de leurs comportements antérieurs qui correspondaient à des situations où ces produits n'étaient pas sur le marché. De façon à établir un lien entre ces deux situations avant et après introduction, nous considérons dans la suite une formulation où chaque bien est repéré par quelques caractéristiques sous-jacentes qui en expliquent à la fois la demande et le prix. L'idée est alors de déduire de l'observation du passé, c'est-à-dire des prix de certains biens, les prix "implicites" de ces caractéristiques, puis connaissant les caractéristiques des nouveaux produits, les prix de ces derniers.

Une telle approche a déjà été proposée dans la littérature dans des contextes non liés aux problèmes spécifiques des économies abandonnant le système planifié (Lancaster (1971), Becker (1965), Anderson & De Palma & Thysse (1989), Berry & Levinsohn & Pakes (1993)). Elle sert de base à la construction d'indices de prix hédoniques, calculés par exemple pour les micro-ordinateurs (voir par exemple les indices publiés par IBM et par l'INSEE). Les matériels changeant très rapidement, il est impossible de comparer directement les prix de ces matériels d'une période à l'autre, et l'idée est de reconstruire les prix implicites de certaines de leurs caractéristiques, comme l'unité de capacité mémoire, la vitesse de réponse, le nombre de périphériques qui peuvent leur être associés... et de regarder directement l'évolution de ces prix implicites (Griliches (1961), Griliches & Adelman (1961), Rosen (1974)).

Une autre utilisation de cette approche est classique en théorie financière et sert pour les valorisations par arbitrage. Les biens élémentaires sous-jacents aux biens existant sur le marché sont par exemple les zéro-coupons (titre délivrant une unité de numéraire à un terme donné) si on s'intéresse aux obligations, les titres contingents élémentaires (titre délivrant une unité de numéraire à un terme donné sous des conditions données) si on s'intéresse à des titres plus complexes comme des options.

Dans le premier sous-paragraphe, nous présentons cette décomposition des biens en leurs caractéristiques et décrivons le comportement du consommateur. Diverses situations doivent être distinguées selon les nombres relatifs de biens sur le marché et de caractéristiques sous-jacentes. Cette description de l'hypothèse de marché "complet" est menée dans le sous-paragraphe deux. Finalement nous examinons dans le troisième sous-paragraphe, la modification de la demande face à l'introduction d'un nouveau produit à un prix donné. Ceci permet en particulier de voir quels sont les produits, qui vont à ce prix disparaître du marché, et de proposer des mesures et évolution de prix corrigées de cet effet nouveau produit. Nous pouvons aussi discuter quel nouveau produit devrait naturellement introduire un monopole et à quel niveau pourrait être fixé son prix. La présentation de cette partie est essentiellement théorique et a principalement pour but de montrer que pour diverses questions [modifications des biens, évolution de la demande, calcul des indices de prix...] l'approche par caractéristiques apparaît incontournable.

i) Description des biens et comportement du consommateur

a) <u>Le programme du consommateur</u>

Il existe sur le marché divers biens $j = 1,\dots,J$. Chacun d'entre eux est repérable par des caractéristiques quantitatives de divers types $k = 1,\dots,K$ (par exemple la capacité mémoire pour un micro-ordinateur, la quantité de calories, de protéines,... pour un bien alimentaire, les flux versés dans chaque état pour un titre contingent). Fixant des unités pour chacune de ces caractéristiques, chaque bien peut-être vu comme un "panier" de caractéristiques:

(1) $(a_{1j}, \ldots, a_{Kj})$,

où a_{kj} désigne la quantité de caractéristique k correspondant à une unité de bien j.

Un consommateur disposant d'un panier de consommation en biens $j = 1,\ldots,J$, soit $x = (x_1,\ldots, x_J)'$ dispose donc d'un panier de consommation de caractéristiques $y = (y_1,\ldots,y_K)'$, avec:

$$y_k = \sum_{j=1}^{J} a_{kj}\, x_j \ , \ k = 1,\ldots,K,$$

(2) $$y = Ax,$$

où A est la matrice de taille (K,J), d'éléments a_{kj}. Cette matrice est appelée matrice technologique de consommation par Lancaster et ses coefficients sont dans la suite pris strictement positifs. [Cette hypothèse peut cependant être relachée pour certains des résultats établis ci-dessous].

Nous supposons dans la suite que l'utilité du consommateur dépend des quantités des caractéristiques sous-jacentes, qu'il détient. Ainsi nous considérons:

$$u(y) = u(y_1,\ldots,y_K) = u(Ax).$$

Ses préférences sur les biens disponibles sur le marché dérivent donc de préférences sur les caractéristiques sous-jacentes. Ce transport des préférences suppose connue de chacun d'entre eux une matrice de coefficients A. Sa fonction de demande obtenue en maximisant l'utilité sous la contrainte de budget s'obtient en résolvant le problème:

$$\max_{x} u(Ax)$$

$$p'x = R,$$

$$x \geq 0 \ ,$$

où $p = (p_1,\ldots,p_J)'$ est le vecteur des prix des biens disponibles sur le marché.

Les conditions du premier ordre (sans prise en compte de la contrainte de positivité, que nous discuterons dans le sous paragraphe suivant) sont:

$$\underset{(J,K)}{A'}\ \underset{(K,1)}{du[Ax]/dy} - \lambda p = 0 \ ,$$

$$p'x = R.$$

Un exemple:

A titre d'illustration et pour mener complètement les calculs, considérons le cas d'une utilité quadratique: $u(y) = \alpha'y - 1/2\ y'\Omega y$. Nous avons: $du/dy = \alpha - \Omega y$ et donc:

$$A'\alpha - A'\Omega Ax - \lambda p = 0,$$

$$p'x = R.$$

Supposons la matrice A de plein rang J (ce point sera rediscuté ultérieurement), nous tirons:

$$x = (A'\Omega A)^{-1}\ A'\alpha - \lambda(A'\Omega A)^{-1}\ p,$$

et, tenant compte de la contrainte de budget, nous obtenons l'expression du multiplicateur de Lagrange:

$$-\lambda = \frac{R-p'(A'\Omega A)^{-1}A'\alpha}{p'(A'\Omega A)^{-1}p}.$$

La fonction de demande est donc:

$$(3) \qquad x=(A'\Omega A)^{-1}A'\alpha+\frac{R-p'(A'\Omega A)^{-1}A'\alpha}{p'(A'\Omega A)^{-1}p}(A'\Omega A)^{-1}p,$$

et conduit aux quantités de caractéristiques:

$$(4) \qquad y=A(A'\Omega A)^{-1}A'\alpha+\frac{R-p'(A'\Omega A)^{-1}A'\alpha}{p'(A'\Omega A)^{-1}p}A(A'\Omega A)^{-1}p.$$

b) L'ensemble des paniers de caractéristiques réalisables

Nous avons dans le paragraphe précédent explicité les conditions du premier ordre associées au comportement du consommateur, lorsque les quantités retenues de chacun des biens disponibles sur le marché sont positives. Il s'agit évidemment du problème examiné sous sa forme panier de biens. Il est aussi intéressant d'étudier directement le problème en terme de panier de caractéristiques. Avec cette approche le problème s'écrit:

$$\max_{y}\ u(y)$$

sous $\quad y \in \mathscr{E},$

où $\mathscr{E}$ est l'ensemble des paniers de caractéristiques réalisables. Cet ensemble $\mathscr{E}$ est l'image par l'application linéaire A de l'ensemble convexe D = {x : x ≥ 0, p'x ≤ R}, et est de ce fait un polyèdre convexe. A titre d'illustration, nous pouvons considérer un exemple proposé par Lancaster, dans lequel J = 3, K = 2, p =(1,1,1)', R = 1,

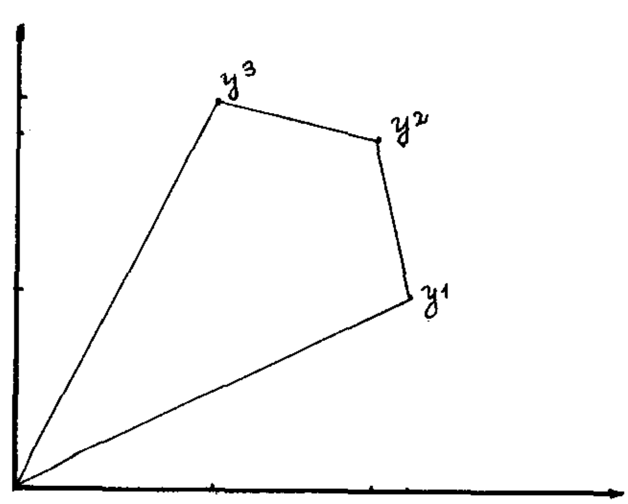
$$A=\begin{vmatrix} 2 & 1.8 & 1 \\ 1 & 1.8 & 2 \end{vmatrix}.$$

En terme de biens les paniers réalisables x appartiennent au convexe D engendré par les points extrêmes:

$$\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Par transformation par l'application linéaire A, cet ensemble induit un ensemble de paniers de caractéristiques réalisables, qui est le convexe $\mathscr{E}$ engendré par:

$$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1.8\\1.8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}.$$



On constate que dans le domaine des caractéristiques, le problème d'optimisation est assez différent des problèmes usuels. En effet l'ensemble $\mathscr{E}$ admet une frontière non différentiable. Lorsqu'on cherche à se placer sur une courbe d'indifférence de niveau maximal, cette dernière doit être "tangente" à la partie supérieure de la frontière. Sauf dans des cas de "mesure nulle", ceci implique que l'optimum est atteint pour l'un des paniers extrêmes y^1, y^2, y^3.

Ainsi lorsque les paramètres de l'utilité varient, on constate l'existence de trois régimes en terme de caractéristiques, bien que les fonctions de demande évoluent de façon plus continue en terme de biens disponibles sur le marché. Ces régimes peuvent être vus comme permettant de classer (à revenu donné) les consommateurs en trois sous-groupes, selon qu'ils demandent y_1, y_2, y_3. Cette approche par caractéristique conduit ainsi de façon naturelle à mettre en évidence une segmentation du marché.

De façon analogue nous pourrions considérer un exemple où le nombre de caractéristiques est supérieur au nombre de biens sur le marché. Prenons un cas: J = 2, K = 3, p = (1,1)', R = 1,

$$A=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\\ 1 & 1\end{vmatrix}.$$

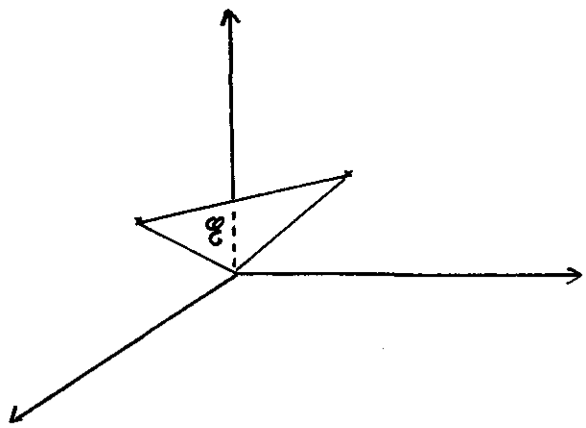
L'ensemble $\mathscr{E}$ est le convexe de R^3 engendré par les vecteurs

$$\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$$

et est donc une partie stricte d'un sous-espace dont la dimension deux est strictement inférieure au nombre de caractéristiques. La recherche de la courbe d'indifférence permettant d'atteindre le niveau d'utilité maximal sur les paniers de caractéristiques réalisables, conduit alors à n'écrire que deux conditions de tangence, en fait

$$A' \, du(y)/dy - \lambda p = 0 \, .$$

Dans ce cas également nous voyons s'introduire un certain nombre de solution en "coin", induisant une segmentation du marché.



Ces deux exemples d'école montrent l'importance d'une introduction de l'hétérogénéité des consommateurs. Faisant dépendre la fonction d'utilité de paramètres θ, il est possible:

- d'étudier comment se modifie le comportement de demande avec la valeur de θ, c'est à dire le passage d'une solution en coin à une autre solution en coin;
- d'introduire un continuum de consommateurs, i.e. un continuum de valeurs de θ, et d'examiner la répartition de ces consommateurs sur les divers paniers de caractéristiques possibles.

ii) Prix implicites

a) Existence de prix implicites

Les expressions des demandes ont été dérivées sans tenir compte des contraintes de positivité sur les quantités. La propriété ci-dessous précise l'effet de ces contraintes.

Propriété Soit u une fonction strictement croissante concave, s'il existe une solution x du problème d'optimisation avec des composantes strictement positives, il existe un vecteur q de taille K, de composantes strictement positives tel que $p = A'q$.

Preuve: Nous donnons rapidement une preuve dans le cas où la fonction d'utilité est différentiable. Soit $\hat{x}$, $\hat{\lambda}$ une solution du problème d'optimisation avec $\hat{x}$ de composantes strictement positives. Nous savons alors que les solutions satisfont les conditions du premier ordre et que $\hat{\lambda}$ est strictement positif. Nous avons donc:

$$A' \, du[A\hat{x}]/dy = \hat{\lambda} p$$

$$\Leftrightarrow \quad p = A' \, 1/\hat{\lambda} \, du[A\hat{x}]/dy.$$

Il suffit de poser $q = 1/\hat{\lambda} \, du[A\hat{x}]/dy$, et d'utiliser la croissance stricte de la fonction u pour déduire le résultat.

Q.E.D.

Comment interpréter un tel vecteur q ? On peut le voir comme donnant des prix pour les caractéristiques sous-jacentes: q_k étant le prix de l'unité k. Le vecteur q n'étant pas forcément unique, on ne peut en général reconstituer de façon non ambiguë les prix de caractéristiques sous-jacentes à partir des prix des biens.

Dans la suite nous désignons par

(5) $\mathscr{E}(p,A) = \{q : q \in \Re^{k}, q > 0, A'q = p\}$,

l'ensemble de ces prix implicites admissibles.

Nous déduisons de la preuve de la propriété que cet ensemble s'écrit aussi:

$$\mathscr{E}(p,A) = \{1/\hat{\lambda} \, du[A\hat{x}]/dy + \mathrm{Ker}\, A'\} \cap (R^{+*})^{k}.$$

On notera que l'existence de prix sous-jacents ne résulte pas de conditions d'absence d'opportunité d'arbitrage, argument habituellement évoqué dans les applications financières. Elle est ici conséquence du comportement d'optimisation du consommateur et de l'hypothèse sous-jacente que sa demande sera satisfaite. L'argument ne dépend d'ailleurs pas du nombre de consommateurs introduit; dans le cas de n consommateurs, on aurait $A'du_i[A\hat{x}_i]/dy = \hat{\lambda}_i p$, où i est l'indice du consommateur et le résultat est valable dès que $\hat{x}_i$ a ses composantes strictement positives pour au moins un des consommateurs.

Si nous utilisons cette forme du prix, $p = A'q$, qui est valable dès que les biens sont effectivement présents et vendus sur le marché et nous plaçons dans l'exemple de l'utilité quadratique, nous voyons que:

$$\Omega^{\frac{1}{2}}y=\Omega^{\frac{1}{2}}A(A'\Omega A)^{-1}A'\alpha+\frac{R-q'A(A'\Omega A)^{-1}A'\alpha}{q'A(A'\Omega A)^{-1}A'q}\Omega^{\frac{1}{2}}A(A'\Omega A)^{-1}A'q,$$

où $\Omega^{\frac{1}{2}}$ est la racine positive de la matrice Ω.

Si nous introduisons la matrice $P_A = \Omega^{1/2}A\ (A'\Omega A)^{-1}\ A'\Omega^{1/2}$, projecteur orthogonal sur les colonnes de $\Omega^{1/2}A$ pour le produit scalaire associé à Ω et posons $\alpha^* = \Omega^{-1/2}\alpha$, $q^* = \Omega^{1/2}q$, nous obtenons:

$$y^*=\Omega^{\frac{1}{2}}y=P_A\alpha^*+\frac{R-q^{*\prime}P_A\alpha^*}{q^{*\prime}P_Aq^*}P_Aq^*,$$

$$(6)\qquad y^*=P_A\{\alpha^*-\frac{q^{*\prime}P_A\alpha^*}{q^{*\prime}P_Aq^*}q^*\}+\frac{RP_Aq^*}{q^{*\prime}P_Aq^*}.$$

Si nous considérons divers consommateurs, dont les fonctions d'utilité sont telles que $\alpha_i = \theta_i\bar{\alpha}$, $\theta_i > 0$, $\Omega_i = \Omega$, et les revenus R_i, nous avons:

$$y_i^*=\Omega_iP_A\{\bar{\alpha}^*-\frac{q^{*\prime}P_A\bar{\alpha}^*}{q^{*\prime}P_Aq^*}q^*\}+R_i\frac{P_Aq^*}{q^{*\prime}P_Aq^*}.$$

L'ensemble des paniers de caractéristiques optimaux est un convexe de dimension un engendré par les deux paniers:

$$P_A\{\bar{\alpha}^*-\frac{q^{*\prime}P_A\bar{\alpha}^*}{q^{*\prime}P_Aq^*}q^*\}\quad,\quad\frac{P_Aq^*}{q^{*\prime}P_Aq^*}.$$

b) Niveau d'utilité

A l'optimum le niveau d'utilité atteint est:

$u^* = \text{Max } \{u[Ax], \text{ pour } x \geq 0, \ p'x = R\}$

$\quad = \text{Max } \{u[Ax], \text{ pour } x \geq 0, \ q'Ax = R\}$,

où q est l'un des prix implicites admissibles. On constate que le niveau optimal ne dépend pas du prix implicite admissible considéré.

Afin d'expliciter les résultats, nous pouvons nous replacer dans le cas de l'utilité quadratique. A l'optimum la valeur de l'utilité quadratique est:

$$\begin{aligned} u^* &= \alpha' y - 1/2 \ y'\Omega y \\ &= \alpha^{*\prime} \ \Omega^{1/2} y - 1/2 (\Omega^{1/2} y)' (\Omega^{1/2} y) \\ &= \alpha^{*\prime} y^* - 1/2 \ y^{*\prime} y^*, \end{aligned}$$

où :

$$y^* = P_A\left(\alpha^* - \frac{q^{*\prime} P_A \alpha^*}{q^{*\prime} P_A q^*} q^*\right) + \frac{R P_A q^*}{q^{*\prime} P_A q^*} \ ,$$

est combinaison de deux vecteurs orthogonaux $P_A q^*$ et

$$P_A\left(\alpha^* - \frac{q^{*\prime} P_A \alpha^*}{q^{*\prime} P_A q^*} q^*\right) .$$

Nous en déduisons donc:

$$\begin{aligned} u^* &= \alpha^{*\prime} y^* - 1/2 \ y^{*\prime} y^* \\ &= (P_A \alpha^*)' y^* - 1/2 \ y^{*\prime} y^* \end{aligned}$$

$$= \left\{P_A\left(\alpha^* - \frac{q^{*\prime} P_A \alpha^*}{q^{*\prime} P_A q^*} q^*\right) + \frac{q^{*\prime} P_A \alpha^*}{q^{*\prime} P_A q^*} P_A q^*\right\}' y^* - 1/2 y^{*\prime} y^*$$

$$= \left\| P_A\left(\alpha^* - \frac{q^{*\prime} P_A \alpha^*}{q^{*\prime} P_A q^*} q^*\right) \right\|^2 (1 - 1/2)$$

$$+ \| P_A q^* \|^2 \left(\frac{R q^{*\prime} P_A \alpha^*}{(q^{*\prime} P_A q^*)^2} - 1/2 \frac{R^2}{(q^{*\prime} P_A q^*)^2} \right),$$

$$u^*=1/2\|P_A(\alpha^*-\frac{q^{*\prime}P_A\alpha^*}{q^{*\prime}P_Aq^*}q^*)\|^2$$
$$+\frac{R}{\|P_Aq^*\|^2}(q^{*\prime}P_Aq^*-1/2R)\ .$$

Le choix d'une fonction d'utilité quadratique s'il facilite les calculs présente évidemment l'inconvénient de ne correspondre à une fonction d'utilité croissante que sous certaines contraintes relatives aux quantités demandées. Ceci se retrouve au niveau de l'utilité indirecte u^* qui n'a de sens que sur un domaine contraint de valeurs des prix et du revenu. Ce domaine est celui pour lequel la fonction u^* est croissante de R, c'est à dire correspond à:

$$R \leq q^{*\prime}\ P_A\ q^*.$$

Le niveau maximal, tout revenu possible, que peut atteindre un individu est alors:

$$\underset{R}{Max}\ u^*=1/2\|P_A(\alpha^*-\frac{q^{*\prime}P_A\alpha^*}{q^{*\prime}P_Aq^*}q^*)\|^2+1/2\|P_Aq^*\|^2,$$
$$\underset{R}{Max}\ u^*=1/2\|P_A\alpha^*\|^2.$$

Ce niveau est naturellement indépendant des prix.

c) Marchés complets - marchés incomplets

Les contraintes entre prix observés p et prix implicites q admettent diverses interprétations selon les nombres respectifs J et K de biens sur le marché et de caractéristiques.

Si $J < K$, il n'est pas possible de reconstituer de façon unique à partir des prix p les prix implicites sous-jacents q. En fait on sait seulement que ces prix (fictifs car les caractéristiques ne sont a priori pas échangées sur un marché) sont tels que

$A'q = p,$

$q \geq 0,$

donc qu'ils sont contraints à appartenir à un domaine convexe sous ensemble d'un espace de dimension K - J. Ce cas correspond à l'idée classique de marché incomplet.

Si J = K, on peut reconstituer de façon unique les prix sous-jacents $q = (A')^{-1} p$, et chaque caractéristique peut être, si les éléments de la matrice $(A')^{-1}$ sont positifs, assimilée à un panier de biens échangeables sur le marché, donc fictivement être aussi considérée comme échangeable.

Si J > K, il y a aussi sous la condition de la propriété possibilité de reconstitution unique des prix implicites q. De plus la condition va entraîner des contraintes linéaires entre les prix des biens échangeables. Ainsi si nous introduisions le temps en supposant la composition A fixe, nous verrions que $p_t = A'q_t$, donc que $Bp_t = 0$ pour toute matrice B vérifiant $BA' = 0$, d'où des relations stables entre prix observés. Ces derniers cas J = K, J > K correspondent à l'idée usuelle de marchés complets.

La distinction marché complet - marché incomplet vient d'être discutée en terme de prix. Il peut être intéressant aussi de la préciser en terme de paniers réalisables, c'est à dire en terme de quantités. En effet on assimile souvent la notion de marché complet à la possibilité de reconstituer à partir des biens disponibles sue le marché tout panier de caractéristiques. Une telle condition s'écrit:

$$\forall\, y \in (R^+)^K \;\exists\, x \in (R^+)^J \text{ tel que } y = Ax.$$

Pour qu'une telle condition soit satisfaite, il faut clairement que $J \leq K$. Cette condition d'ordre n'est cependant pas suffisante du fait des contraintes de positivité sur les composantes de x [On ne peut acheter à découvert les biens disponibles]. Cette propriété apparait immédiatement sur l'exemple développé en i) b), où l'ensemble $\mathscr{E}$ est très contraint. On note en particulier que l'existence de trois biens sur le marché pour seulement deux caractéristiques ne signifie nullement que l'un de ces biens soit redondant, puisqu'au contraire chacun d'entre eux apparaît demandé par une classe de consommateurs.

iii) Introduction d'un produit nouveau

a) Introduction sans modification des prix des autres biens

Considérons un nouveau produit d'indice J+1, pouvant être vu comme un panier du même ensemble de caractéristiques: $(a_{1,J+1},\dots,a_{K,J+1})$, et notons $\bar{A}$ la matrice (K,J+1) donnant les compositions des divers biens. Soit $\bar{p} = (p',p_{J+1})'$ le vecteur des prix de ces biens. Nous savons qu'avant l'introduction du produit J+1 les marchés existent et correspondent à des demandes non nulles, donc d'après la propriété:

$$\exists\ q,\ q > 0 :\quad p = A'q.$$

Après introduction deux cas peuvent se produire:

$$\nexists\ \bar{q}\ ,\quad \bar{q} > 0 :\qquad \bar{p} = \bar{A}'\bar{q},$$

ou $$\exists\ \bar{q}\ ,\quad \bar{q} > 0 :\qquad \bar{p} = \bar{A}'\bar{q}.$$

Dans le premier cas, les consommateurs ont réajusté leur demande et ces réajustements les conduisent à ne plus demander certains biens existant, qui disparaissent du marché, ou à refuser le nouveau bien introduit. Dans le second cas tous les biens sont demandés et il y a généralement modification de l'ensemble des prix implicites associés.

On notera également que dans certains cas ceci modifie la répartition des consommateurs en divers segments. Reprenons ainsi l'exemple i) b) et introduisons au prix $p_4 = 1$ un nouveau bien de composition:

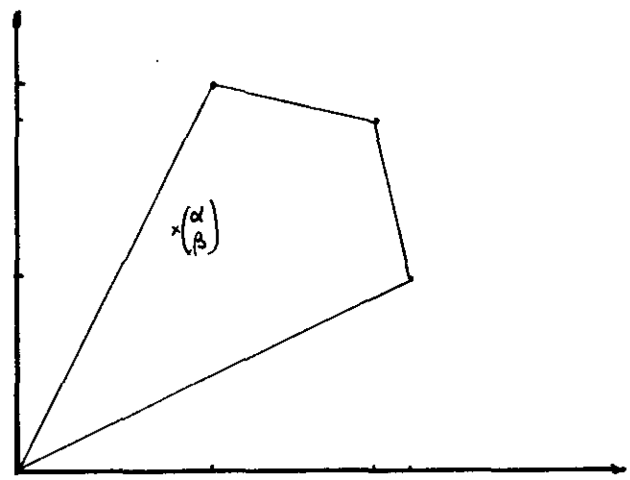
$$\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}.$$

Les paniers de caractéristiques réalisables appartiennent au convexe $\overline{\mathscr{E}}$ engendré par

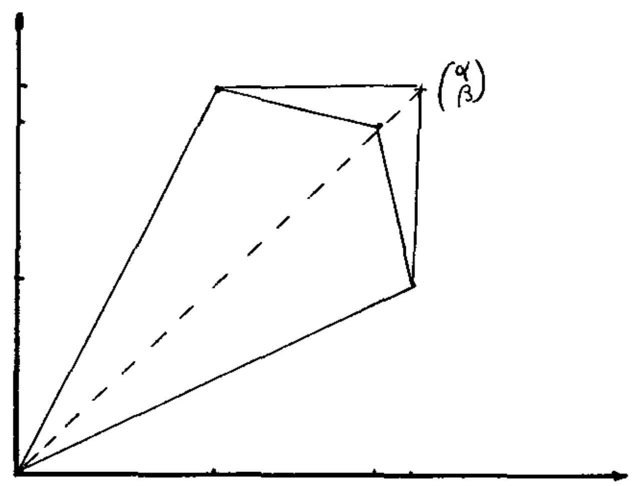
$$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1.8\\1.8\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}.$$

La nouvelle classification dépend alors de la composition comparée du nouveau bien par rapport aux précédents. Nous considérons ci-dessous quatre cas:

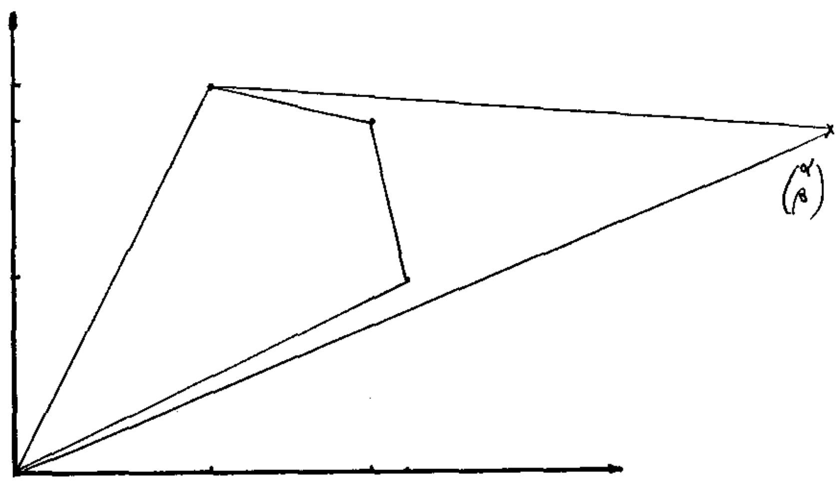
Dans le premier le nouveau bien introduit appartient à l'intérieur du convexe $\mathscr{E}$. Il est redondant et ne sera pas demandé.



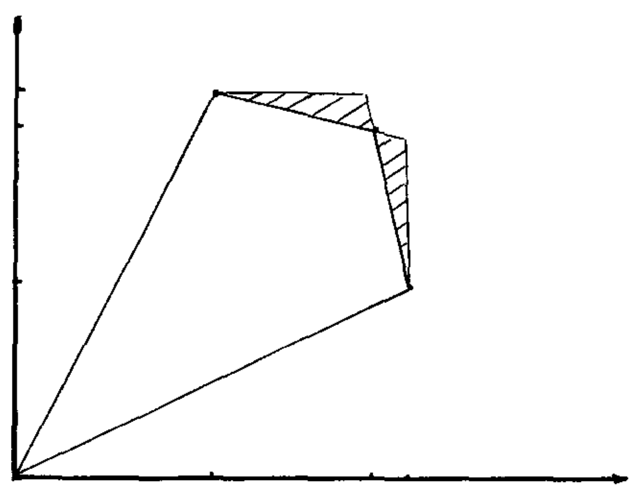
Dans le second, son introduction rend non compétitif l'un des biens précédemment disponible. Ici de façon claire, le nouveau bien est identique à l'ancien bien 2, mais moins cher.



L'introduction du bien 4 peut aussi conduire à la disparition de plusieurs biens, conduisant alors à une concentration du marché et à la diminution du nombre de classes de consommateurs.



Finalement son introduction peut servir à accroître partiellement les possibilités de choix des consommateurs. Ceci se produit lorsque le nouveau bien appartient à la zone hachurée de la figure ci desous



b) Comportements de monopole

Considérons une situation avec J biens disponibles sur le marché, de prix p_j, $j = 1,\ldots,J$, de compositions résumées par la matrice A. Considérons alors une entreprise souhaitant introduire un nouveau bien. Comment doit elle choisir le nouveau bien à introduire et à quel prix doit elle le proposer ? La réponse à cette question dépend évidemment de sa situation actuelle sur le marché: offre-t-elle ou non déjà certains des biens disponibles? Si oui, il s'agit en fait d'une recherche optimale de gamme de produits et elle doit prendre garde aux substitutions que peuvent faire les consommateurs: l'introduction de son nouveau produit peut en effet diminuer la demande de l'un de ses produits déjà existant. Dans le second cas, il s'agit de la pénétration d'un nouveau marché. Les questions sont alors différentes, puisqu'à court terme toutes les substitutions potentielles concernent d'autres agents.

Dans les deux cas, cette entreprise doit cependant s'attendre à des réactions des autres offreurs et il est donc nécessaire de préciser l'importance et la combativité de sa pénétration. Veut elle ou non éviter que d'autres offreurs disparaissent ? Veut elle ou non éviter que les biens actuellement sur le marché voient leurs prix modifiés ? Veut elle ou non prendre sa part de marché de façon uniforme sur les autres intervenants ?

Dans ce sous-paragraphe nous n'essaierons pas de traiter tous ces problèmes, mais simplement nous présenterons un comportement possible. Ceci permet de mettre en évidence la spécificité du comportement monopolistique lorsque les préférences des consommateurs portent sur les quantités de caractéristiques sous-jacentes (Shaked & Sutton (1982), Feenstra & Levinsohn (1991), Pakes & McGuire (1991)).

Nous nous plaçons dans une optique de court terme. Nous supposons rigides à court terme les prix des biens disponibles sur le marché avant l'introduction du nouveau produit. Nous désignons par a_{J+1} sa composition, par p_{J+1} son prix. Si l'entreprise connaît la demande des consommateurs en terme de caractéristiques, elle connaît aussi la demande en terme de biens disponibles sur le marché. Nous désignons par:

$$d_{J+1}\ [A,\ a_{J+1},\ p,\ p_{J+1}],$$

la demande pour le bien J+1, lorsque sa composition est a_{J+1}, son prix p_{J+1}, et que les autres biens disponibles sont caractérisés par A,p. Dans une optique de monopole, l'entreprise doit alors fixer la composition du nouveau produit a_{J+1} et le prix p_{J+1} de façon à maximiser son gain:

$$(7)\qquad \max_{a_{J+1},\,p_{J+1}}\ p_{J+1}\ d_{J+1}[A,a_{J+1},p,p_{J+1}]\ -c[a_{J+1},\ d_{J+1}(A,a_{J+1},p,p_{J+1})]$$

où $c[a_{J+1},\ d_{J+1}]$ désigne le coût de constitution de d_{J+1} unités du nouveau produit de composition a_{J+1}. Ce programme diffère de la description classique de comportement d'un monopole sur au moins deux aspects:

i) il y a recherche optimale non seulement du prix (et de la quantité produite), mais aussi de la composition du nouveau bien;

ii) pour que le problème ait un sens il faut implicitement supposer l'existence de deux marchés: celui sur lequel peuvent intervenir les consommateurs et sur lequel sont essentiellement échangés les biens composites $j = 1,\ldots,J$; un second marché où peuvent intervenir les entreprises (mais pas les consommateurs) et où peuvent pratiquement être échangées les caractéristiques, quitte ensuite à ce qu'il y ait des coûts de composition supplémentaire.

Cette segmentation des marchés peut être illustrée dans notre application par le fait que seuls les agents de taille importante ont un réel accès aux marchés étrangers. Ils apparaissent alors comme les intermédiaires adaptant au mieux les biens existant sur ces autres marchés aux demandes et préférences des consommateurs russes. De façon analogue, sur les marchés financiers, on peut considérer que le marché des SICAV est facilement ouvert aux ménages, mais qu'il est plus difficile pour eux d'intervenir directement sur les marchés d'actions et d'obligations dans leur ensemble.

L'introduction du produit nouveau conduit à modifier l'ensemble les prix possibles des caractéristiques. Il est tel que:

$$\mathscr{E}^* = \{q : A'q = p,\ a'_{J+1}q = p_{J+1},\ q > 0\}$$

et est donc inclus dans l'ensemble $\mathscr{E} = \{q : A'q = p,\ q > 0\}$. L'introduction du nouveau bien réduit en partie l'indétermination sur les prix des caractéristiques.

Le comportement que nous venons de décrire suppose les prix rigides à court terme et donc un ajustement de l'offre. On pourrait évidemment tenir le raisonnement symétrique et supposer que l'offre $x_1,\dots,x_J$ des biens sur le marché est rigide à court terme et que les prix de ces biens peuvent s'ajuster. Il faudrait alors prendre en compte la demande des consommateurs du type:

$$d^*_{J+1}\ [A,\ a_{J+1},\ x,\ p_{J+1}],$$

en supposant qu'au moment de l'introduction du nouveau bien c'est le prix qui est annoncé (et non la quantité mise sur le marché). Le programme à résoudre est alors:

$$\max_{a_{J+1},\,p_{J+1}}\ p_{J+1}\ d^*_{J+1}[A,a_{J+1},x,p_{J+1}]\ -c[a_{J+1},\ d^*_{J+1}(A,a_{J+1},x,p_{J+1})] \tag{8}$$

Il y a dans ce cas modification des prix $p_1,\dots,p_J$ après introduction du nouveau bien, donc modification de l'ensemble correspondant des prix des caractéristiques.

c) Mesures de l'évolution des prix

Dans des situations où les biens mis sur le marché changent rapidement en nombre et en composition, il est impossible de mesurer les évolutions de prix par les méthodes traditionnelles fondées sur des indices de prix de type Laspeyres, par exemple. De tels indices ne peuvent en effet être appliqués qu'à des biens de composition stable, ce qui dans notre contexte conduit naturellement à faire jouer un rôle spécifique aux caractéristiques implicites sous-jacentes. Plutôt que des indices de type Laspeyres, nous utilisons dans notre présentation des indices fondés sur les gains d'utilité, c'est à dire des indices de pouvoir d'achat. Ceux-ci prennent en compte les substitutions qu'effectuent les agents face à une modification de prix. De plus pour simplifier nous nous plaçons dans le cadre d'un consommateur représentatif.

Nous considérons deux situations, disons deux dates t,t+1. Les biens effectivement sur le marché aux deux dates sont en nombres respectifs J_t, J_{t+1}, de compositions A_t , A_{t+1}, de prix p_t, p_{t+1}. Soit un consommateur dont la fonction d'utilité est u_t, u_{t+1} respectivement à chacune des dates et les revenus sont R_t, R_{t+1}. Nous désignons par $x_t(J,A,q,R)$, la fonction de demande de l'agent à la date t face à J biens sur le marché de composition A, de prix p = A'q, lorsqu'il a un revenu R. Les indices sont construits en essayant de décomposer les modifications de niveaux d'utilité atteints aux deux dates, c'est à dire en examinant le rapport:

$$\frac{u^*_{t+1}}{u^*_t}=\frac{u_{t+1}[A_{t+1}x_{t+1}(J_{t+1},A_{t+1},q_{t+1},R_{t+1})]}{u_t[A_t x_t(J_t,A_t,q_t,R_t)]},$$

avec: $q_t \in \mathscr{E}[p_t,\ A_t]$, $q_{t+1} \in \mathscr{E}[p_{t+1},\ A_{t+1}]$. Ce rapport est évidemment calculé pour chaque couple de prix implicites (q_t, q_{t+1}) possible, mais on constate facilement qu'il est en fait indépendant des représentations choisies. Cette propriété ne sera cependant plus satisfaite dans les indices décomposés que nous allons maintenant introduire. Les modifications de niveau d'utilité résultent:

de modifications de préférences (passage de u_t à u_{t+1}),

de modifications de biens en nombre et en composition (passage de J_t, A_t à J_{t+1},A_{t+1}),

de modifications de prix (passage de q_t à q_{t+1}),

de modifications de revenus (passage de R_t à R_{t+1}).

Il existe de nombreuses façons de décomposer le rapport pour faire apparaître ces effets. Nous donnons ci-dessous l'une d'entre elles:

$$u^*_{t+1}/u^*_t = I_t(J,A)\ I_t(q)\ I_t(R)\ I_t(u),$$

avec:

$$I_t(J,A) = \frac{u_t[A_{t+1}x_t(J_{t+1},A_{t+1},q_t,R_t)]}{u_t[A_t x_t(J_t,A_t,q_t,R_t)]},$$

$$I_t(q) = \frac{u_t[A_{t+1}x_t(J_{t+1},A_{t+1},q_{t+1},R_t)]}{u_t[A_{t+1}x_t(J_{t+1},A_{t+1},q_t,R_t)]},$$

$$I_t(R) = \frac{u_t[A_{t+1}x_t(J_{t+1},A_{t+1},q_{t+1},R_{t+1})]}{u_t[A_{t+1}x_t(J_{t+1},A_{t+1},q_{t+1},R_t)]},$$

$$I_t(u) = \frac{u_{t+1}[A_{t+1}x_{t+1}(J_{t+1},A_{t+1},q_t,R_{t+1})]}{u_{t+1}[A_{t+1}x_t(J_{t+1},A_{t+1},q_{t+1},R_{t+1})]}.$$

Le premier indice mesure la variation d'utilité due à la modification des biens se trouvant sur le marché [aussi bien des effets qualité, rationnement ou extension de la variété de biens disponibles sur le marché], le second les variations dues aux prix... Il est évidemment nécessaire ici de travailler avec les prix q et non directement avec les prix p. En effet regarder directement l'évolution des prix $p_t \rightarrow p_{t+1}$ ne permettrait pas de séparer ces deux effets composition - prix, et conduirait à des prévisions d'évolution de prix très biaisées. Ecrire comme ceci est naturel la décomposition précédente pose cependant une difficulté. En effet si $u_t^*[A_t x_t(J_t,A_t,q_t,R_t)]$ est indépendant du représentant choisi dans $\mathscr{E}_t$, il n'en est pas de même de $u_t[A_{t+1}x_t(J_{t+1},A_{t+1},q_t,R_t)]$ par exemple. Les divers indices décomposés $I_t(J,A)$, $I_t(q)$, $I_t(R)$, $I_t(u)$ dépendent de ces choix, et n'ont pas de valeurs uniques dès que l'un des marchés de la date t ou de la date t+1 est incomplet. Ainsi on ne peut donner, sauf hypothèse additionnelle forte, de valeur unique pour l'indice de prix. On peut cependant borner celui-ci en calculant les deux quantités:

$$\underline{I}_t(q) = I_t(\underline{q_t},\underline{q_{t+1}}) = \underset{\substack{q_t \in E_t \\ q_{t+1} \in E_{t+1}}}{Min}\ I_t(q_t,q_{t+1}),$$

$$\overline{I}_t(q) = I_t(\overline{q}_t,\overline{q}_{t+1}) = \underset{\substack{q_t \in E_t \\ q_{t+1} \in E_{t+1}}}{Max}\ I_t(q_t,q_{t+1}).$$

Les ensembles $\mathscr{E}_t$, $\mathscr{E}_{t+1}$ étant des polyèdres convexes, les solutions de ces minimisation et maximisation sont en général atteintes en un sommet, donc en un système unique $(\underline{q}_t, \underline{q}_{t+1})$, $(\bar{q}_t, \bar{q}_{t+1})$ respectivement. Se plaçant dans les deux cas extrêmes d'évolution de prix, on peut en déduire de façon non ambiguë les évolutions correspondantes des autres indices, par exemple:

$$\underline{I}_t(J,A) = \frac{u_t[A_{t+1}x_t(J_{t+1}, A_{t+1}, \underline{q}_t, R_t)]}{u_t[A_t x_t(J_t, A_t, \underline{q}_t, R_t)]}.$$

La démarche précédente privilégie ce qui concerne l'évolution des prix. On pourrait de façon analogue privilégier les changements de composition des produits en cherchant les valeurs minimale et maximale possibles pour $I_t(J,A)$, ce qui normalement conduit au choix d'autres sommets pour q_t, q_{t+1}.

Bibliographie

Anderson S., De Palma A., Thysse F. (1989) "Demand for Differentiated Products, Discrete Choice Models and the Characteristics Approach", Review of Economic Studies,56.

Arkin V.I., Evstigneev I.V. (1987) "Stochastic models of control and economic dynamics", Academic Press.

Artus P., Kaabi M. (1991) "Dépenses publiques, progrès technique et croissance" D.T. Caisse des dépôts et consignations.

Aukutsionek S.P. (1992) "Equilibrium in a planned economy and problems of transition to the market", Economics and Mathematical Methods N°3, (in russian).

Becker G.S. (1965) "A theory of the Allocation of Time", Economic Journal, Vol.75.

Bénard J. (1987) "Socialist incentive schemes and price planning" D.T. CEPREMAP.

Berry S., Levinsohn J., Pakes A. (1993) "Automobile Prices in Market Equilibrium", NBER N°4264.

Bonin J.P. (1979) "Employment Policies for the Multiperiod Monopolist-Monopsonist with Implications for Macroeconomic Control" in Green, Scheinkman (eds).

Calvo G.A. (1991) "From Centrally-planned to Market Economies: the Road from CPE to PCPE" NBER Working Paper N°3698.

Dana R-A, Florenzano M., Le Van C., Levy D.(1989) "Production Prices and General Equilibrium Prices", J. of Mathematical Economics, 18.

Dana R-A, Florenzano M., Le Van C., Levy D.(1989) "Asymptotic Properties of a Leontief Economy", J. of Economic Dynamics and

Control, 13.

Feenstra R., Levinsohn J. (1991) "The Characteristics Approach and Oligopoly Pricing", Mimeo.

Gouriéroux C., Peaucelle I. (1990) "Révélation des objectifs des firmes industrielles", D.T. CEPREMAP.

Grandmont J-M, Laroque G. (1991) "Economic dynamics with learning: Some instability examples" in "Equilibrium theory and applications", Cambridge University Press.

Green J.R.& Scheinkman J.A. (1979) (eds) "General Equilibrium, Growth and Trade" Academic Press.

Gregory P. & Stuart R. (1990) "Soviet Economic Structure and Performance", Harper Collins.

Griliches Z. (1961) "Hedonic Price Indexes for Automobiles", NBER Price Statistics of the Federal Government.

Griliches Z. , Adelman I. (1961) "On an Index of Quality Change", Journal of the American Statistical Association, Vol.56.

Heal G.M. (1973) "The Theory of Economic Planning", North-Holland/American Elsevier.

Hildenbrand W. & Radner R. (1979) "Stochastic Stability of Market Adjustment in Disequilibrium" in Green, Scheinkman (eds).

Kantorovitch L.V. (1963) "Calcul économique et utilisation des ressources", Dunod.

Kantorovitch L.V., Makarov V.L. (1984) "Les prix et l'efficacité de la production", Economie et méthodes mathématiques, N°1.

Kondratieff N.D. (1992) "Les grands cycles de la conjoncture", Economica, Paris.

Krass I.A. (1976) "Les modèles mathématiques de la dynamique économique", Moscou, (en russe).

Laffont J.J. (1985) "Incitations dans les procédures de planification", Annales de l'INSEE N°56.

Lancaster K. (1971) "Consumer Demand", Columbia University Press.

Maltsev G.N., Materov I.S., Urison Ya.M., Sherbinkin V.V. (1991) "A model of the Soviet economy under the conditions of transition to the market", Economics and Mathematical Methods N°6, (in russian).

Maskin E., Tirole J.(1988a) "A Theory of Dynamic Oligopoly I: Overview and Quantity Competition with Large Fixed Costs", Econometrica, 56.

Maskin E., Tirole J.(1988b) "A Theory of Dynamic Oligopoly II: Price Competition, Kinked Demand Curves, and Edgeworth Cycles", Econometrica, 56.

Ortuno-Ortin I, Roemer J.E., Silvestre J. (1990) "Market socialism", W.P.University of California, N°355-356.

Pakes A., McGuive P. (1991) "Computation of Markov Perfect Nash Equilibria I: Numerical Implications of a Dynamic Differentiated Product Model", NBER.

Peaucelle I. (1992) "Théories de la dynamique économique dans les années vingt en Russie", Revue Française d'Economie, N°4.

Petrakov N. (1983) "Impact des proportions planifiées des volumes sur le système des prix", Economie et Méthodes Mathématiques, N°2, (en russe).

Petrov A. (1990) "Mathematical Modelling of Transition Processes in Economy", W.P. Computer Center of Academy of Sciences of the USSR.

Picard P. (1979) "Procédures et modèles de planification décentralisée" , Economica.

Polterovitch V.M. (1978) "Trajectoires d'équilibre de la croissance économique" dans "Méthodes d'analyse fonctionnelle dans l'économie mathématique", Moscou, (en russe).

Polterovitch V.M., Henkin G.M. (1989) "Evolutionary model of economic growth", Economics and Mathematical Methods N°3, (in russian).

Polterovitch V.M. (1979) "Effective Equilibrium Growth and Continuous Planning", Economics and Mathematical Methods, V.15, N° 4, (en russe).

Polterovitch V.M. (1991) "Rationing, Queues, and Black Markets", W.P. CEMI, Russian Academy of Sciences.

Rosen S. (1974) "Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition", Journal of Political Economy, 82.

Sah R.K. (1987) "Queues, Rations, and Market: Comparisons of Outcomes for the Poor and the Rich", The American Economic Review, Vol.77, N°1.

Sargent T. (1979) "Macroeconomic Theory", Academic Press.

Sargent T. (1987) "Dynamic Macroeconomic Theory", Harvard Univ.Press.

Semenov S.M., Chatirenko Iu.P. (1989) "La réforme du salaire", Moscou, (en russe).

Shaked A., Sutton J. (1982) "Relaxing Price Competition through Product Differentiation" Review of Economic Studies, 49.

Stahl D., Alexeev M. (1985) "The Influence of Black Markets on a Queue-Rationed Centrally Planned Economy", Journal of Economic Theory, 35.

Trenenkov E.M. (1986) "L'organisation de la rémunération du travail des ouvriers et des employés", Moscou, 1986.

Trofimov G.Yu. (1991) "Temporary equilibrium and rolling planning", Economics and Mathematical Methods, V.27, N° 2, (en russe).

Tugan-Baranovsky (1921) "Social Foundations of Cooperation", Petrograd, (in russian).

Vanek, J. (1970) "The general Theory of Labor-Managed Market Economies", Cornell University Press.

Vanek, J. (1971) "The Participating Economy", Cornell University Press.

Vorobiev N.N. (1985) "Théorie des jeux", Moscou (en russe).

Ward, B. (1958) " The Firm in Illyria -Market Syndicalism", American Economic Review, 48, 566-589.

Weisskopf T.E. (1992) "Democratic Self-management: an alternative approach to economic transformation in the former Soviet Union", W.P. University of Michigan, August.

Younes Y. (1972) "Indices prospectifs quantitatifs et procédures décentralisées d'élaboration des plans", Econometrica, vol.40, N°1.