

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ  
ПРЕОБРАЗОВАНИИ ПРИ ПЕРЕХОДЕ  
ПРЕДПРИЯТИИ К РЫНКУ

Христиан ГУРЬЕРУ <sup>1</sup>

Вера ГУСЕВА <sup>2</sup>

Ирина ПОСЕЛЬ <sup>3</sup>

Апрель 1994

<sup>1</sup>(CEPREMAP, CREST, Париж)  
<sup>2</sup>(ВГТУ, С.-Петербург)  
<sup>3</sup>(CEPREMAP, CNRS, Париж)

# MODELISATIONS DES TRANSFORMATIONS ECONOMIQUES

## Résumé

Christian GOURIEROUX, Vera GOUSSEVA, Irina PEAUCELLE

Dans ce travail nous traitons par modélisation le problème de la transition des économies planifiées de façon centralisée vers des économies de marché. De toutes les facettes de la transition nous avons privilégié l'analyse des modifications liées au processus de production, et l'étude des conséquences du désengagement de l'Etat dans la gestion directe des entreprises.

Le premier chapitre concerne le changement de critère de gestion des entreprises. Trois modèles abordent de diverses manières ce phénomène. Le deuxième chapitre est consacré à la transformation du processus de production lié à la libéralisation des prix. Un modèle s'applique à la transformation de l'offre sous l'effet de modifications des prix. Un autre cherche à expliquer les évolutions différenciées de secteurs contraints à s'adapter à la demande des ménages.

Le troisième chapitre pose les problèmes du financement des entreprises. Ce sujet est abordé par l'analyse de modèles, construits par des économistes russes.

Le quatrième chapitre porte sur la formation et la gestion des stocks par des entreprises monopolistiques. Le modèle cherche par quelles interventions l'Etat peut freiner ce comportement des firmes.

L'étude des préférences des consommateurs est le sujet du cinquième chapitre. On y examine le problème de comportement des consommateurs quand de nouveaux produits apparaissent sur le marché.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ПРЕДПРИЯТИИ К РЫНКУ

### Аннотация

В работе рассмотрены проблемы моделирования процессов, вызванных переходом от плановой экономики к рыночной. При этом выделены аспекты, связанные с управлением производством и с последствиями разгосударствления.

Работа состоит из 5 глав. В первой главе на базе трех моделей рассмотрено изменение критериев управления предприятиями.

Вторая глава посвящена переходным процессам, связанным с либерализацией цен. Здесь предложены две динамические модели, одна из которых – имитационная.

В третьей главе речь идет о финансировании предприятий, и в ней анализируются работы российских экономистов.

Четвертая глава посвящена проблеме управления запасами. С помощью нелинейной динамической модели изучается возможность влияния государства на поведение предприятия-монополиста.

Изучение предпочтений потребителей – тема пятой главы. Изучается проблема поведения потребителей при появлении на рынке новой продукции.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИИ  
ПРИ ПЕРЕХОДЕ ПРЕДПРИЯТИИ К РЫНКУ

Введение	3
Глава I. Изменение целевых функций предприятий	9
1. Прибыль – заработная плата	9
2. Изучение сравнительной статистики: сравнение монополистического поведения предприятий в плановой и неплановой ситуациях	17
3. Поведение монополистов и их целевые функции	19
Глава II. Секторные модели перехода с либерализацией цен	27
1. Динамическая модель леонтьевского типа	27
2. Двухсекторная модель динамического равновесия	33
Глава III. Изменение способа финансирования предприятий	57
1. Модель краткосрочного равновесия	57
2. Эволюционные модели	61
Глава IV. Формирование и управление запасами	71
1. Конкурентная ситуация	72
2. Неконкурентная ситуация	80
3. Динамический анализ нелинейности	84
Глава V. Поведение потребителя при появлении новой продукции	100
1. Описание товаров и поведения потребителя	101
2. Условные цены	106
3. Внедрение нового продукта	111
Заключение	120
Библиография	128

## ВВЕДЕНИЕ

Эта работа посвящена проблеме, широко обсуждаемой в последние годы в экономической литературе, проблеме перехода от централизованно управляемой экономики к экономике, управляемой децентрализованно, именуемой рыночной. Существует множество подходов к этой проблеме, мы остановили свой выбор на моделировании со всеми его достоинствами и недостатками. Наша цель - построить модели, позволяющие получить возможные траектории развития экономики, исходя из централизованной (каковой была экономика России до 1985 года) после внедрения децентрализованного механизма управления. Мы не претендуем на создание глобальной экономической модели, учитывающей все существенные факторы, но скорее желаем представить частные модели.

Из всех граней перехода мы выделяем анализ изменений, связанных с процессом производства. В этом плане мы интересуемся главным образом последствиями отказа государства от прямого централизованного управления производством и распределением. Мы не изучаем здесь способы такого разгосударствления, не пытаемся объяснить, как осуществить выбор между различными способами приватизации. Зато мы предлагаем исследование изменений, связанных с некоторыми процессами, порожденными разгосударствлением. Более тонкие исследования, касающиеся финансовой политики центрального банка, реформ в области социальной защиты, продажи предприятий, ... могут стать объектом дальнейших исследований.

Типы вопросов, на которые мы намереваемся дать ответ, таковы:

Может ли рыночная экономика повлиять на изменение существующей структуры производства с чрезмерно развитым сектором тяжелой индустрии ?

Децентрализация принятия решения влечет за собой изменение критериев управления. Каковы могут быть краткосрочные и долгосрочные последствия таких изменений?

Централизация и концентрация средств производства в некоторых секторах очень существенна. Переход к рыночной

экономике сопровождается из-за этого монополистическими формами конкуренции. Какими могут быть воздействия на инфляцию и объем продукции этой устойчивости монополии?

Модели планирования в централизованной экономике предполагают, что правительство определяет и реализует цели, касающиеся потребления и производства всех других участников. С концептуальной точки зрения управление централизованной экономикой (именуемой "командной"), по меньшей мере в кратковременном аспекте, походит на управление одной фирмой. В обоих случаях речь идет о разработке детальной программы действий всех участников системы, чтобы достичь результата, наилучшего из возможных, в соответствии с заданными целями и при фиксированных ценах и заработной плате. Однако цели плановика существенно отличаются от простой максимизации прибыли, часто преследуемой на уровне фирмы.

В долговременном динамическом аспекте планирование часто связано с разработкой плановиком оптимальной траектории роста. Задача одного "всемогущего плановика" огромна по своей сложности (хотя и достаточно проста, чтобы быть представленной в компактной модели). Во-первых, трудности появляются при сборе на централизованном уровне достоверной информации. Во-вторых, инструменты обработки информации в целях прогнозирования и решения динамических экономических проблем очень большой размерности в прошлом были неудовлетворительны. Невозможность для центра реально и эффективно контролировать процессы производства и распределения широко дискутируется в западной литературе (Benard (1987), Heal (1973), Younes (1972), Gregory & Stuart (1990), ...).

В дальнейшем мы будем использовать термин равновесие для обозначения оптимальных состояний экономического механизма при существовании нескольких лиц, принимающих решения<sup>1</sup>. Равновесием, в частности, является ситуация, когда ни один из

---

<sup>1</sup>В динамических моделях роста можно найти определение траекторий равновесия, где существует однако лишь одно лицо, читают цены, именуемые равновесными, позволяющие достичь в процессе максимизации пропорционального роста продукции, существующей в начале процесса.

участников не ищет изменений, и которая соответствует оптимуму по Парето.

Модель состояния экономики после процесса перехода соответствует децентрализованной экономике, так как она учитывает автономность решений экономических агентов и равновесна. Модели равновесия описывают чаще всего поведение в рамках чистой конкуренции, когда цены и заработная плата меняются в зависимости от спроса и предложения. Известно, что рыночное равновесие дает эффективное решение для управления ресурсами. Известно также, что реальные рынки не являются "чистыми", и даже если бы они были таковыми, они были бы спорными с точки зрения оптимальности (полезность, стабильность, справедливость). Вот почему экономическая теория изучает часто оптимумы второго ранга, каковые суть состояния, становящиеся приемлемыми с точки зрения общественных соображений, благодаря вмешательству институциональных ограничений на чисто либеральное функционирование рынка.

Равновесие в динамической модели часто представимо как следствие временных равновесий. Но такое представление "запрещает" анализ больших проектов, так как последние выводят траекторию роста из равновесного тренда. Действительно, переход из одного состояния равновесия к другому во времени не допускает простой адаптации цен в долгосрочном процессе, так как цены могут обеспечить лишь краткосрочное соответствие между ресурсами. Показано, например (Grandmont & Laroque (1991)), что децентрализованная адаптация агентов к среде может породить важные внутренние колебания, трудно интерпретируемые в терминах макроэкономического равновесия. Моделирование такого поведения агентов ведет к изучению нелинейных сложных траекторий, не позволяющих осуществить простой прогноз равновесной экономической динамики.

Мы прекрасно отдаем себе отчет в специфических ограничениях каждой из моделей, описывающих принципы использования ресурсов и труда, идет ли речь об оптимуме с позиций планирующего или о равновесии конкурентного рынка, но мы используем их тем не менее, чтобы выявить и проанализировать методологические сложности, связанные с моделированием перехода от одного состояния к другому. Методологические

сложности отражают частично истинные сложности перехода в экономике.

Мы приводим примеры некоторых подходов, используемых различными авторами для трактовки процесса перехода к рынку. Так, мы анализируем в работе несколько моделей, созданных или разрабатываемых российскими исследователями. Они отличаются друг от друга экономическими характеристиками, поставленными на первый план в моделях перехода, способами учета реакции при взаимодействии спроса и предложения и динамикой поведения.

Но главным образом мы представляем различные другие модели, которые делают особый упор на динамический аспект.

Для нас переходная фаза соответствует переходу из состояния, в котором находится экономика в данный момент к состоянию или траектории искомой, каковой является децентрализованное равновесие. Переход сопровождается "неравновесиями", которые должны быть достаточно гибко управляемы. Для экономиста-теоретика поиск переходов от одной траектории к другой сопровождается анализом вариантов с наименьшими издержками, то есть без проявления крайних ситуаций (инфляции, общего спада занятости, производства или потребления).

## ПЛАН РАБОТЫ

В работе описываются модели равновесия, учитывающие различные преобразования. Рассмотрены пять сюжетов, которые показали нам существенными в контексте перехода к рыночной экономике в России. Для каждого из сюжетов предложены специфические модели, акцентирующие различные методологические аспекты: динамический и статический, краткосрочный и долгосрочный...

Первая глава – "Изменение целевых функций предприятий" – в первую очередь анализирует последствия для экономической структуры изменения поведения предприятий, а точнее, изменения их целей управления. В действительности, в плановой системе поле

для маневра предприятий не было слишком широким: реализовать план, чтобы иметь об'ем заработной платы, достаточный для обеспечения полной занятости и предусмотренный бюджетом Государства. Зато в рыночной экономике предприятие максимизирует, в принципе, свою прибыль, вкладывает средства в производство, платит заработную плату, исходя из величины полученной им добавленной стоимости. Такая проблема изменения целей проанализирована в нашей работе, в первую очередь, сравнением об'емов занятости и производства предприятий, действующих в условиях конкуренции и в условиях монополии. Мы анализируем затем динамическую модель, изучая переход от максимизации прибыли к максимизации добавленной стоимости, отнесенных к затраченному капиталу. Последняя целевая установка характерна для самоуправляемых предприятий. Третья модель описывает различия в динамике развития монополистических предприятий, имеющих разные целевые установки.

Вторая глава посвящена изменению процесса производства, связанному с либерализацией цен. После краткого представления многосекторной качественной модели, разработанной российскими экономистами, эта тема рассматривается на двух динамических моделях. Одна модель изучает изменение предложения под воздействием изменения цен. Другая модель призвана об'яснить различия в развитии более или менее капиталоемких секторов, вынужденных адаптироваться к потребительскому спросу (вместо заказов Государства и Плана). Имитации развития, представленные в этом параграфе, основаны на последней модели.

Третья глава ставит проблему финансирования предприятий. Эта тема связана с анализом моделей, созданных российскими экономистами. Мы выделяем этот аспект трансформации, невнося личного вклада, с целью указать на его важность. Речь идет о моделях "скользящего планирования", сходящегося к долгосрочному динамическому равновесию и о моделях "эволюции", со сценариями политики "шоковой терапии" и "социалистической приватизации", как в краткосрочной, так и долгосрочной перспективе.



Четвертая глава – "Формирование и управление запасами". Чрезмерная централизация и концентрация производства в России на малом числе больших предприятий привела к установлению этими предприятиями (частными или самоуправляемыми) монополий после внедрения автономного управления. При этом, во-первых, в предвидении либерализации и роста цен на продукцию своей отрасли монополии формируют запасы продукции со спекулятивной целью, не учитывая платежеспособность спроса. Аспект мнимого падения производства мы и анализируем в нашей модели. Сценарии развития симитированы с использованием этой динамической модели. Во-вторых, запасы формируются из устаревшей, с точки зрения потребителя, продукции, и они продолжают формироваться еще длительное время пока функционирует предприятие с устаревшей технологией.

Изучение предпочтений потребителя – тема пятой главы. Это единственная в работе тема, не связанная со сферой производства. Здесь мы представляем модель, позволяющую анализировать и понять поведение потребителей перед лицом новой продукции.

В работу представлены численные результаты, опирающиеся на реализацию двух из описанных ранее моделей. Из-за нехватки месячных данных по российской экономике, мы были вынуждены придти к фиксации параметров, калибруя их на некоторые значения экономических агрегатов базового периода.

## ГЛАВА I. ИЗМЕНЕНИЕ ЦЕЛЕВЫХ УСТАНОВОК ПРЕДПРИЯТИЯ

Переход к рынку, и даже простое исчезновение директивного централизованного планирования, ведет к изменению поведения предприятий. Так, они изменяют почти мгновенно критерии своего управления.

В этой главе мы представим модели, в которых предприятия меняют свою целевую функцию. Первая модель, взятая из Гурьеру и Посель (1990) изучает значимость для предприятия выбора той или иной пропорции между прибылью и заработной платой.

### 1. ПРИВЫЛЬ – ЗАРАБОТНАЯ ПЛАТА

Управление фирмой покоится практически на выборе различных критериев, относящихся, например, к прибыли, пропорциям прибыль–заработная плата, об'ему рынков. Однако, в моделях, описывающих поведение предприятия, придерживаются главным образом одного из этих критериев. Так, в нормативных моделях, описывающих децентрализованную экономику, таковым является максимум прибыли и он используется независимо от того, как при этом та или иная экономическая теория описывает поведение других агентов. Ясно, что преобладающий критерий управления может меняться во времени и с изменением отношений между экономическими агентами. Именно такие фазы изменений интересуют нас здесь .

Кроме критерия максимизации прибыли, в литературе иногда рассматриваются и другие цели управления. Например, теории, описывающие поведение фирм, в которых капитал принадлежит работающим на ней, или фирм с участием трудящихся в их управлении (Туган-Барановский (1921), Ward (1958), Vanek (1970,1971)), выбирают критерием добавленную стоимость (условно–чистый продукт) на одного работающего или на единицу капиталовложения.

Фирмы такого типа отличаются от традиционных участием рабочих в управлении и в разделе прибыли. Их целевая установка учитывает одновременно массу заработной платы и прибыли, то есть глобально величину добавленной стоимости.

Производственные кооперативы или самоуправляемые фирмы существуют в обществе, где рынок (экзогенный) труда практически отсутствует. Доход работающих при этом определен разделом величины добавленной стоимости, где относительная часть заработной платы не фиксируется предельными условиями.

Мы намереваемся изучить условия перехода от одного критерия к другому, то есть от поведения, основывающегося на максимизации величины прибыли к поведению, базирующемуся на максимизации величины добавленной стоимости на единицу капиталовложений или переходе в обратном направлении.

Целевая функция, рассматриваемая в нашей модели, является наиболее простой, позволяющей описать смешанную стратегию капиталистических и самоуправляемых фирм.

#### i) Модель

Полагаем, что лицо, принимающее решение, заведомо заинтересовано в "результатах" предприятия через прибыль или величину реализованной добавленной стоимости. Его поведение описывается посредством задачи динамической оптимизации, где целевая функция учитывает две составляющие: прибыль и массу заработной платы, отнесенные к располагаемому капиталу, одновременно для настоящего времени и для будущего. Эта оптимизация производится при различных ограничениях, описывающих технологию и изменения капитала от одного периода к другому.

Как обычно в анализе таких моделей, необходимо ограничить степень их сложности: выбирать между возможностью изменения цели во времени, введения динамики, описания замены внутри периода или между периодами и упрощенной задачей, которая позволит вычленишь легко интерпретируемые отношения.

Такие упрощения сделаны на уровне целевой функции, производственной функции и антисипаций фирмы. Так, например, мы ограничиваемся рассмотрением безошибочных антисипаций и исключаем монополистическое поведение.

Модель включает различные переменные, описывающие об'емы и цены:

$K_t$  – капитал, вложенный в предприятие в момент времени  $t$ ,

$L_t$  – используемое количество труда,  
 $I_t$  – средства производства (иные, кроме труда),  
 $Q_t$  – количество продукции,  
 $C_t$  – прибыль, реализуемая в конце периода и не используемая  
вновь в будущем производстве.

Цены средств производства и выходного продукта соответственно обозначены  $q_t$ ,  $p_t$ , заработная плата обозначена  $w_t$ . Мы имеем следующие равенства:

$$(1) \quad K_t = w_t L_t + q_t I_t,$$

описывающее использование капитала для оплаты труда и средств производства,

$$(2) \quad p_t Q_t = K_{t+1} + C_t,$$

определяющее распределение производства между прибылью и суммой вновь включенной в производство,

$$(3) \quad Q_t = g(L_t, I_t),$$

описывающее процесс производства (форма этой функции будет уточнена позднее).

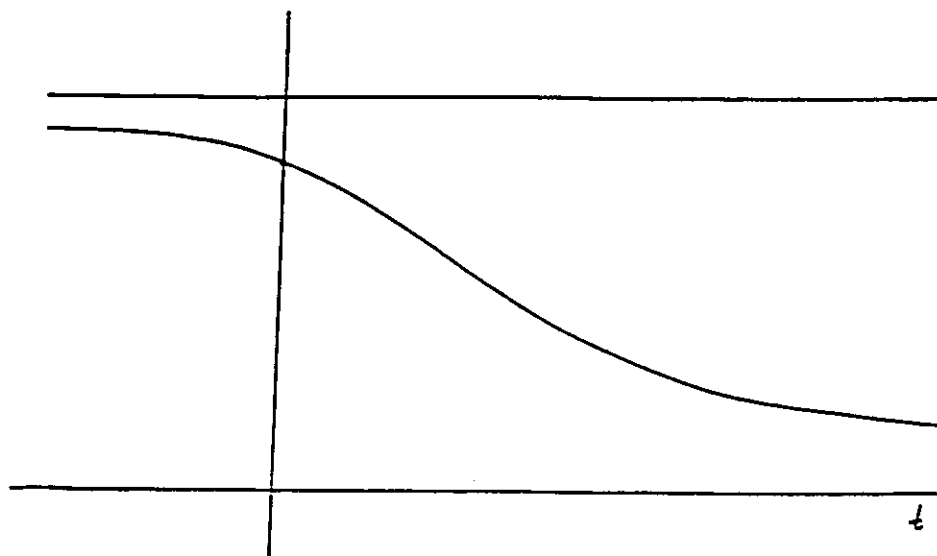
Мы сознательно используем производственную функцию не меняющуюся во времени, и, в частности, мы не учитываем явления аккумуляции капитала. Представляется желательным сделать здесь такое упрощающее допущение, ввиду того, что мы интересуемся главным образом краткосрочной динамикой, для которой процессы аккумуляции могут быть опущены. Таким образом не следует интерпретировать  $I_t$  как "капиталовложение", это количество должно скорее рассматриваться как относящееся к средствам производства, иным, нежели труд.

Наконец, целевая функция вводится как отношение прибыли и массы заработной платы к капиталу предприятия. В момент времени  $t$  она представима в виде:

$$(4) \quad L_t = \sum_{h=0}^{\infty} \rho^h \frac{C_{t+h} + \alpha_t w_{t+h} L_{t+h}}{K_{t+h}},$$

где  $\rho$  уровень психологического дисконтирования, а  $\alpha_t$  дает соотношение между двумя составляющими величины добавленной стоимости. Если  $\alpha_t = 0$ , мы имеем традиционную целевую функцию, соответствующую максимизации суммы прибыли, если  $\alpha_t = 1$  — целевая функция соответствует максимизации величины добавленной стоимости на инвестированный капитал.

Решение этой задачи позволяет в любой момент найти оптимальные значения  $L_t^*$ ,  $I_t^*$ ,  $C_t^*$ ,  $Q_t^*$ ,  $K_t^*$ . Так как производственная функция не содержит динамического аспекта, эти величины являются главным образом функциями  $\alpha_t$  и последовательности цен. Таким образом, динамика изменения целевой функции приводит к изменению динамики экономических переменных. Мы не обсуждаем детально способа фиксации изменения  $\alpha_t$ . Можно, например, посмотреть последствия изменения целевой функции чисто экзогенным способом, например, выбрав для  $\alpha_t$  функцию времени, представляющую две асимптоты для  $\alpha_t = 0$  и для  $\alpha_t = 1$  согласно следующей схеме (например, логистическую функцию  $\alpha_t = 1 - \frac{1}{1 + \exp(-at+b)}$ ).



Она позволяет описать переход от режима максимизации величины добавленной стоимости к режиму максимизации прибыли.

Другой способ может заключаться в представлении этого коэффициента распределения как функции предшествующих значений экономических переменных, то есть  $\alpha_t$ , зависящее от величин  $L_{t-1}^*$ ,  $I_{t-1}^*$ ,  $C_{t-1}^*$ ,  $Q_{t-1}^*$ ,  $K_{t-1}^*$ ...

## ii) Решение

Мы должны теперь разрешить задачу динамической оптимизации. Мы сформулируем условия первого порядка таким образом, чтобы выявить некоторые простые отношения между переменными, которые позволят затем осуществить первый описательный анализ перехода от одного режима к другому и скорости этого перехода.

Можно переписать модель, выявив контролируемые переменные  $(L_{t+h}, I_{t+h}, h > 0)$ . Тогда задача приобретает вид:

$$\text{Max}_{L, I} \sum_{h=0}^{\infty} \rho^h \frac{-K_{t+h+1} + p_{t+h} Q_{t+h} + \alpha_t w_{t+h} L_{t+h}}{K_{t+h}}$$

$$\text{при } \begin{cases} Q_{t+h} = g(L_{t+h}, I_{t+h}), \\ K_{t+h} = w_{t+h} L_{t+h} + q_{t+h} I_{t+h}. \end{cases}$$

Получаем:

$$\text{Max}_{L, I} \sum_{h=0}^{\infty} \rho^h \frac{-w_{t+h+1} L_{t+h+1} - q_{t+h+1} I_{t+h+1} + p_{t+h} g(L_{t+h}, I_{t+h}) + \alpha_t w_{t+h} L_{t+h}}{w_{t+h} L_{t+h} + q_{t+h} I_{t+h}}$$

Величины  $L_{t+h}, I_{t+h}$  с заданным  $h$  появляются в слагаемых, соответствующих индексам  $h-1$  и  $h$ .

Условия первого порядка, связанные с  $L_{t+h}, I_{t+h}$  таковы:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{K_{t+h-1}} \frac{\partial K_{t+h}}{\partial L_{t+h}} + \rho \frac{1}{K_{t+h}} \left[ -p_{t+h} \frac{\partial Q_{t+h}}{\partial L_{t+h}} - \alpha_t w_{t+h} \right] \\ - \rho \frac{\partial K_{t+h}}{\partial L_{t+h}} \frac{K_{t+h+1} - p_{t+h} Q_{t+h} - \alpha_t w_{t+h} L_{t+h}}{K_{t+h}^2} = 0, \\ \frac{1}{K_{t+h-1}} \frac{\partial K_{t+h}}{\partial I_{t+h}} + \rho \frac{1}{K_{t+h}} \left[ -p_{t+h} \frac{\partial Q_{t+h}}{\partial I_{t+h}} \right] \\ - \rho \frac{\partial K_{t+h}}{\partial I_{t+h}} \frac{K_{t+h+1} - p_{t+h} Q_{t+h} - \alpha_t w_{t+h} L_{t+h}}{K_{t+h}^2} = 0. \end{array} \right.$$

т.к.  $\frac{\partial K_{t+h}}{\partial L_{t+h}} = w_{t+h}, \quad \frac{\partial K_{t+h}}{\partial I_{t+h}} = q_{t+h},$

получаем после упрощения:

$$(5) \left\{ \begin{array}{l} \frac{K_{t+h}}{K_{t+h-1}} + \rho \left[ \frac{-p_{t+h} Q_{t+h}}{w_{t+h} L_{t+h}} \frac{\partial \log Q_{t+h}}{\partial \log L_{t+h}} - \alpha_t \right] - \rho \frac{-C_{t+h} - \alpha_t w_{t+h} L_{t+h}}{K_{t+h}} = 0, \\ \frac{K_{t+h}}{K_{t+h-1}} + \rho \left[ \frac{-p_{t+h} Q_{t+h}}{q_{t+h} I_{t+h}} \frac{\partial \log Q_{t+h}}{\partial \log I_{t+h}} \right] - \rho \frac{-C_{t+h} - \alpha_t w_{t+h} L_{t+h}}{K_{t+h}} = 0. \end{array} \right.$$

Эта система справедлива для всех индексов  $h \geq 1$  и позволяет, в частности, найти оптимальные искомые значения для момента времени  $t$ .

### iii) Замечание

Ясно, что это решение зависит от принятого  $\alpha_t$ , и поэтому полезно исследовать влияние этого коэффициента. Непосредственно из условия (5) получим статическое соотношение:

$$(6) \frac{p_t Q_t^*}{w_t L_t^*} \frac{\partial \log Q_t^*}{\partial \log L_t^*} + \alpha_t = \frac{p_t Q_t^*}{q_t I_t^*} \frac{\partial \log Q_t^*}{\partial \log I_t^*},$$

которое включает эластичности и отношения между стоимостью продукта и затратами факторов производства. При этом желательно иметь коэффициент  $\alpha_t$  в диапазоне от 0 до 1, откуда следуют условия:

$$(7) 1 \geq \frac{p_t Q_t^*}{w_t L_t^*} \frac{\partial \log Q_t^*}{\partial \log L_t^*} + \frac{p_t Q_t^*}{q_t I_t^*} \frac{\partial \log Q_t^*}{\partial \log I_t^*} \geq 0.$$

Выражения (6) и (7) могли бы быть использованы на практике для оценки типа поведения выбранного предприятия. Надо было бы для этого располагать данными, касающимися балансов предприятий и производственной функции, что позволило бы рассчитать :

$$\frac{p_t Q_t^*}{q_t I_t^*} \frac{\partial \log Q_t^*}{\partial \log I_t^*} - \frac{p_t Q_t^*}{w_t L_t^*} \frac{\partial \log Q_t^*}{\partial \log L_t^*},$$

то есть получить аппроксимацию  $\hat{\alpha}_t$ , который является параметром перехода. Можно было бы тогда увидеть, как он меняется во времени и использовать эту оценку для того, чтобы установить от каких переменных зависит  $\hat{\alpha}_t$ , установить периоды, когда существуют крайние режимы ( $\hat{\alpha}_t \neq 0$ ,  $\hat{\alpha}_t \neq 1$ ), чтобы при необходимости выявить ошибки спецификации модели (неоптимальное поведение фирм, явления агрегации), если  $\hat{\alpha}_t$  выходит существенным образом за ожидаемые границы (0,1).

В случае производственной функции с постоянной эластичностью:

$$\frac{\partial \log Q_t^*}{\partial \log L_t^*} = a, \quad \frac{\partial \log Q_t^*}{\partial \log I_t^*} = b,$$

это приводит к ограничению



$$(8) \quad a \frac{p_t Q_t^*}{w_t L_t^*} + \alpha_t - b \frac{p_t Q_t^*}{q_t I_t^*} = 0 .$$

Для двух крайних случаев выбираем значения:

$\alpha_t = 0$  (поведение, диктуемое прибылью):

$$\frac{a}{w_t L_t^*} = \frac{b}{q_t I_t^*} \Leftrightarrow \frac{q_t I_t^*}{w_t L_t^*} = \frac{b}{a} ;$$

$\alpha_t = 1$  (поведение, диктуемое добавленной стоимостью):

$$\frac{q_t I_t^*}{w_t L_t^*} = \frac{b}{a} - \frac{1}{a} \frac{q_t I_t^*}{p_t Q_t^*} .$$

Выражение (8) и его два крайних случая могут в равной мере служить базой прямого эмпирического изучения, которое в этом случае нуждается только в знании баланса. Тогда имеет смысл представить располагаемые данные в виде отношений:

$$\frac{q_t I_t^*}{w_t L_t^*} = y_t , \quad \frac{q_t I_t^*}{p_t Q_t^*} = x_t ,$$

на графике и наблюдать форму полученного облака точек. Если оно оказывается для всего периода почти параллельно оси абсцисс, можно склониться в пользу режима оптимизации прибыли, в противном случае – в пользу режима оптимизации добавленной стоимости. Более корректным способом надо было бы осуществить простую регрессию  $y_t$  на  $x_t$  (или  $x_t$  на  $y_t$ ) и посмотреть, будут ли значимыми коэффициенты регрессии.

Этот подход очевидно может быть значительно улучшен, если располагать анкетными данными о предприятиях, и тогда даже грубое использование описанного выше способа может позволить классифицировать предприятия по различным группам: остающиеся постоянно в режиме прибыли, остающиеся постоянно в режиме

добавленной стоимости, переходящие из одного режима в другой, различающиеся внутри этого класса по направлению и скорости этого перехода. Тогда было бы возможно попытаться охарактеризовать каждый из этих классов в зависимости от особенностей фирмы.

## 2. ИЗУЧЕНИЕ СРАВНИТЕЛЬНОЙ СТАТИКИ, СРАВНЕНИЕ МОНОПОЛИСТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ В ПЛАНОВОЙ И НЕПЛАНОВОЙ СИТУАЦИЯХ

Аукционек (1992) исходит из принципа, что даже в плановой системе цены не являются строго регламентированными и могут быть изменены предприятиями под влиянием спроса и предложения. Например, их цены могут быть подняты, если предприятия демонстрируют планирующему органу, что его продукция лучшего качества. Эта гипотеза позволяет вводить конкуренцию в плановую систему, что ведет, как и в рыночной системе к временному равновесию.

Рассмотрим на примере, что предполагает трансформация поведения предприятий, исходно управляемых государством. Возьмем производственную функцию типа Леонтьева  $Q = aL$ . Тогда прибыль предприятия

$$pQ - wL = (p - w/a)Q.$$

Рассмотрим случай чистой конкуренции. Максимизация прибыли при заданных ценах ведет к

$$Q = \infty, \quad \text{если } p > w/a,$$

$$Q \text{ не определено, если } p = w/a,$$

$$Q = 0, \quad \text{если } p < w/a.$$

Если  $p(Q)$  — означает обратную функцию спроса, видно, что равновесие возможно лишь в среднем из трех случаев. Тогда оптимальные цены и объемы достигаются при условии:

$$p(Q) = w/a,$$

то есть при равенстве цены и предельных затрат.

В случае монополии предприятие, которое максимизирует прибыль, достигает оптимального объема продукции и цены, отыскивая решение задачи:

$$\text{Max}_Q (p(Q) - w/a)Q,$$

где  $p(Q)$  – обратная функция спроса.

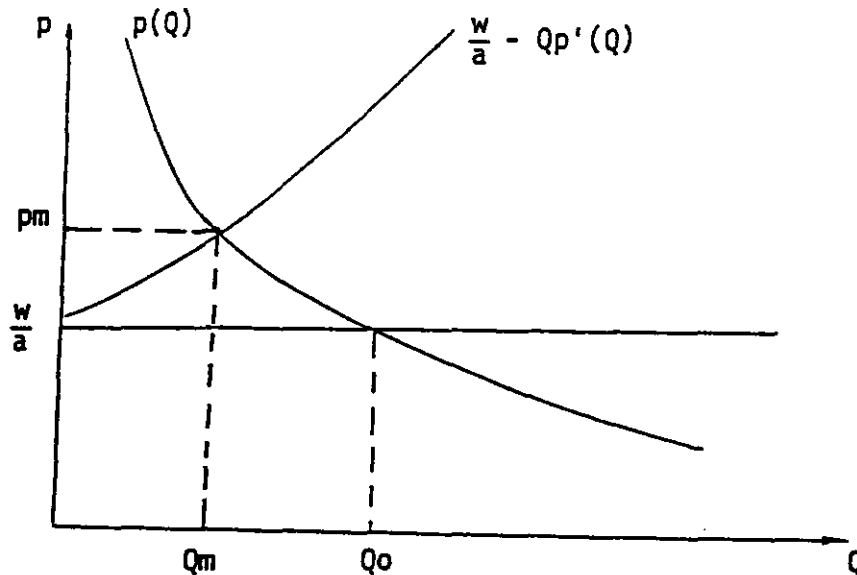
Это ведет к условию первого порядка:

$$p(Q) = w/a - Qp'(Q).$$

Так как обратная функция спроса убывающая, то  $w/a - Qp'(Q)$  больше, чем  $w/a$  и решение  $Q_m$  этого уравнения меньше такового, полученного для немонополистического случая.

В плановой системе предприятия чаще находятся в условиях монополии, нежели в рыночной. Таким образом, если предприятия максимизировали бы свою прибыль, выходные показатели в случае монополии были бы более слабыми, а цены более высокими, чем в условиях конкуренции.

Рисунок 1 Цена и об'ем производства в условиях конкуренции и монополии, случай автономных предприятий.



Предшествующие доводы являются классическими, но однако они плохо применимы к плановой ситуации. В плановой системе предприятия имеют специфическое поведение, так как они в принципе не максимизируют свою прибыль.

Предприятие выбирает часто свой об'ем продукции в границах

$$0 \leq Q \leq N,$$

где  $N$  – планируемый об'ем при максимальном использовании возможностей производства. Оно получает из госбюджета суммарную массу заработной платы  $w/a N$  и должно вернуть в бюджет совокупную стоимость своего производства. Величина, которую бюджет желает получить, соответствует запланированному об'ему производства, оцененному в рыночных ценах  $p N$ . Зная это, предприятие максимизирует свою прибыль, уменьшенную выплатами государству, то есть

$$(p - w/a)Q - (p - w/a)N = (p - w/a)(Q - N).$$

Если это предприятие продолжает вести себя как монополист его об'ем производства определяется из решения задачи:

$$\text{Max}_Q (p(Q) - w/a)(Q - N)$$

$$\text{при } Q \leq N$$

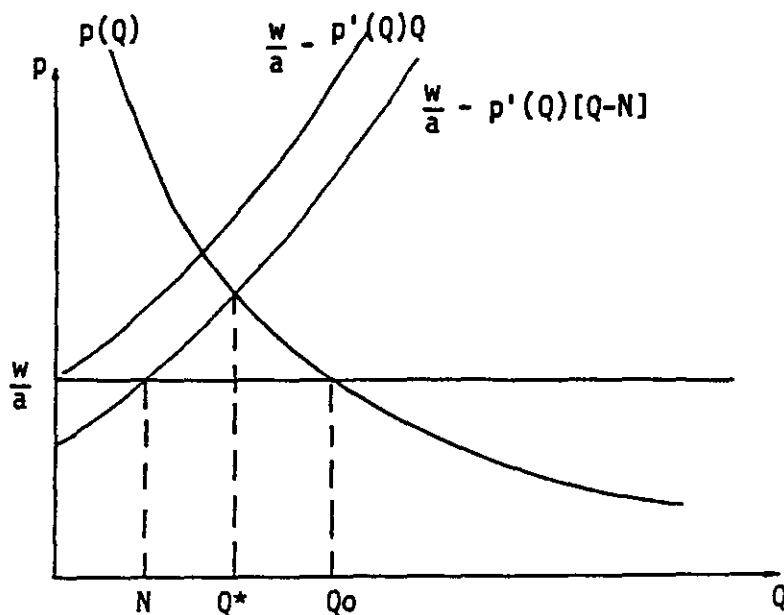
Пусть  $Q^*$  – решение уравнения :

$$w/a - p'(Q)(Q - N) = p(Q).$$

Выбранное решение зависит тогда от положения  $Q^*$ , найденного без ограничений по отношению к  $N$ . Должны быть рассмотрены два случая:

1) Если  $N$  меньше  $Q_0$  – величины конкурентной, мы имеем следующую схему:

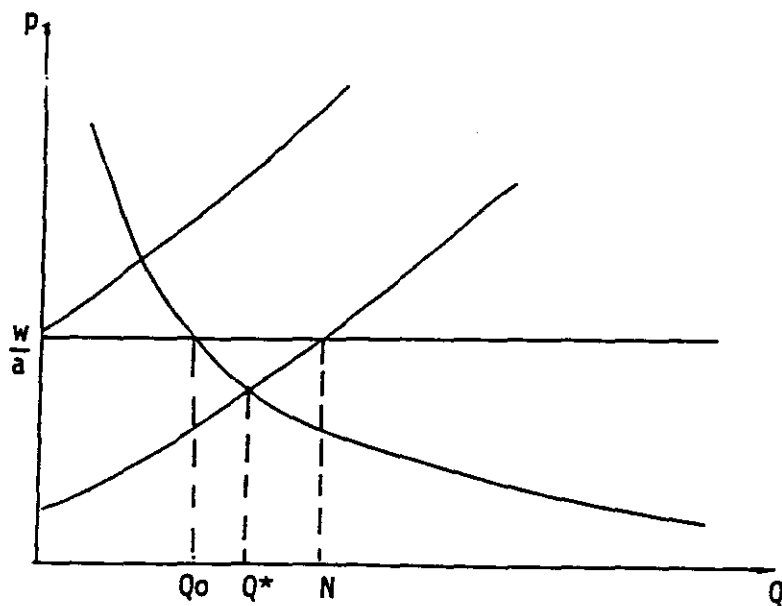
Рисунок 2. Цена и об'ем производства при конкуренции и при монополии в плановой экономике  $N < Q_0$ .



$Q^*$  больше  $N$ , тогда предприятие производит запланированный об'ем продукции  $N$ . Это меньше  $Q_0$  – конкурентного количества и может быть меньше или больше, нежели количество неконкурентное  $Q_m$ , в зависимости от вида обратной функции спроса.

2) Если  $N > Q_0$  мы имеем:

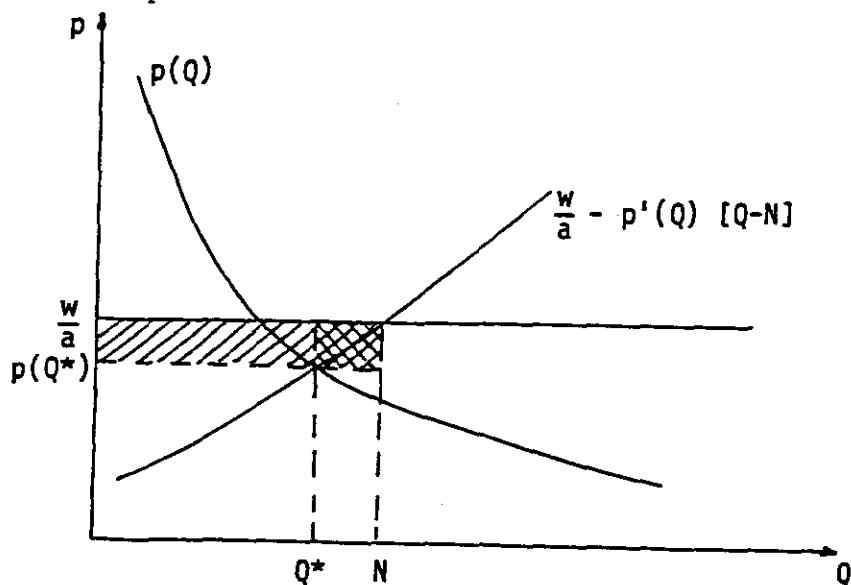
Рисунок 3. Цена и об'ем производства в условиях конкуренции и монополии в плановой экономике,  $N > Q_0$ .





Предприятие предпочитает не удовлетворять запланированному количеству  $N$ , но производит, однако, больше, нежели конкурентное  $Q_0$  и неконкурентное  $Q_m$ , определяемые без передачи государству всей своей продукции.

В последнем случае интересно изучить "прибыли", получаемые соответственно государством и предприятием. Напомним, что  $p(Q^*) < w/a$ , таким образом, реальная продажная цена меньше затрат. Кроме того, так как  $Q^* < N$ , видно, что выигрыш государства  $(p(Q^*) - w/a) \cdot N$  отрицателен, монополистический эффект приводит к субсидированию предприятия, тогда как последнее реализует чистую прибыль  $(p(Q^*) - w/a) \cdot (Q_0 - N)$ , которая положительна.

Рисунок 4. Прибыли



 : положительная прибыль предприятия;

 : отрицательный выигрыш государства.

Этот пример показывает порочный эффект планирования, не принимающего во внимание возможное монополистическое поведение предприятия.

### 3. ПОВЕДЕНИЕ МОНОПОЛИСТОВ И ИХ ЦЕЛЕВЫЕ ФУНКЦИИ

В этом параграфе мы описываем модель поведения монополий, которые выбирают в каждый момент времени объем производства,

занятость и капиталовложения оптимальным образом, в соответствии с их целевыми функциями. Динамика вводится через посредство капитала, который позволяет передачу богатства во времени. Мы выделяем различные типы фирм, согласно принятому критерию: прибыль или прибавочная стоимость.

Производственная функция каждой фирмы

$$Q_t = f(K_t, L_t),$$

где  $Q_t$  – количество продукции,

$L_t$  – об'ем занятости,

$K_t$  – капитал.

Спрос на труд (обратная функция) может быть описан:

$$L_t = g(K_t, Q_t).$$

Мы вводим также другие переменные

$w_t$  – заработная плата,

$p_t$  – цена производимой продукции,

$I_t$  – капиталовложение в момент времени  $t$ .

Мы полагаем цену капитала равной 1. Капитал удовлетворяет уравнению:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t,$$

где  $\delta$  уровень обесценивания капитала.

#### 1) Поведение при "наивной" оптимизации

Предположим, что фирмы характеризуются монополистическим поведением ( $p(Q)$  – обратная функция спроса) и могут предвидеть безошибочно (имеют идеальные антисипации). Они имеют целевые функции, учитывающие немедленную "полезность" и "полезность" в будущем с помощью переноса капитала. Они отличаются, однако, пониманием немедленной "полезности". Мы будем различать два случая, случай 1 – фирма максимизирует прибыль, случай 2 – фирма максимизирует величину добавленной стоимости. Соответственно задачи оптимизации:

$$\text{Max}_{Q_t, I_t} \pi_t + v(K_{t+1}),$$

и

$$\text{Max}_{Q_t, I_t} \pi_t + w_t L_t + u(K_{t+1}),$$

где  $v$  и  $u$  – функции полезности.

В этих задачах в каждый момент времени  $t$  переменные  $w_t$ ,  $K_t$  рассматриваются как предопределенные.

а) Оптимизация прибыли.

Формулируя задачу оптимизации для фирмы 1, мы можем написать для периода  $t$ :

$$\pi_t + v(K_{t+1}) = p(Q_t)Q_t - w_t g(K_t, Q_t) - I_t + v[(1 - \delta)K_t + I_t]$$

Максимизируя по  $I_t$  фирма 1 получает следующий уровень инвестиций  $I_t = i_1(K_t)$ , получающийся из решения уравнения:

$$(1) \quad 1 = \dot{v}[(1 - \delta)K_t + I_t].$$

Объем производства  $Q_t$  является решением уравнения:

$$(2) \quad \dot{p}(Q_t)Q_t + p(Q_t) - w_t \partial g / \partial Q(K_t, Q_t) = 0,$$

и зависит от  $w_t$ ,  $K_t$ . Мы обозначим его  $Q_t = q_1(w_t, K_t)$ .

Динамика  $K_t$ ,  $Q_t$ ,  $I_t$  при заданной заработной плате тогда определяется из :

$$(3) \quad \begin{cases} Q_t = q_1(w_t, K_t), \\ I_t = i_1(K_t), \\ K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_{t-1} = (1 - \delta)K_{t-1} + i_1(K_{t-1}). \end{cases}$$

Она порождается главным образом нелинейной динамикой капитала, откуда возможны хаотические явления.

б) Оптимизация добавленной стоимости

Целевая функция:

$$p(Q_t)Q_t - I_t + u[(1 - \delta)K_t + I_t].$$



Условие первого порядка, соответствующее капиталовложению – такое же как для первого типа фирм и, в частности, динамика капитала идентична найденной ранее. Объем производства отличен и определяется соотношением:

$$\dot{p}(Q_t)Q_t + p(Q_t) = 0,$$

то есть на уровне, не зависящем от  $w_t$  и  $K_t$ . В случае, когда рассматриваются последствия выбора целевой функции только по истечении одного периода, получается, что динамика эволюции капитала одинакова при обоих типах поведения. Представляется полезным, чтобы избежать этого типа результатов, продлить горизонт, при котором изучается доход.

## ii) Поведение оптимизации на два периода

### а) Оптимизация прибыли

Введем коэффициент корректировки  $\rho$ , и пронаблюдаем прибыль, реализуемую за два последовательных периода.

Целевая функция приобретает вид:

$$\begin{aligned} & \pi_t + \rho\pi_{t+1} + v(K_{t+2}) \\ & = p(Q_t)Q_t - w_t g(K_t, Q_t) - I_t \\ & + \rho\{p(Q_{t+1})Q_{t+1} - w_{t+1} g(K_{t+1}, Q_{t+1}) - I_{t+1}\} \\ & + v[(1 - \delta)K_{t+1} + I_{t+1}] \\ & = p(Q_t)Q_t - w_t g(K_t, Q_t) - I_t \\ & + \rho\{p(Q_{t+1})Q_{t+1} - w_{t+1} g[(1 - \delta)K_t + I_t, Q_{t+1}] - I_{t+1}\} \\ & + v[I_{t+1} + (1 - \delta)I_t + (1 - \delta)^2 K_t]. \end{aligned}$$

Эта функция зависит от экзогенных переменных  $w_t$ ,  $w_{t+1}$ ,  $K_t$  и контролируемых  $Q_t$ ,  $I_t$ ,  $Q_{t+1}$ ,  $I_{t+1}$ . Она должна оптимизироваться по 4-м переменным и требуется получить из нее выражение для первых двух составляющих:

$$Q_t = q(K_t, w_t, w_{t+1}),$$

$$I_t = i(K_t, w_t, w_{t+1}).$$

Условия первого порядка:

$$\begin{cases} \partial/\partial Q = p(\dot{Q})Q + p(Q) - w \partial g/\partial Q (K, Q) = 0, \\ \partial/\partial I_t = -1 - \rho w_{t+1} \partial g/\partial K [(1-\delta)K_t + I_t, Q_{t+1}] = 0, \\ \partial/\partial I_{t+1} = -\rho + v [I_{t+1} + (1-\delta)I_t + (1-\delta)K_t] = 0, \\ \partial/\partial Q_{t+1} = p(Q_{t+1})Q_{t+1} + p(Q_{t+1}) - w_{t+1} \partial g/\partial Q [(1-\delta)K_t \\ + I_t, Q_{t+1}] = 0. \end{cases}$$

Видно, что достигнутый уровень производства тот же, что и для горизонта 1 то есть равен  $q_1(w_t, K_t)$ . Зато уровень капиталовложений установлен с учетом будущего изменения заработной платы [решение уравнений, связанных с  $\partial/\partial I_t$  и  $\partial/\partial Q_{t+1}$ ].

Обозначим:

$$I_t = i_2(w_t, w_{t+1}, K_t) \text{ это решение.}$$

#### b) Оптимизация величины добавленной стоимости

Целевая функция получается из целевой функции предыдущего случая искусственной фиксацией заработной платы на нулевом уровне. Тогда получаем:

$$\begin{aligned} Q_t &= q_1(0, K_t), \\ I_t &= i_2(0, 0, K_t). \end{aligned}$$

#### c) Сравнение двух типов поведения

Выбор той или иной целевой функции имеет важные последствия для развития капитала, как только горизонт достаточно высок. В случае максимизации прибыли имеем:

$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + i_2(w_{t-1}, w_t, K_{t-1}),$$

а в случае максимизации величины добавленной стоимости

$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + i_2(0, 0, K_{t-1}).$$

Таким образом, максимизация прибыли влечет взаимозависимое развитие заработной платы и капитала, тогда как во втором случае развитие капитала автономно.

Исходя из этого можно легко предложить упрощенную модель перехода от режима добавленной стоимости к режиму прибыли. Достаточно во время переходной фазы все больше и больше учитывать в издержках производства массу заработной платы. Введем параметр  $\alpha_t$  для измерения этого эффекта [аналогичный подход изложен ранее], где  $\alpha_t$  — функция, возрастающая от 0 до 1. В момент оптимизации  $t$  масса заработной платы принята в пропорции  $\alpha_t$ . Выбранное капиталовложение :

$$I_t = i_2(\alpha_t w_t, \alpha_t w_{t+1}, K_t),$$

и развитие капитала дано выражением:

$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + i_2(\alpha_{t-1} w_{t-1}, \alpha_{t-1} w_t, K_{t-1}).$$

Со временем динамика цен все больше и больше влияет на динамику капитала вплоть до асимптотического приближения к динамике, характерной для максимизации прибыли.

## ГЛАВА II. СЕКТОРНЫЕ МОДЕЛИ С ЛИБЕРАЛИЗАЦИЕЙ ЦЕН

В этой главе мы интересуемся динамическими аспектами, порожденными либерализацией цен. В первом параграфе мы представляем одну из моделей, предложенную российскими экономистами. Эта модель претендует на описание явлений перехода, используя методологические механизмы и моделирование, обычно применяемые при реализации планирования. Поэтому нам представляется полезным описать такой способ и сравнить его с используемым в западных странах. Модель, соответствующая этому второму способу, описана во втором параграфе. Речь идет о двухсекторной модели, и целью анализа является изучение влияния либерализации цен (или некоторых из них) на относительную значимость двух отраслей, на отношение труд – капитал, на разброс заработной платы...

### 1. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВСКОГО ТИПА

Одна из лабораторий Центрального экономико-математического института (ЦЭМИ) ( Аркин, Беленький, Сласников ) работает в настоящее время (начало исследований датировано летом 92 г.) над теоретическими моделями перехода для России. Их модели являются секторными динамическими моделями леонтьевского типа (наиболее распространенный в России метод макроэкономического исследования). Предполагается разработать две последовательных модели, соответствующие каждая одному из этапов перехода к рыночной экономике. Первая модель будет описывать фазу либерализации экономики с механизмом корректировки об'емов производства, приводящем к равновесию рыночного спроса и предложения внутри страны.

Кроме того, исследователи ЦЭМИ предвидят изучение открытия рынка и, в частности, конвертируемости валюты. Это предполагает исследование процессов стабилизации, одновременно цен и обменного курса. Хотя эта вторая модель не соответствует теме этой

главы, полезно в нескольких чертах представить идеи авторов.

Открытость экономики для иностранных капиталовложений делает доступными новые технологии. Экономическая политика ориентирует большую часть ресурсов страны на капиталовложения в ущерб социальным программам. Сложность математического аппарата в моделях, описывающих эти ситуации проистекает из расширения совокупности технологий, которые должны быть приняты во внимание, и из появления комбинаций эндогенных технологий. Модели инспирируются теорией эндогенного роста и теорией инноваций. Авторы ЦЭМИ намереваются ввести невыпуклые и стохастические аспекты, чтобы описывать эти инновации. Концепции и техника разрешения таких задач представлены в книге Аркина и Евстигнеева (1987).

В настоящем параграфе мы уделяем внимание главным образом поведению фирм в условиях либерализации цен и возможности, которую открывает им автономное управление, без анализа последствий открытия внешних рынков. В определенный момент эта автономность становится реальной и цены фиксируются на уровне цен, именуемых "реальными", последние могли бы рассматриваться как цены, отражающие главным образом издержки производства, а не как равновесные цены в смысле Вальраса. Предприятие тогда выбирает технологические процессы среди располагаемых и, учитывая "реальные" рыночные цены. Производственный аппарат заметно трансформируется, в соответствии со сделанным выбором. С помощью разрешения такой модели можно отыскивать описание гибких изменений "реальных" цен и производства.

#### i) Производители

##### а) Производственная функция. Функция издержек.

Есть  $n$  производственных секторов, каждый из которых производит один специфический товар  $j = 1, \dots, n$ . Каждый из этих секторов использует для своего производства другие товары как входные, а также труд. Впоследствии полагаем, что количество труда  $L_j$  в секторе  $j$  зафиксировано экзогенно. Это нам позволит определять производственную функцию только в терминах других

материальных затрат. Обозначим:

$$(1) Y_j = f_j(x_{1j}, \dots, x_{nj}),$$

для сектора  $j$ , где  $Y_j$  – количество  $j$ -го продукта и  $x_{ij}$  – количество  $i$ -го товара, используемое для этого производства. Мы полагаем описанную производственную функцию гомогенной.

#### b) Минимизация издержек

Мы полагаем, что сектор  $j$  минимизирует свои издержки при заданных ценах. Обозначим  $p_1, \dots, p_n$  цены средств производства, и положим, что труд оплачивается пропорционально производству ( $w Y_j$  означает соответствующую заработную плату). Тогда спрос на каждый фактор производства записывается:

$$(2) x_{ij} = a_{ij}(p)Y_j,$$

где спрос на каждый единичный фактор  $a_{ij}(p)$  – суть решения задачи минимизации

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{x_{ij}} \sum_{i=1}^n p_i x_{ij}, \\ & \text{при } f_j(x_{1j}, \dots, x_{nj}) = 1. \end{aligned}$$

Тогда соответствующие общие издержки:

$$(3) C^*(p_1, \dots, p_n, w, Y_j) = Y_j \left[ \sum_{i=1}^n p_i a_{ij}(p) + wL_j \right].$$

#### ii) Динамическая модель

Мы полагаем изменение заработной платы  $w_{t-1}$ , количества труда  $L_t$  и потребления  $C_{1t-1}, \dots, C_{nt-1}$  предопределенными, то есть известными в момент времени  $t-1$ . Кроме того, мы обозначим  $\hat{Y}_{jt}$  – количество выходного продукта в момент времени  $t$ , ожидаемое сектором  $j$  в момент, когда он устанавливает необходимое ему количество факторов.

### а) "Реальные" цены и их развитие

В этой модели цены зафиксированы "реальным" образом, в том смысле, что они главным образом отражают издержки производства, а норма прибыли  $\tau$  задана априорно. Тогда цены таковы:

$$p_{jt} = (1 + \tau) \left\{ \sum_{i=1}^n p_{it-1} x_{ijt} + w_{t-1} L_{jt} \right\}, \forall j,$$

а в точке оптимума они записываются:

$$(4) \quad p_{jt} = (1 + \tau) \left\{ \sum_{i=1}^n p_{it-1} a_{ij}(p_{t-1}) + w_{t-1} L_{jt} \right\}, \forall j.$$

Это рекурсивное уравнение и определяет динамику реальных цен.

Изучение долгосрочных свойств этой динамики зависит от предполагаемого изменения заработной платы и количества труда. Последние могут быть заданы абсолютно экзогенно, либо как функция предшествующих значений цен и объемов. Наиболее простые случаи соответствуют экзогенному развитию, которое может включать или не включать явления роста.

В качестве примера положим, что

$$w_{t-1} = \bar{w}, \quad L_{jt} = \bar{L}_j,$$

зафиксированы во времени. Реальные цены могут тогда сходиться к "долгосрочной реальной цене", являющейся решением системы уравнений:

$$(5) \quad \bar{p}_j = (1 + \tau) \left\{ \sum_{i=1}^n \bar{p}_i a_{ij}(\bar{p}) + \bar{w} \bar{L}_j \right\}, \forall j.$$

### б) Условие равновесия и изменение объемов

Так как цены изменяются автономно, мы можем теперь поинтересоваться изменением объемов, описывая условия равновесия при фиксированных ценах. Эти условия

$$(6) \quad C_{jt-1} + \sum_{k=1}^n \hat{Y}_{kt} a_{jk}(p_{t-1}) = Y_{jt-1}, \forall j$$

описывают равенство между предложением  $Y_{j,t-1}$  и общим спросом, состоящим из потребительского спроса и спроса различных отраслей. Последний зависит от решений или от предвидений относительно объемов продукции в последующий момент.

### с) Адаптивное предвидение

Остается уточнить способ, с помощью которого агенты предвидят будущие объемы. Полагаем предвидения адаптивными, то есть подчиняющимися выражению:

$$(7) \quad \hat{Y}_t = \Lambda Y_{t-1} + (I - \Lambda)\hat{Y}_{t-1},$$

где  $\Lambda$  – матрица  $(n, n)$ , дающая совокупность скоростей корректировки. Эта матрица такова, что  $\Lambda$  имеет собственные числа, располагающиеся между 0 и 1. Такая формулировка предвидений проста и имеет преимущество соответствия линейным версиям модели леонтьевского типа. Она должна быть, однако, модифицирована в модели структурного типа, где производство, предвидимое в следующий момент, зависит от предвидения потребления и от предвидения изменения средств производства, то есть от цены, из-за существования заменяемости, вводимой через посредство эволюционной матрицы технических коэффициентов. Так, даже в схеме адаптивного типа информация, обобщающая прошлое должна была бы естественно содержать число переменных (равное сумме размерностей вектора потребления и вектора цен), удвоенное по сравнению с введенным в схеме (7).

### d) Решение системы в леонтьевском случае

Модель тогда полностью определена системой уравнений (4), (6), (7).

В случае, когда спросы на единичные факторы не зависят от цен и когда  $A$  означает матрицу соответствующих технологических коэффициентов, динамическая модель приобретает вид:

$$\begin{aligned} p_t &= (1 + \tau)A'p_{t-1} + (1 + \tau)w_t L_t, \\ \hat{Y}_t &= A^{-1}Y_{t-1} - A^{-1}C_{t-1}, \\ \hat{Y}_t &= \Lambda Y_{t-1} + (I - \Lambda)\hat{Y}_{t-1} \end{aligned}$$

И имеем, обозначив  $B$  – оператор запаздывания:

$$(I - (I - \Lambda)B)\hat{Y}_t = \Lambda Y_{t-1},$$

и после подстановки во вторую подсистему:



$$\Lambda Y_t = (I - (I - \Lambda)V)A^{-1}Y_t - (I - (I - \Lambda)V)A^{-1}C_t$$

$$\Leftrightarrow (\Lambda - A^{-1} + (I - \Lambda)VA^{-1})Y_t = - (I - (I - \Lambda)V)A^{-1}C_t.$$

Мы получаем приведенные соотношения, описывающие изменение цен и объемов:

$$Y_t = - [\Lambda - A^{-1} + (I - \Lambda)VA^{-1}]^{-1} [I - (I - \Lambda)V]A^{-1}C_t,$$

$$p_t = (1 + \tau)A'p_{t-1} + (1 + \tau)w_t L_t.$$

Эти приведенные соотношения объясняют как цена  $p_t$  и объемы  $Y_t$  изменяются в зависимости от массы заработной платы и потребления. Предположим в качестве примера, что  $(C_t)$  и  $(w_t L_t)$  имеют стационарное развитие. Более того, характеристики этого развития, цен и объемов зависят от свойств матрицы факторов.

Специфика динамики цен связана с собственными числами матрицы  $A'$  (если  $\tau = 0$ ), то есть с собственными числами матрицы  $A$ . В частности, циклические или взрывные эндогенные явления могут выявиться, если все эти величины по модулю точно не меньше единицы.

Аналогичным образом, (и отмечая, что часть  $I - (I - \Lambda)V$  удовлетворяет условиям стационарности) динамика объемов зависит от авторегрессивного члена:

$$\Lambda - A^{-1} + (I - \Lambda)VA^{-1} =$$

$$[I + (I - \Lambda)A^{-1}(\Lambda - A^{-1})^{-1}V](\Lambda - A^{-1}) =$$

$$[I + (I - \Lambda)(\Lambda A - I)V](\Lambda - A^{-1}).$$

Надо рассматривать собственные числа матрицы  $(I - \Lambda)(\Lambda A - I)$  и смотреть, как они расположены по отношению к 1. Наконец, заметим, что специфика динамики исчезает в случае "наивного" предвидения  $\Lambda=1$ . В этом случае имеем  $Y_t = (I - A)^{-1}C_t$ .

Мы не подвергаем более детальному анализу динамические аспекты такой модели, основанной на сильных гипотезах. В частности, если естественно предположить экзогенность заработной платы, которая с запаздыванием приходит в соответствие с ценами товаров, в ситуациях, которые нас интересуют, значительно более дискуссионно фиксировать норму прибыли, которая обычно вводится как переменная краткосрочной корректировки.

## 2. ДВУХСЕКТОРНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ

Следующая модель описывает экономику с 2-мя производственными секторами и потребителями. Первый сектор специализируется на производстве очень капиталоемкого товара. Второй производит продукцию повседневного спроса. Эта структура производства изначально была навязана системой централизованного планирования и в период рыночной либерализации два сектора ищут способ изменить ее и адаптировать к спросу потребителей. Полагаем, что в течение этого периода цены товаров свободны, но заработная плата регламентирована и безработица не допустима. Именно последние ограничения: полная занятость и индексация заработной платы, составляют специфику этой модели и вводят особую динамику. Мы представим модель временного равновесия, которая объясняет развитие цен и распределения капитала и труда между 2-мя группами предприятий.

### i) Производители

Мы рассмотрим производителей, которые максимизируют прибыль, рассматривая предшествующие цены и капитал как экзогенные.

Предприятие  $i$  производит товар в количестве  $Y_{it}$ , используя труд  $L_{it}$  и капитал  $K_{it}$ . Объем производства описывается производственной функцией с убывающей производительностью:

$$(1) \quad Y_t^S = f(K_{t-1}, L_t).$$

Мы примем в нашем случае следующую форму производственной функции:

$$(2) \quad f(K, L) = f(K)L^\alpha, \text{ с эластичностью по труду } 0 < \alpha < 1$$

Прибыль:

$$(3) \quad \Pi_{it}^* = p_{it} Y_{it} - w_{it} L_{it},$$

где  $p_{it}$  и  $w_{it}$  - цена товара  $i$  и заработная плата на предприятии  $i$  в момент  $t$ .

Изменение капитала предприятия зависит от уровня обесценивания  $\delta$ , предполагаемого одинаковым для двух групп предприятий, и от капиталовложений:

$$(4) K_{it} = (1 - \delta)K_{it-1} + I_{it}.$$

В начале мы полагаем, что прибыль предназначена для капиталовложения в пропорции  $q$  и только в само предприятие:

$$(5) I_{it} = \Pi_{it}^* / q.$$

В каждый момент производитель определяет свою производственную программу, максимизируя прибыль:

$$\text{Max}_{L_t} \pi_t(L_t) = p_t f(K_{t-1}, L_t) - w_t L_t.$$

Условия первого порядка имеют вид:

$$(6) \frac{\partial \pi_t(L_t)}{\partial L} = 0 \iff p_t \frac{\partial f(K_{t-1}, L_t)}{\partial L} - w_t = 0.$$

Предложение труда и продукции каждого предприятия, являющиеся решениями оптимизационной задачи, могут быть описаны:

$$(7) L_{it} = l_i \left( K_{i,t-1}, w_{i,t} / p_{i,t} \right),$$

$$(8) Y_{it} = f_i \left( K_{i,t-1}, l_i \left( K_{i,t-1}, w_{i,t} / p_{i,t} \right) \right) = g_i \left( K_{i,t-1}, w_{i,t} / p_{i,t} \right).$$

### Пример

Мы определим оптимальное решение производителя для случая производственной функции Кобб-Дуглас:

$f(K, L) = A K^\beta L^\alpha$ , где  $\beta$  и  $\alpha$  эластичности по капиталу и труду.

В оптимуме уравнение (6) для  $i$ -го предприятия таково:

$$w_{it} = \alpha_i p_{it} A_i K_{i,t-1}^{\beta_i} L_{i,t}^{\alpha_i - 1},$$

а исходя из него можно вывести спрос на труд и об'ем производства:

$$(10) L_{it} = \left( \frac{w_{it}}{\alpha_i p_{i,t} A_i K_{i,t-1}^{\beta_i}} \right)^{\frac{1}{\alpha_i - 1}}, \quad i=1,2,$$

$$(11) Y_{it} = A_i K_{i,t-1}^{\beta_i} \left( \frac{w_{it}}{\alpha_i p_{i,t} A_i K_{i,t-1}^{\beta_i}} \right)^{\frac{\alpha_i}{\alpha_i - 1}}.$$

Отметим, что эти функции соответствуют для этой частной формы производственной функции выражению:

$$(12) \alpha_i p_{it} Y_{it} = w_{it} L_{it},$$

указывающему, что выплаченная масса заработной платы есть фиксированная часть произведенной стоимости.

#### ii) Потребители

Введем симметричным образом две категории потребителей. Они могут потреблять два типа произведенных товаров и, по предположению, имеют одинаковые предпочтения, представленные функцией полезности  $U(C_1, C_2)$ . Они различаются главным образом доходом, которым располагают: первая группа (соответственно вторая) получает заработную плату, выплаченную первым (соответственно вторым) сектором.

Каждый потребитель определяет свой спрос на блага, решая задачу:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } U(C_{1t}, C_{2t}) \\ C_{1t}, C_{2t} \\ \text{при бюджетном ограничении} \\ p_{1t} C_{1t} + p_{2t} C_{2t} = w_{it}. \end{array} \right.$$

Решение системы:

$$\begin{cases} C_{1it} = C_1 \left[ \frac{p_{1t}}{w_{it}}, \frac{p_{2t}}{w_{it}} \right], \\ C_{2it} = C_2 \left[ \frac{p_{1t}}{w_{it}}, \frac{p_{2t}}{w_{it}} \right], \end{cases}$$

и глобальный спрос совокупности потребителей:

$$\begin{cases} D_{1t} = C_{11t} L_{1t} + C_{12t} L_{2t}, \\ D_{2t} = C_{21t} L_{1t} + C_{22t} L_{2t}. \end{cases}$$

Пример

Положим, что потребитель имеет функцию полезности типа Stone - Geary; он максимизирует :

$$\begin{cases} \text{Max } a \log C_{1t} + (1-a) \log C_{2t} \\ \text{при } p_{1t} C_{1t} + p_{2t} C_{2t} = w_t. \end{cases}$$

Условие первого порядка:

$$\frac{a}{p_{1t} C_{1t}} = \frac{1-a}{p_{2t} C_{2t}} = \frac{1}{w_t},$$

дает следующее решение:

$$C_{1t} = \frac{a w_t}{p_{1t}}, \quad C_{2t} = \frac{(1-a)w_t}{p_{2t}}.$$

Общий спрос на товары становится равным:

$$(13) \quad D_{1t} = \frac{a}{p_{1t}} \left( w_{1t} L_{1t} + w_{2t} L_{2t} \right),$$

$$(14) \quad D_{2t} = \frac{1-a}{p_{2t}} \left( w_{1t} L_{1t} + w_{2t} L_{2t} \right).$$

### iii) Фиксация цен и об'емов

Чтобы замкнуть модель, мы должны об'яснить, как осуществить взаимодействие между поставщиками и покупателями. Мы различаем на этом уровне рынки товаров и рынок труда.

Предполагается, что рынки товаров находятся в равновесии:

$$\begin{cases} D_{1t} = Y_{1t} , \\ D_{2t} = Y_{2t} . \end{cases}$$

Зато рынок труда подвержен различным ограничениям на количественные характеристики и на развитие заработной платы. Полагаем, что имеет место полная занятость:

$$L_{1t} + L_{2t} = \bar{L} ,$$

где  $\bar{L}$  – общее располагаемое количество труда, предполагаемое здесь постоянным во времени. Кроме того введем правило фиксации заработной платы, утверждающее, что она индексирована в соответствии с ценами. Такая индексация вводится глобально и описывается:

$$(15) \frac{w_{1,t} L_{1,t-1} + w_{2,t} L_{2,t-1}}{w_{1,t-1} L_{1,t-1} + w_{2,t-1} L_{2,t-1}} = \mu \frac{p_{1,t} Y_{1,t-1} + p_{2,t} Y_{2,t-1}}{p_{1,t-1} Y_{1,t-1} + p_{2,t-1} Y_{2,t-1}}$$

где каждое соотношение – индекс Ласпейреса развития заработной платы и цен соответственно и  $\mu$  – коэффициент индексации.

#### Пример

В нашем примере условия равновесия на рынке товаров принимают простую форму. Действительно, в соответствии с (12) имеем:

$$w_{it} L_{it} = \alpha_i p_{it} Y_{it}, \quad i = 1, 2 ,$$

и спросы описываются тогда непосредственно в терминах об'ема производства :

$$\begin{cases} D_{1t} = \frac{a}{p_{1t}} (\alpha_1 p_{1t} Y_{1t} + \alpha_2 p_{2t} Y_{2t}), \\ D_{2t} = \frac{1-a}{p_{2t}} (\alpha_1 p_{1t} Y_{1t} + \alpha_2 p_{2t} Y_{2t}). \end{cases}$$

В соответствии с условиями равновесия мы получим систему, которая позволяет определить товарообороты двух секторов:

$$\begin{cases} p_{1t} Y_{1t} = a \alpha_1 p_{1t} Y_{1t} + a \alpha_2 p_{2t} Y_{2t}, \\ p_{2t} Y_{2t} = (1-a) \alpha_1 p_{1t} Y_{1t} + (1-a) \alpha_2 p_{2t} Y_{2t}, \\ (1-a \alpha_1) p_{1t} Y_{1t} - a \alpha_2 p_{2t} Y_{2t} = 0, \\ (1-(1-a) \alpha_2) p_{2t} Y_{2t} - (1-a) \alpha_1 p_{1t} Y_{1t} = 0. \end{cases}$$

#### iv) Общая модель

Мы можем объединить теперь различные условия, позволяющие определить цены и объемы. Модель содержит два сектора, обозначенные 1 и 2 и две категории потребителей, работающих соответственно в первом и втором секторах. Переменные, совместное развитие которых желательно проанализировать:

объем продукции в каждом секторе  $Y_{it}$ ,  $i = 1, 2$ ,  
 количество используемого труда  $L_{it}$ ,  $i = 1, 2$ ,  
 количество используемого капитала  $K_{it}$ ,  $i = 1, 2$ ,  
 объем капиталовложений  $I_{it}$ ,  $i = 1, 2$ ,  
 прибыль  $\Pi_{it}^*$ ,  $i = 1, 2$ ,  
 объем потребления индивидуумами  $C_{it}$ ,  $i = 1, 2$ ,  
 цена товара  $p_{it}$ ,  $i = 1, 2$ ,  
 уровень заработной платы  $w_{it}$ ,  $i = 1, 2$ .

Эти переменные определены системой уравнений, описанной ниже:

#### Уравнение равновесия для рынка 1 - го товара

Это условие  $D_{1,t} = Y_{1,t}$  описывается в соответствии с (11) и (12) :

$$\begin{aligned}
(m.1) \quad & \left( \frac{w_{1,t}}{p_{1,t}} \right) \frac{\alpha_1}{\alpha_1^{-1}} A_1 K_{1,t-1}^{\beta_1} \frac{1}{\left( \alpha_1 A_1 K_{1,t-1}^{\beta_1} \right) \frac{\alpha_1}{\alpha_1^{-1}}} \\
= a \quad & \left( \frac{w_{1,t}}{p_{1,t}} \right) \frac{\alpha_1}{\alpha_1^{-1}} \frac{1}{\left( \alpha_1 A_1 K_{1,t-1}^{\beta_1} \right) \frac{1}{\alpha_1^{-1}}} \\
+ a \frac{w_{2,t}}{p_{1,t}} \quad & \left( \frac{w_{2,t}}{p_{2,t}} \right) \frac{1}{\alpha_2^{-1}} \frac{1}{\left( \alpha_2 A_2 K_{2,t-1}^{\beta_2} \right) \frac{1}{\alpha_2^{-1}}}
\end{aligned}$$

Уравнение равновесия для рынка 2-го товара

$$\begin{aligned}
(m.2) \quad & \left( \frac{w_{2,t}}{p_{2,t}} \right) \frac{\alpha_2}{\alpha_2^{-1}} A_2 K_{2,t-1}^{\beta_2} \frac{1}{\left( \alpha_2 A_2 K_{2,t-1}^{\beta_2} \right) \frac{\alpha_2}{\alpha_2^{-1}}} \\
= (1-a) \frac{w_{1,t}}{p_{2,t}} \quad & \left( \frac{w_{1,t}}{p_{1,t}} \right) \frac{1}{\alpha_1^{-1}} \frac{1}{\left( \alpha_1 A_1 K_{1,t-1}^{\beta_1} \right) \frac{1}{\alpha_1^{-1}}} \\
+ (1-a) \left( \frac{w_{2,t}}{p_{2,t}} \right) \quad & \frac{\alpha_2}{\alpha_2^{-1}} \frac{1}{\left( \alpha_2 A_2 K_{2,t-1}^{\beta_2} \right) \frac{1}{\alpha_2^{-1}}}
\end{aligned}$$



Ограничение на общую занятость :

$$(m.3) \left( \frac{w_{1t}}{\alpha_1 p_{1,t} A_1 K_{1,t-1}^{\beta_1}} \right) \frac{1}{\alpha_1^{-1}} + \left( \frac{w_{2t}}{\alpha_2 p_{2,t} A_2 K_{2,t-1}^{\beta_2}} \right) \frac{1}{\alpha_2^{-1}} = \bar{L} .$$

Правило индексации заработной платы :

$$(m.4) \frac{w_{1,t} L_{1,t-1} + w_{2,t} L_{2,t-1}}{w_{1,t-1} L_{1,t-1} + w_{2,t-1} L_{2,t-1}} = f \frac{p_{1,t} Y_{1,t-1} + p_{2,t} Y_{2,t-1}}{p_{1,t-1} Y_{1,t-1} + p_{2,t-1} Y_{2,t-1}} .$$

Эти четыре уравнения составляют группу синхронных уравнений модели и позволяют определить цены  $p_{1,t}$ ,  $p_{2,t}$ ,  $w_{1,t}$ ,  $w_{2,t}$ , зная предшествующие значения других переменных. Следующие уравнения позволяют тогда определить рекурсивно количества.

Количество труда

$$(m.5)-(m.6) \quad L_{it} = \left[ \frac{w_{it}}{\alpha_i p_{it} A_i K_{i,t-1}^{\beta_i}} \right] \frac{1}{\alpha_i^{-1}}, \quad i = 1, 2 ,$$

Количества продукции (равные спросу)

$$(m.7)-(m.8) \quad Y_{it} = A_i K_{i,t-1}^{\beta_i} \left[ \frac{w_{it}}{\alpha_i p_{it} A_i K_{i,t-1}^{\beta_i}} \right] \frac{\alpha_i}{\alpha_i^{-1}}, \quad i = 1, 2 ,$$

Индивидуальный спрос

$$(m.9)-(m.10) \quad C_{it} = \frac{Y_{it}}{L_{it}}, \quad i = 1, 2 ,$$

### Прибыли предприятий

$$(m.11) \quad \Pi_{1,t}^* = p_{1,t} Y_{1,t} - w_{1,t} L_{1,t},$$

$$(m.12) \quad \Pi_{2,t}^* = p_{2,t} Y_{2,t} - w_{2,t} L_{2,t}.$$

### Объемы капитала

$$(m.13) \quad K_{1,t} = (1-\delta) K_{1,t-1} + I_{1,t},$$

$$(m.14) \quad K_{2,t} = (1-\delta) K_{2,t-1} + I_{2,t}.$$

### Капиталовложения

$$(m.15) \quad I_{1,t} = \Pi_{1,t}^* / q,$$

$$(m.16) \quad I_{2,t} = \Pi_{2,t}^* / q.$$

Получается система 15 независимых уравнений, в которых цены, заработная плата и прибыль в момент времени  $t$  всегда определены с точностью до некоторого мультипликативного члена. Это позволяет ее разрешить, нормируя по  $p_{1,t} = 1, \forall t$ .

### v) Стационарные равновесия

Стационарные решения этой модели, или стационарные равновесия должны, в частности, удовлетворять правилу индексации заработной платы. В равновесии это условие имеет вид:

$$(m.4) \quad 1 = \mu$$

Должны быть выделены два случая. Если  $\mu$  отличается от 1, модель не допускает стационарного равновесия, но допускает траектории роста, где заработная плата растет в пропорции  $\mu$  по отношению к ценам. Если  $\mu = 1$ , уравнение (m.4) становится тривиальным и более не влечет ограничений. При этом существует бесконечное число равновесий, каждое из которых характеризуется относительной долей труда в каждом из секторов. Для примера зафиксируем различные параметры модели при следующих значениях:

$$\alpha_1 = 0.5, \beta_1 = 0.5,$$

$$\alpha_2 = 0.75, \beta_2 = 0.25,$$

$$a = 1/3, \delta = 0.08, \mu = 1, q=1,$$

$$\bar{L} = 64 \quad A_1 = 0.2, \quad A_2 = 0.55.$$

И получим различные стационарные равновесия (см. приложение 1)

$$L_1 = 64c, \quad L_2 = 64(1-c), \quad w_1 = 1, \quad w_2 = \frac{c}{1-c}, \quad I_1 = 64c,$$

$$I_2 = \frac{64c}{3}, \quad Y_1 = 128c, \quad Y_2 = \frac{256}{3}c \left(\frac{c}{1-c}\right)^{-3/4}, \quad K_1 = 6400c,$$

$$K_2 = \frac{6400c}{3}, \quad p_2 = \left(\frac{c}{1-c}\right)^{3/4},$$

где  $c$  – ненулевой параметр между 0 и 1, интерпретируемый как доля труда, затраченная в 1-м секторе.

Изучение устойчивости этих уравнений может быть осуществлено численно, исходя из результатов, описанных в приложении 1, и приемлемо во всех случаях, кроме предельного  $c=0$ . Оказывается, что все эти равновесия неустойчивы. Этот результат в действительности не является неожиданным, так как исходя из простой модели, которая была здесь представлена, возможно в отдаленном будущем полное исчезновение первого сектора.

#### vi) Рекурсивная форма

Интересно представить модель в рекурсивной форме, допускающей те же равновесия и исключающей синхронность. Такая форма легко получается если предположить, что предприятия определяют свои потребности в факторах в момент  $t-1$ . Спрос тогда является функцией сдвинутых цен. Это приводит к замене уравнений (m.5), (m.6) следующими:

$$L_{1t} = \left( \frac{w_{1,t-1}}{\alpha_1 A_1 K_{1,t-1}} \right)^{\frac{1}{\beta_1}},$$

$$L_{2,t} = \left[ \frac{w_{2,t-1}}{\alpha_2 p_{2,t-1} A_2 K_{2,t-1} \beta_2} \right] \frac{1}{\alpha_2^{-1}},$$

и сохранению других уравнений. Рекурсивная модель тогда определена системой :

$$(n.1) \alpha_2 (1-a) (w_{1t} L_{1t} + w_{2t} L_{2t}) = w_{2t} L_{2t},$$

$$(n.2) L_{1,t} + L_{2,t} = \bar{L},$$

$$(n.3) \frac{w_{1,t} L_{1,t-1} + w_{2,t} L_{2,t-1}}{w_{1,t-1} L_{1,t-1} + w_{2,t-1} L_{2,t-1}} = \frac{Y_{1,t-1} + p_{2,t} Y_{2,t-1}}{Y_{1,t-1} + p_{2,t-1} Y_{2,t-1}},$$

$$(n.4) L_{1,t} = \left[ \frac{w_{1,t-1}}{\alpha_1 A_1 K_{1,t-1} \beta_1} \right] \frac{1}{\alpha_1^{-1}},$$

$$(n.5) L_{2,t} = \left[ \frac{w_{2,t-1}}{\alpha_2 p_{2,t-1} A_2 K_{2,t-1} \beta_2} \right] \frac{1}{\alpha_2^{-1}},$$

$$(n.6) Y_{1,t} = \frac{w_{1,t} L_{1,t}}{\alpha_1},$$

$$(n.7) Y_{2,t} = \frac{w_{2,t} L_{2,t}}{p_{2,t} \alpha_2},$$

$$(n.8) I_{1,t} = Y_{1,t} - w_{1,t} L_{1,t},$$

$$(n.9) I_{2,t} = p_{2,t} Y_{2,t} - w_{2,t} L_{2,t},$$

$$(n.10) K_{1,t} = (1-\delta) K_{2,t-1} + I_{2,t},$$

$$(n.11) K_{2,t} = (1-\delta) K_{2,t-1} + I_{2,t}.$$

Для наилучшего проявления рекурсивных свойств, можно прямо разрешить часть системы (п.1), (п.2), (п.3), где еще осталась некоторая синхронность, но и появилось преимущество линейности относительно величин в текущий момент времени. После решения это приведет к замене первых пяти уравнений:

$$(п.4)' \quad L_{1,t} = \left( \frac{w_{1,t-1}}{\alpha_1 A_1 K_{1,t-1}^{\beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1 - 1}},$$

$$(п.2) \quad L_{2,t} = \bar{L} - L_{1,t},$$

$$(п.5)' \quad p_{2,t} = \frac{w_{2,t-1}}{\alpha_2 A_2 K_{2,t-1}^{\beta_2} L_{2,t}^{\alpha_2 - 1}},$$

$$(п.3)' \quad w_{2,t} = \frac{(w_{1,t-1} L_{1,t-1} + w_{2,t-1} L_{2,t-1}) (Y_{1,t-1} + p_{2,t} Y_{2,t-1})}{(L_{1,t-1} \frac{1 - \alpha_2(1-a)}{\alpha_2(1-a)} \frac{L_{2,t}}{L_{1,t}} + L_{2,t-1}) (Y_{1,t-1} + p_{2,t-1} Y_{2,t-1})}$$

$$(п.1)' \quad w_{1,t} = w_{2,t} \frac{L_{2,t}}{L_{1,t}} \frac{1 - \alpha_2(1-a)}{\alpha_2(1-a)}.$$

#### vii) Имитация

Как это было указано ранее, изучение устойчивости стационарных равновесий позволяет предвосхитить, что предыдущая модель ведет теоретически к асимптотическому исчезновению первого сектора. Нам же важен анализ начала динамического процесса, в частности, для того, чтобы видеть, осуществляется ли это уменьшение значимости первого сектора прогрессивным и монотонным образом или нет. На наш взгляд единица времени, соответствующая величинам параметров и начальным условиям для имитации (переход от  $t$  к  $t+1$ ) равна примерно году. Так как единицы труда и количеств не уточнены на этом уровне, и так как сложно калибровать модель на реальную ситуацию в той или иной стране (районе, городе), мы вынуждены осуществить имитации,

соответствующие различным наборам начальных условий. Таковые выбраны из соображений соответствия их условиям стационарных равновесий (хотя последние и неустойчивы), то есть они взяты с различными значениями параметра  $s$ , дающего начальное распределение труда между секторами. Цель имитации – проанализировать, каким образом экономика покидает это неустойчивое равновесие в условиях либерализации рынка. Мы предпочли осуществить широкое сканирование величины  $s$ , чтобы наилучшим образом выявить свойства модели.

В таблице представлены рассмотренные наборы начальных условий.

Таблица 1. Начальные условия

Valeur de $s$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$L_1$	12.8	19.2	25.6	32	38.4	44.8	51.2
$L_2$	51.2	44.8	38.4	32	25.6	19.2	12.8
$P_2$	0.353	0.53	0.738	1	1.35	1.89	2.83
$w_1$	1	1	1	1	1	1	1
$w_2$	0.25	0.43	0.67	1	1.5	2.39	4
$Y_1$	25.6	38.4	51.2	64	76.8	89.6	102.4
$Y_2$	48.3	48.3	46.3	42.7	37.8	31.6	24.1
$I_1$	12.8	19.2	25.6	32.0	38.4	44.8	51.2
$I_2$	4.3	6.4	8.5	10.7	12.8	14.9	17.1
$K_1$	1280	1920	2560	3200	3840	4480	5120
$K_2$	426	640	853	1066	1280	1493	1707

По построению для всех этих начальных условий первый сектор является доминирующим, используя в 3 раза больше капитала, и долей труда, растущий с ростом  $s$ . Величина  $s=0.5$  играет роль стержня, так как для  $s$ , меньшего этой величины, сектор 1

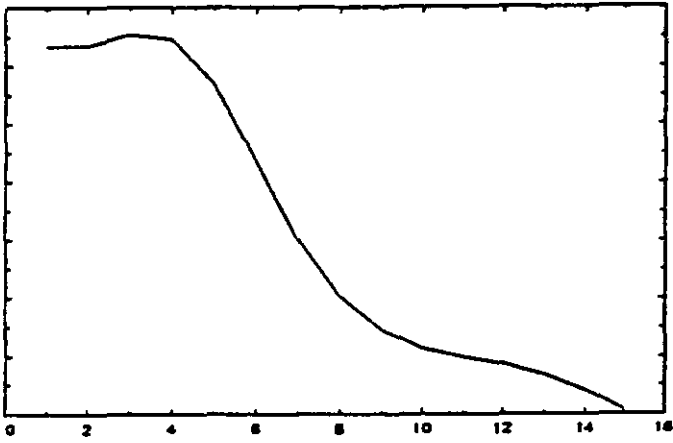
использует меньше труда, чем сектор 2 и он лучше его оплачивает. Так как единицы количества блага не уточнены, производства двух секторов могут, главным образом, быть сравнимы в стоимостных терминах. Отношение стоимостей производства двух секторов имеет порядок 1.5, независимо от величины  $s$ .

С практической точки зрения, если было бы необходимо приблизиться к реальной ситуации в какой-либо стране (городе...), усилия должны были бы быть направлены на определение величины  $s$ , которая позволяет более реалистично определить относительную важность двух секторов по величине капитала, количества труда и стоимости продукции.

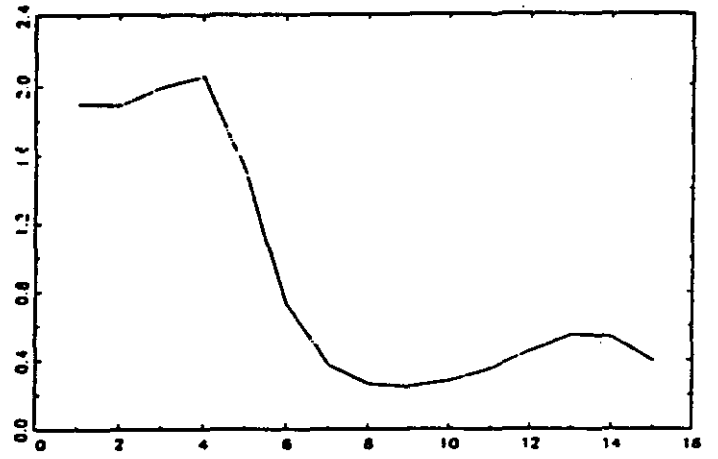
Мы представляем здесь развитие различных переменных за 15 лет и для величин  $S = 0.2$  и  $0.7$ . Как мы отметили во введении, специфика модели заключается в требовании полной занятости и существования индексации заработной платы. Так как индексация является общей и использует формулу Ласпейреса, она придает больший вес сектору, платящему большую заработную плату. Получается, что 1-й сектор может, если он имеет большой начальный вес (если  $s$  выше) затормозить свое сокращение и даже в течение некоторого времени продолжить свой относительный рост. Именно такие колебания, имеющие место в переходной фазе, проявляются, например, в динамике количества продукции или динамике цен и более заметны, когда  $s$  растет. Впрочем, краткосрочные циклы, поражающие оба сектора, смещены друг относительно друга: когда  $s$  велико, например  $s = 0.7$ , ясно видно, что сектор 1 испытывает цикличность первым и что именно его флуктуации порождают флуктуации второго сектора. Можно констатировать также то, что явление цикличности проявляется сильнее, чем явление тренда для второго сектора; обратное же верно для 1-го сектора.

Рисунок 5

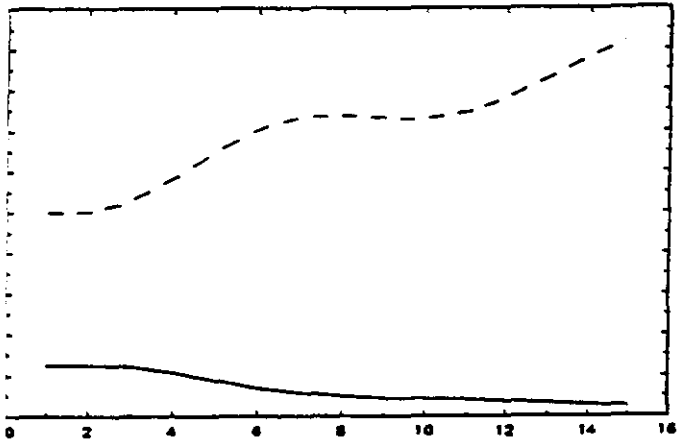
prix- p2, c=0.2



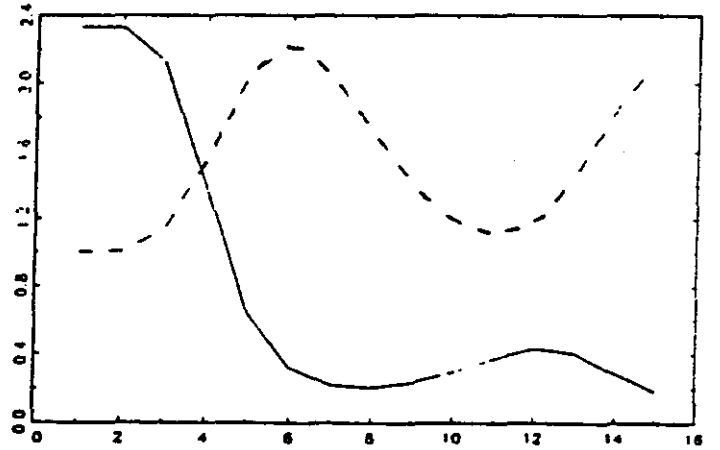
prix- p2, c=0.7



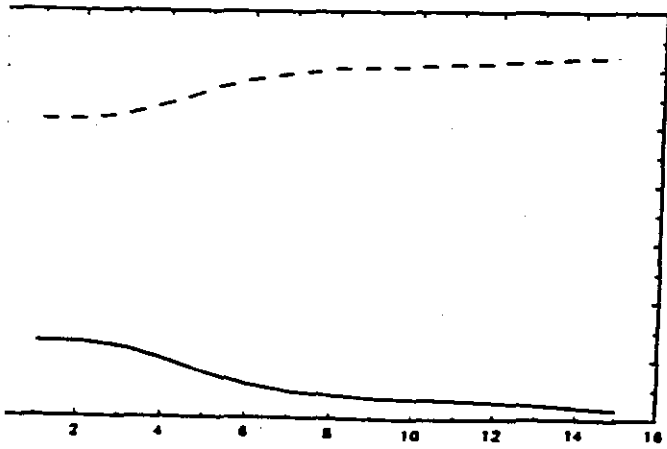
salaires- w2 et w1, c= 0.2



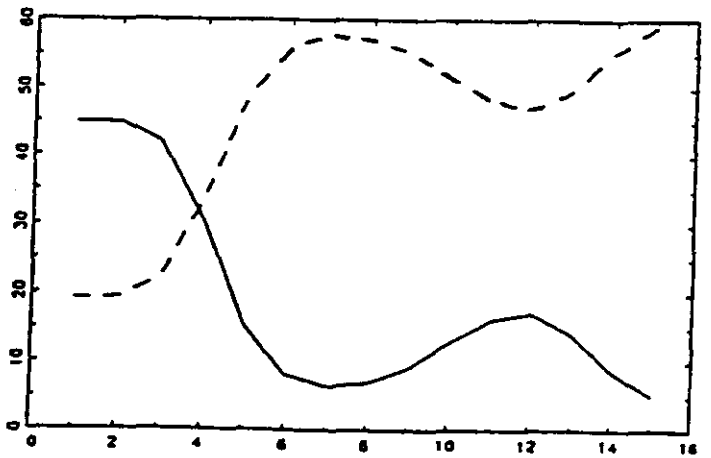
salaires- w2 et w1, c= 0.7



emploi- I1 et I2, c=0.2

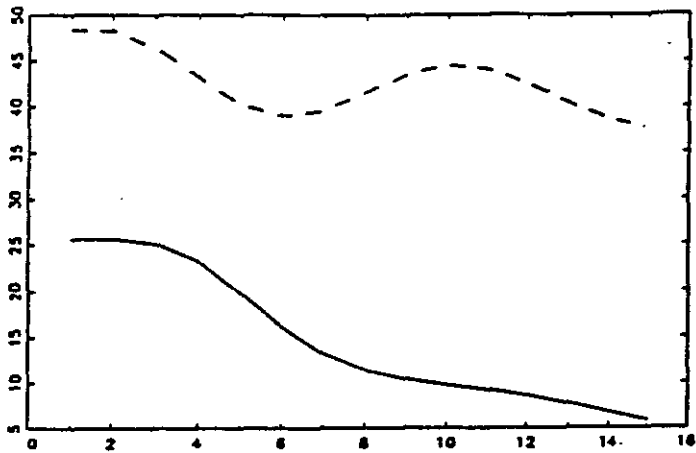


emploi- I1 et I2, c=0.7

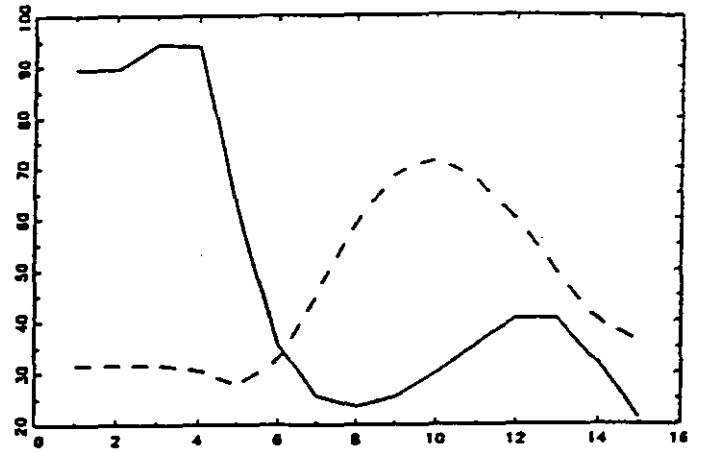




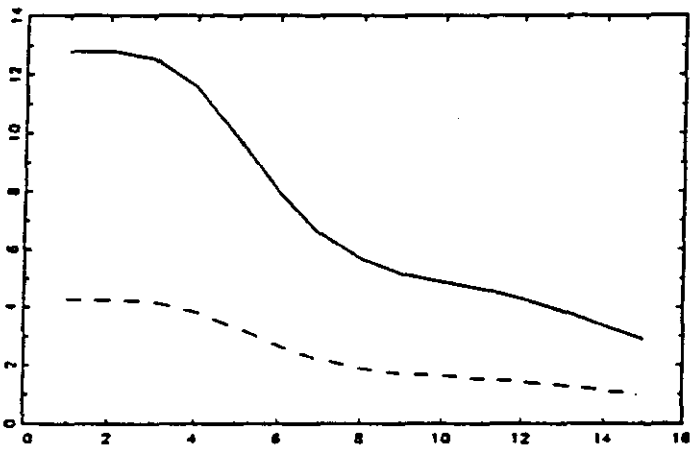
output - y1 et y2, c=0.2



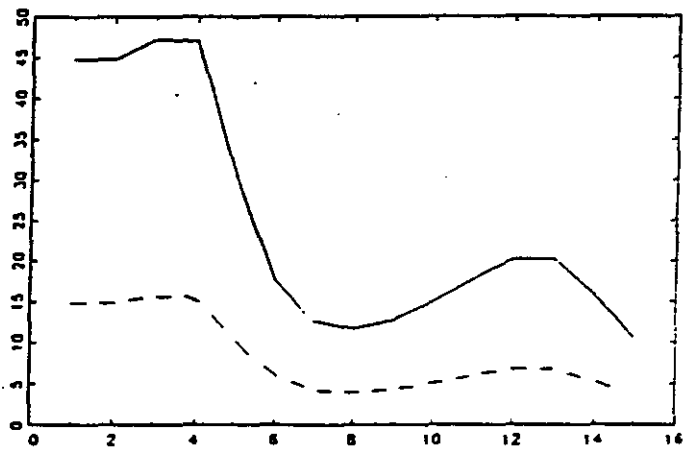
output - y1 et y2, c=0.7



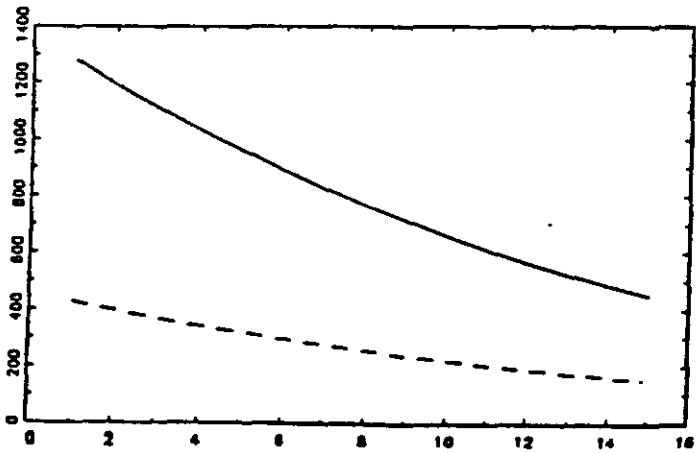
invest - i1 et i2, c=0.2



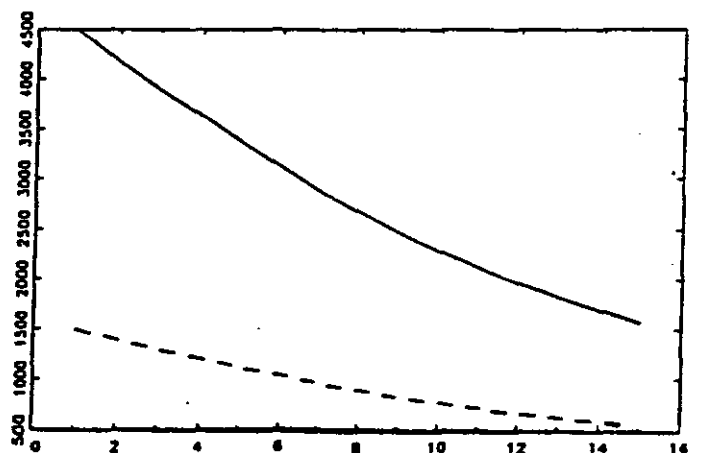
invest - i1 et i2, c=0.7



capital - k1 et k2, c=0.2



capital - k1 et k2, c=0.7



П Р И Л О Ж Е Н И Е \_ 1 \_

СВОЙСТВА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

1) Система уравнений

После замены переменных их значениями имеем систему уравнений:

$$L_{1,t} = \frac{K_{1,t-1}}{w_{1,t-1}^2} 0.01,$$

$$L_{2,t} = 64 - L_{1,t},$$

$$p_{2,t} = w_{2,t-1} \left( \frac{L_{2,t}}{0.03 K_{2,t-1}} \right)^{\frac{1}{4}},$$

$$w_{2,t} = \frac{w_{1,t-1} L_{1,t-1} + w_{2,t-1} L_{2,t-1}}{L_{1,t-1} \frac{L_{2,t}}{L_{1,t}} + L_{2,t-1}} \frac{Y_{1,t-1} + p_{2,t} Y_{2,t-1}}{Y_{1,t-1} + p_{2,t-1} Y_{2,t-1}},$$

$$w_{1,t} = w_{2,t} \frac{L_{2,t}}{L_{1,t}},$$

$$Y_{1,t} = 2 w_{1,t} L_{1,t}$$

$$Y_{2,t} = \frac{4}{3} \frac{w_{2,t} L_{2,t}}{p_{2,t}},$$

$$I_{1,t} = w_{1,t} L_{1,t},$$

$$I_{2,t} = \frac{1}{3} w_{2,t} L_{2,t},$$

$$K_{1,t} = 0.99 K_{1,t-1} + w_{1,t} L_{1,t},$$

$$K_{2,t} = 0.99 K_{2,t-1} + \frac{1}{3} w_{2,t} L_{2,t}.$$

## 2) Равновесные значения.

Стационарные решения удовлетворяют условиям:

$$L_1 = \frac{K_1}{w_1} 0.01,$$

$$L_2 = 64 - L_1,$$

$$p_2 = w_2 \left( \frac{L_2}{0.03 K_2} \right)^{\frac{1}{4}},$$

$$w_2 = \frac{w_1 L_1 + w_2 L_2}{2L_2},$$

$$w_1 = w_2 \frac{L_2}{L_1},$$

$$Y_1 = 2w_1 L_1,$$

$$Y_2 = \frac{4}{3} \frac{w_2 L_2}{p_2},$$

$$I_1 = w_1 L_1, \quad I_2 = \frac{1}{3} w_2 L_2,$$

$$K_1 = 100 w_1 L_1, \quad K_2 = 100 \frac{w_2 L_2}{3}.$$

В равновесии критерий индексации не налагает более ограничений, таким образом имеет место множественность равновесий. В продолжении мы обозначаем  $c$  – долю количества труда, занятого в первом секторе  $0 < c < 1$ .

$$L_1 = 64 c,$$

$$L_2 = 64 (1-c),$$

$$w_1 = 1,$$

$$w_2 = \frac{c}{1-c},$$

$$I_1 = 64 c,$$

$$I_2 = \frac{64 c}{3},$$

$$Y_1 = 128 c,$$

$$Y_2 = \frac{256}{3} \frac{c}{\left(\frac{c}{1-c}\right)^{3/4}},$$

$$K_1 = 6400 c,$$

$$K_2 = \frac{6400 c}{3},$$

$$P_2 = \left(\frac{c}{1-c}\right)^{3/4}.$$

### 3) Линеаризация динамики в окрестности равновесия

Эта линеаризация имеет своей целью изучение устойчивости или неустойчивости равновесия. Она может быть осуществлена после устранения рекурсивных частей модели. Это позволит нам рассматривать только "центральную динамику", которую мы опишем с помощью переменных  $L_1$ ,  $K_1$ ,  $I_1$ ,  $P_2$ .

а) Центральная часть динамики

Для упрощения мы полагаем, что  $K_{2,0} = 1/3K_{1,0}$ . Тогда имеем:

$$w_{1,t} L_{1,t} = w_{2,t} L_{2,t} \quad , \quad K_{2,t} = \frac{K_{1,t}}{3} .$$

Уравнение  $L_{1,t} = \frac{K_{1,t-1}}{w_{1,t-1}^2} 0.01$  может быть переписано

$$(1) \quad L_{1,t} = K_{1,t-1} \frac{L_{1,t-1}^2}{I_{1,t-1}} 0.01 ,$$

учитывая уравнение капиталовложения.

$$(**) \text{ уравнение} \quad p_{2,t} = w_{2,t-1} \left( \frac{L_{2,t}}{0.03 K_{2,t-1}} \right)^{\frac{1}{4}} ,$$

приобретает вид:

$$p_{2,t} = w_{2,t-1} \left( \frac{L_{2,t}}{0.03 K_{2,t-1}} \right)^{\frac{1}{4}} , \quad \text{где}$$

$$(2) \quad p_{2,t} = \frac{I_{1,t-1}}{64 - L_{1,t-1}} \left( \frac{64 - L_{1,t-1}}{0.01 K_{1,t-1}} \right)^{\frac{1}{4}} .$$

(\*\*\*) Уравнение:

$$w_{2,t} = \frac{w_{1,t-1} L_{1,t-1} + w_{2,t-1} L_{2,t-1}}{L_{1,t-1} \frac{L_{2,t}}{L_{1,t}} + L_{2,t-1}} \frac{Y_{1,t-1} + p_{2,t} Y_{2,t-1}}{Y_{1,t-1} + p_{2,t-1} Y_{2,t-1}} ,$$

преобразуется в:

$$w_{2,t} = \frac{2w_{1,t-1} L_{1,t-1}}{L_{1,t-1} \frac{L_{2,t}}{L_{1,t}} + L_{2,t-1}} \frac{2w_{1,t-1} L_{1,t-1} + \frac{4}{3} w_{1,t-1} L_{1,t-1} \frac{p_{2,t}}{p_{2,t-1}}}{2w_{1,t-1} L_{1,t-1} + \frac{4}{3} w_{1,t-1} L_{1,t-1}}$$

$$L_{2,t} w_{2,t} = \frac{2 I_{1,t-1}}{\frac{L_{1,t-1}}{L_{1,t}} + \frac{L_{2,t-1}}{L_{2,t}}} \frac{3 + 2 \frac{p_{2,t}}{p_{2,t-1}}}{5},$$

$$(3) I_{1,t} = \frac{2 I_{1,t-1}}{\frac{L_{1,t-1}}{L_{1,t}} + \frac{64 - L_{1,t-1}}{64 - L_{1,t}}} \frac{3 + 2 \frac{p_{2,t}}{p_{2,t-1}}}{5}$$

(\*\*\*\*) Окончательно эта центральная подсистема дополнена уравнением изменения капитала:

$$(4) K_{1t} = 0.99 K_{1,t-1} + I_{1,t}$$

После нормирования:

$$k_1 = \frac{K_1}{6400}, \quad i_1 = \frac{I_1}{64}, \quad l_1 = \frac{L_1}{64}$$

Система приобретает вид:

$$(1) \quad l_{1,t} = k_{1,t-1} \frac{l_{1,t-1}^2}{i_{1,t-1}^2},$$

$$(2) \quad p_{2,t} = \frac{i_{1,t-1}}{1-l_{1,t-1}} \left( \frac{1-l_{1,t-1}}{k_{1,t-1}} \right)^{\frac{1}{4}},$$

$$(3) \quad i_{1,t} = \frac{2 i_{1,t-1}}{\frac{l_{1,t-1}}{l_{1,t}} + \frac{1-l_{1,t-1}}{1-l_{1,t}}} \frac{3 + 2 \frac{p_{2,t}}{p_{2,t-1}}}{5},$$

$$(4) \quad 100 k_{1,t} = 99 k_{1,t-1} + i_{1,t}.$$

б) Линеаризация в окрестности равновесия при  $c \neq 0$

Для трансформированных переменных равновесные значения:

$$\bar{l}_1 = c, \quad \bar{i}_1 = c, \quad \bar{k}_1 = c, \quad \bar{p}_2 = \left( \frac{c}{1-c} \right)^{3/4} = d.$$

Обозначим:

$$l_1^* = l_1 - c, \quad i_1^* = i_1 - c, \quad k_1^* = k_1 - c, \quad p_2^* = p_2 - d,$$

переменные в отклонениях от равновесия. Мы можем тогда линеаризовать некоторые из уравнений.

Уравнение (1)

$$\begin{aligned} l_{1,t}^* + c &= (k_{1,t-1}^* + c) \frac{\left( l_{1,t-1}^* + c \right)^2}{\left( i_{1,t-1}^* + c \right)^2} \\ &\approx (k_{1,t-1}^* + c) \frac{\left( 1 + \frac{l_{1,t-1}^*}{c} \right)^2}{\left( 1 + \frac{i_{1,t-1}^*}{c} \right)^2} \end{aligned}$$

$$\approx (k_{1,t-1}^* + c) \left( 1 + 2 l_{1,t-1}^* - 2 \frac{i_{1,t-1}^*}{c} \right).$$

Откуда:

$$(5) l_{1,t}^* \approx k_{1,t-1}^* + 2 l_{1,t-1}^* - 2 i_{1,t-1}^*$$

Уравнение 2

$$\begin{aligned} p_{2,t}^* &= \frac{i_{1,t-1}^* + c}{1-c - l_{1,t-1}^*} \left( \frac{1-c - l_{1,t-1}^*}{k_{1,t-1}^* + c} \right)^{\frac{1}{4}} \\ &= \left( \frac{c}{1-c} \right)^{3/4} \frac{1 + \frac{i_{1,t-1}^*}{c}}{1 + \frac{l_{1,t-1}^*}{1-c}} \frac{\left( 1 - \frac{l_{1,t-1}^*}{1-c} \right)^{\frac{1}{4}}}{\left( 1 + \frac{k_{1,t-1}^*}{c} \right)^{\frac{1}{4}}} \\ &\approx \left( \frac{c}{1-c} \right)^{3/4} \left( 1 + \frac{i_{1,t-1}^*}{c} + \frac{3}{4} \frac{l_{1,t-1}^*}{1-c} - \frac{1}{4} \frac{k_{1,t-1}^*}{c} \right), \end{aligned}$$

$$(6) p_{2,t}^* = \frac{d}{c} i_{1,t-1}^* + \frac{3}{4} \frac{d}{1-c} l_{1,t-1}^* - \frac{1}{4} \frac{d}{c} k_{1,t-1}^*$$



Уравнение 3

$$\begin{aligned}
 i_{1t}^* + c & \frac{2 \left( i_{1,t-1}^* + c \right)}{\frac{l_{1,t-1}^* + c}{l_{1,t}^* + c} + \frac{1-c-l_{1,t-1}^*}{1-c-l_{1,t}^*}} & \frac{3 + 2 \frac{p_{2t}^* + d}{p_{2,t-1}^* + d}}{5} \\
 \approx & \frac{2 \left( i_{1,t-1}^* + c \right)}{2 \frac{l_{1,t-1}^* - l_{1t}^*}{c} - \frac{l_{1,t-1}^* - l_{1t}^*}{1-c}} & \frac{3 + 2 \left[ 1 + \frac{p_{2,t}^* - p_{2,t-1}^*}{d} \right]}{5} \\
 \approx & \frac{i_{1,t-1}^* + c}{1 + \frac{2c-1}{2c(1-c)} \left( l_{1t}^* - l_{1,t-1}^* \right)} \left[ 1 + \frac{2}{5} \frac{1}{d} \left( p_{2t}^* - p_{2,t-1}^* \right) \right] ,
 \end{aligned}$$

$$(7) \quad i_{1,t}^* \approx \frac{1}{c} i_{1,t-1}^* + \frac{2}{5} \frac{1}{d} \left( p_{2t}^* - p_{2,t-1}^* \right) - \frac{2c-1}{2c(1-c)} \left( l_{1t}^* - l_{1,t-1}^* \right) .$$

Уравнение 4

$$100 \left( k_{1t}^* + c \right) = 99 \left( k_{1,t-1}^* + c \right) + i_{1,t}^* + c ,$$

$$100 k_{1t}^* = 99 k_{1,t-1}^* + i_{1,t}^* ,$$

$$(8) \quad k_{1,t}^* = 0.99 k_{1,t-1}^* + i_{1,t}^* .$$

### ГЛАВА III. ИЗМЕНЕНИЕ СПОСОБА ФИНАНСИРОВАНИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ

#### 1. МОДЕЛЬ КРАТКОСРОЧНОГО РАВНОВЕСИЯ

Статья Трофимова (1991) содержит модель краткосрочного равновесия между программами производителя и потребителя, инспирированную работами по динамике временного равновесия J.-M. Grandmont. Согласуемость между периодами осуществляется в ней посредством кредитной системы. Обсуждаются условия существования временного равновесия, сходимость этих равновесий к долгосрочному равновесию и устойчивость последнего стационарного состояния. Эта модель трактует таким образом проблему перехода из одного состояния неравновесия, устанавливаемого на каждом этапе, к другому состоянию, учитывая полученную информацию, величину неравновесностей и используя для их корректировки кредитную систему. Сами кредиты ограничены, они состоят из денежных запасов, складывающихся из прибылей производителя в предшествующие периоды. Эта модель включает в себя "скользящее планирование", когда агент принимает свои кредитные решения на конечном промежутке времени.

##### 1) ПРОИЗВОДИТЕЛЬ

Рассматривается фирма, производящая однопородный продукт, используя труд. Обозначим  $Q_t$  - уровень производства в момент  $t$  и  $L_t = g(Q_t)$  - количество труда, необходимое для этого производства. Спецификой модели является возможность получения фирмой от банковской системы финансирования. Фирма должна при этом в своих решениях учитывать изменение задолженности.

Обозначим:

$B_t$  - сумма долга в период  $t$ ; она может быть положительна (фирма - должник) или отрицательна (фирма - кредитор);

$r_t$  - уровень процента на один период, одинаковый для кредиторов и должников;

$\Pi_t$  прибыль;  
 $p_t$  цена товара;  
 $w_t$  уровень заработной платы;  
 $\rho_t = p_t / w_t$  - соответствующая относительная цена.

Производитель выбирает свои производственные планы и изменение задолженности банку, максимизируя предполагаемую прибыль на два периода. Точнее, полагаем известными в момент времени  $t$  значения  $p_t$ ,  $w_t$ ,  $r_t$  и долг  $B_t$ , также как и антисипации на следующий период ценовых показателей  $\hat{p}_{t+1}$ ,  $\hat{w}_{t+1}$ ,  $\hat{r}_{t+1}$ . При этом фирма выбирает наилучшим образом план действий на два периода, то есть  $Q_t$ ,  $L_t = g(Q_t)$ ,  $B_{t+1}$ ,  $Q_{t+1}^*$ ,  $L_{t+1}^* = g(Q_{t+1}^*)$ .

Критерием является сумма прибыли текущего периода и предполагаемой прибыли следующего периода:

$$\pi_t + \hat{\pi}_{t+1},$$

при

$$\pi_t = p_t Q_t - w_t L_t - r_t B_t,$$

$$\hat{\pi}_{t+1} = \hat{p}_{t+1} Q_{t+1}^* - \hat{w}_{t+1} L_{t+1}^* - \hat{r}_{t+1} B_{t+1}.$$

Оптимизация реализуется при бюджетном ограничении, относящемся к промежуточному моменту времени:

$$\Delta_t = w_t L_t - (p_{t-1} Q_{t-1} - r_{t-1} B_{t-1}).$$

Задолженность, предвидимая на конец периода  $t$ , такова, что

$$B_{t+1} = \hat{w}_{t+1} L_{t+1}^* + (1 + r_t)(\Delta_t + B_t) - p_t Q_t.$$

Таким образом мы приходим к решению задачи максимизации:

$$\text{Max}_{Q_t, Q_{t+1}^*, B_{t+1}} p_t Q_t - w_t g(Q_t) - r_t B_t + \hat{p}_{t+1} Q_{t+1}^* - \hat{w}_{t+1} g(Q_{t+1}^*) - \hat{r}_{t+1} B_{t+1}$$

(1) при ограничении:

$$B_{t+1} = \hat{w}_{t+1} g(Q_{t+1}^*) + (1 + r_t)(B_t + w_t g(Q_t) - p_{t-1} Q_{t-1} + r_{t-1} B_{t-1}) - p_t Q_t.$$

Решения этой задачи зависят от различных предопределенных переменных: цена, антисипация цены, долги настоящий и прошлый, об'ем производства. Модель дополнена схемой антисипации, в

которой изменения некоторых ценовых показателей взаимонезависимы и могут быть выражены с помощью их последней наблюдаемой величины.

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{t+1} &= \psi_1(\rho_t) \quad (= \hat{p}_{t+1}/\hat{w}_{t+1}), \\ \hat{w}_{t+1} &= \psi_2(w_t), \\ \hat{r}_{t+1} &= \Phi(r_t).\end{aligned}$$

Эти схемы антисипации даны экзогенно и, таким образом, процесс обучения фирмами не предусмотрен. Оптимальные планы фирм представляются в форме:

$$\begin{cases} Q_t = d^S(r_t, \rho_t, w_t, B_t, B_{t-1}, Q_{t-1}), \\ L_t = L^d(r_t, \rho_t, w_t, B_t, B_{t-1}, Q_{t-1}), \\ B_{t+1} = b(r_t, \rho_t, w_t, B_t, B_{t-1}, Q_{t-1}). \end{cases}$$

#### ii) Потребитель

Аналогичным образом поведение потребителя сводится к выбору на 2-х последовательных периодах с возможностью использовать банковский сектор либо для сбережения либо для финансирования. Целевая функция содержит полезности 2-х периодов:

$$(3) \quad \text{Max} [u_1(C_t, L_t) + u_2(C_{t+1}^*, L_{t+1}^*)],$$

которые зависят от уровня потребления и труда. Эта функция оптимизируется по  $C_t$ ,  $C_{t+1}^*$ ,  $L_{t+1}^*$  и вложениям в банк  $m_{t+1}$ ,  $m_{t+2}^*$  при различных бюджетных ограничениях. Последние описываются:

$$p_t C_t + m_{t+1} = (1 + r_t)(w_t L_t + m_t),$$

$$(4) \quad \hat{p}_{t+1} C_{t+1}^* + m_{t+2}^* = (1 + \hat{r}_{t+1})(\hat{w}_{t+1} L_{t+1}^* + m_{t+1}).$$

Так как целевая функция не содержит члена, характеризующего будущие периоды, учитывающего полезность сбережений, остающихся в конце периода  $t+1$ , то для учета этого эффекта введено дополнительное ограничение. Оно выражает минимальный желаемый рост сбережений и описывается:

$$(5) \quad \hat{m}_{t+2} \geq (1 + r_t)(1 + \hat{r}_{t+1})m_t + \delta,$$

где  $\delta$  – абсолютный рост, нескорректированный изменением процента.

С учетом гипотезы схемы антисипации, аналогичной схеме, предложенной для производителя, можно получить решение:

$$(6) \quad \begin{cases} C_t = q^d(r_t, m_t, w_t, \rho_t), \\ L_t^S = l^S(r_t, m_t, w_t, \rho_t), \\ m_{t+1} = m(r_t, m_t, w_t, \rho_t). \end{cases}$$

### iii) Временное равновесие

Решения программ производителя и потребителя позволяют описать условия, необходимые для временного равновесия. Эти условия таковы:

$$C_t = Q_t,$$

$$L_t^d = L_t^S,$$

$$B_{t+1} = m_{t+1},$$

и они позволяют при заданных равновесных количествах периода  $t-1$  рассчитать равновесную цену как решение системы:

$$(7) \quad \begin{cases} q^d(r_t, \rho_t, m_t, w_t) = q^s(r_t, \rho_t, w_t, B_t, B_{t-1}, Q_{t-1}), \\ l^S(r_t, \rho_t, m_t, w_t) = l^d(r_t, \rho_t, w_t, B_t, B_{t-1}, Q_{t-1}), \\ m(r_t, \rho_t, m_t, w_t) = b(r_t, \rho_t, w_t, B_t, B_{t-1}, Q_{t-1}). \end{cases}$$

Эта динамическая модель изучается Трофимовым главным образом с теоретической точки зрения и, в частности, не содержит имитации траектории развития или исследования последствий резкого изменения экономической политики.

Он интересуется прежде всего достаточными условиями существования временного равновесия, затем ищутся стационарные равновесия. Последние ищутся автором таким способом, чтобы иметь

траекторию постоянных ценовых показателей  $p_t = p$ ,  $w_t = w$ ,  $r_t = r$ , при этом предполагается, что антисипации являются идеальными (безошибочными). Такие решения неизбежно ведут к  $r=0$ ,  $m=b=+\infty$ , что автор интерпретирует как исчезновение на бесконечности рынка кредитов. На самом деле к этому выводу надо относиться с предосторожностью. В действительности, он следует, главным образом из уравнения 4, которое приводит к систематическому росту сбережений. Это последнее обстоятельство очевидно может быть совместимо с реалистичным динамическим равновесием, только если оно сопровождается одновременным ростом производства. Но в модели Трофимова это не осуществимо, так как производственная функция постоянна во времени и является лишь функцией труда. Этот недостаток модели можно было бы однако, исправить, введя капитал в производственную функцию и объясняя как рост сбережений влияет на рост производства через количество капитала.

## 2. ЭВОЛЮЦИОННЫЕ МОДЕЛИ

Модели перехода, которые мы представляем в этом разделе, отличаются по многим признакам от других моделей этой работы. Главное отличие связано с отказом от моделирования рационального поведения экономических агентов. Так, эти модели написаны без ясных ссылок на микроэкономические теории. Мы представляем здесь такие модели в качестве иллюстрации, чтобы лучше выявить отличие их построения от предшествующих моделей. Все построение основывается действительно на непосредственном описании динамических особенностей поведения.

Модель, созданная в Вычислительном центре Академии наук России, основана на методе, названном его автором (Петров А. (1990)): системный анализ эволюционной экономики. Эта модель сочетает математическое описание технологических процессов и механизмов контроля. Она имеет одну общую черту с предыдущей моделью Трофимова – интерес к финансированию предприятий.

### 1) Краткосрочная модель

Модели созданы, исходя из одной и той же совокупности отношений, описывающей развитие части системы. Эта совокупность

по-разному расширена для описания 2-х краткосрочных сценариев экономических реформ. Первый соответствует "шоковой терапии", второй назван "социалистической приватизацией". В обоих случаях экономическими агентами являются: предприятия, оплачиваемые работники, государство и центральный банк. Параметры, контролируемые государством, это: суммарные расходы государства (G), параметр ступенчатого снижения во времени государственных затрат (T), процент налогообложения (n) и уровень индексации заработной платы государственных служащих (k). Предполагается, что переход к рыночному равновесию товаров и кредитов осуществляется мгновенно.

Уравнения поведения и равновесия описаны ниже. Для облегчения обозначений мы не вводим индекс времени. Модель, однако, непрерывна во времени, каждая переменная X должна рассматриваться как величина  $X_t$  и  $\Delta X$  как производная по времени  $dX_t / dt$ .

Равновесие на рынке товаров:

$$(1) \quad (1 - a)Y = G + C,$$

где Y – общее производство и a – технологический коэффициент.

Финансовое равновесие:

Различают 4 финансовые переменные:

вклады населения:  $S^M$ ,

наличные деньги населения:  $M^M$ ,

долг предприятий:  $D^F$ ,

долг государства:  $D^G$ .

Эти переменные удовлетворяют условию равновесия:

$$(2) \quad S^M + M^M = D^F + D^G.$$

Уравнения, описывающие развитие долга и накопления:

Эти уравнения написаны в дифференциальной форме:

Развитие вкладов:

$$\Delta S^M = r_2 S^M + B,$$

где  $r_2$  – процентная ставка вкладов и B – поток чистого накопления.

Развитие наличных денег у населения:

$$\Delta M^M = R_1 + R_2 - B - pC,$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — доходы 2-х категорий работающих, оплачиваемых предприятием или государственных служащих.

Развитие долга предприятий:

$$\Delta D^F = r_1 D^F - (1 - n)(1 - a)pY + Z_1 + \Pi,$$

где  $\Pi$  — сумма прибыли,  $r_1$  — процентная ставка кредита предприятиям,  $n$  — уровень налогообложения,  $p$  — цена выходного продукта,  $Z_1$  — общая заработная плата, выплаченная предприятиями.

Развитие долга Государства:

$$\Delta D^G = pG + Z_2 - R^G,$$

где  $R^G$  — доход государства, складывающийся из налогов на предприятия,  $Z_2$  — сумма заработной платы, выплаченной государством.

### Уравнения поведения

Поведение спроса населения на финансовые активы :

$$\Delta S^M = 1/\delta(\alpha p c - S^M),$$

$$\Delta M^M = 1/\delta(\beta(z_1 + z_2 - M^M)).$$

Поведение предоставления кредитов банком:

$$\Delta D^F = 1/\delta(\gamma p Y - D^F).$$

Неявно полагаем, что предприятие ограничено в кредитах и использует все предоставленные ему суммы.

Поведение государства:

Оно касается эволюции расходов

$$\Delta G = 1/T(\bar{G} - G),$$

где  $1/T$  — скорость снижения контроля государства и  $\bar{G}$  — величина долгосрочных расходов и заработной платы, выплаченной служащим:

$$Z_2 = Z_2(0)[1 + k(p-1)],$$

предполагая по традиции, что год 0 — базовый год расчета индекса цен,  $k$  — уровень индексации.



### Условие равновесия банковского сектора

Если банковский сектор располагает только деньгами, порожденными вкладами, и если он предоставляет кредит только предприятиям, мы имеем равновесие потоков:

$$r_1 D^F = r_2 S^M.$$

Уравнение, названное "равновесием для кратковременной ссуды", вводится аналогичным образом:

$$\Delta D^F = r_1 D^F,$$

оно неявно означает, что предприятие не стремится ни возвратить свой долг, ни брать ссуды. Капитал рассматривается как фиксированный, а займы не могут быть использованы в качестве наличных денег.

Чтобы различить два краткосрочных сценария, автор формулирует различные формы дохода населения и различные гипотезы о перераспределении прибыли предприятий.

#### а) Сценарий "шоковой терапии"

Согласно этого сценария: 1) централизованное планирование исчезло; 2) предприятие ведет себя автономно, но не стремится максимизировать свою прибыль или инвестировать по причине кон'юктурной неопределенности; 3) банк ответственен за поддержание уровня процентной ставки; бюджет государства складывается из налогов на предприятия и используется на заработную плату государственных служащих.

Описание модели дополнено следующими уравнениями:

– доходы населения равны сумме заработной платы

$$R_1 = Z_1 ; R_2 = Z_2 ;$$

– прибыль предприятия  $\pi = 0$ ;

– доход государства соответствует налогам на предприятия

$$R^G = n(1 - a)pY.$$

## б) Сценарий "социалистической приватизации"

В этом сценарии предусмотрен переход собственности предприятий к частным лицам и Государству. Доходы населения складываются из заработной платы и части прибыли предприятия:

$$R_1 = Z_1 + \tau_1 \pi, \quad R_2 = Z_2 + \tau_2 \pi.$$

Доходы Государства – из налогов на доход предприятий и части прибыли предприятий:

$$R^G = n(1 - a)pY + \tau_3 \pi.$$

Окончательно прибыль предприятий определяется из:

$$\pi = (1 - n)(1 - a)pY - Z_1,$$

а коэффициент индексации принят равным нулю.

Исходя из начальных величин переменных и уравнений каждого сценария Петров симитировал развитие в течение нескольких месяцев некоторых индикаторов, таких как инфляция, бюджетный дефицит, потребление населения и др.

Как мы уже сказали, целью такого краткого описания модели эволюции было выявление способа ее построения. Как обычно в динамических системах, результаты имитации очень чувствительны к изменениям спецификации того или иного дифференциального уравнения. Надо поэтому тщательно посмотреть, нет ли среди них недостаточно точных. Эти потенциальные ошибки спецификации должны выявляться в нескольких направлениях:

1) Проверять, правильно ли написаны уравнения поведения. Это важно для уравнений, касающихся поведения, связанного с финансовыми активами, как например:

$$\Delta S^M = 1/\delta(\alpha pC - S^M), \quad \Delta M^M = 1/\delta(\beta(Z_1 + Z_2 - M^M)) \dots$$

Видно, в данном случае, что модификации  $\Delta S^M$ ,  $\Delta M^M$  описаны как функции разности между переменной потока  $pC$  или  $Z_1$ ,  $Z_2$  и переменной запаса  $S^M$ ,  $M^M$ , что затрудняет проблему интерпретации. Кроме того, видно, что скорости корректировок  $1/\delta$  выбраны идентичными для всех активов, что сильно ограничивает результирующую динамику и, конечно, достаточно плохо соответствует реальной ситуации. Также можно обсуждать определение, выбранное для прибыли и способ его использования. В действительности речь идет скорее об

излишке, который в модели перераспределен акционерам прежде, чем имеет место решение, касающееся выплаты процентов с долга.

2) К тому же надо стараться понять смысл причинной связи между различными переменными. Это, естественно, довольно затруднительно в непрерывных по времени формулировках, то есть, где переменные фиксируются синхронно. Следует, однако, отметить, что в данном случае сначала задается развитие  $\Delta S^M, \Delta M^M, \Delta D^F$ , затем определяется  $\Delta D^G$ , соответствующее поведению Государства, используя условия равновесия:

$$\Delta D^G = \Delta S^M + \Delta M^M - \Delta D^F .$$

Таким образом, оказывается, что неявным образом поведение Государства определено как поведение подчиненное, как следствие поведения предприятий и населения.

### ii) Долгосрочная модель

Более интересная динамика, описывающая жизненный цикл предприятия, введена в долгосрочную модель. Часть модели описывает поведение экономических агентов в период централизованного планирования, другая часть описывает это поведение, соответствующее рыночной экономике. Как и в анализе краткосрочных последствий модификации экономической среды, не делается попытки создать модель, точно формулируя рациональное поведение агентов, но скорее воспроизвести, что меняется, а что нет при переходе к рынку.

Так, девять уравнений являются общими для двух частей. Они отражают идею частичного сходства этих систем индустриального управления. В обоих случаях рост активного населения выражен экзогенно.

В целом 28 уравнений описывают плановую экономику и позволяют реализовать имитацию развития. В начальный момент  $t_0$  цены, уровень процентной ставки и уровень заработной платы принимают значения равновесного состояния из плановой модели. Начиная с этого момента, поведение агентов рассматривается как изменившееся, и уже другая серия уравнений, в количестве тридцати трех, описывает экономику (на этот раз рыночную). Тогда с помощью имитации анализируется динамика переменных этой новой модели.

Рассматривается единое благо, служащее одновременно капиталом, производством и потреблением, и интересуются эволюцией производственных мощностей ( $m$ ), капитала ( $k$ ) и суммы займа ( $i$ ). Полагают, что предприятие создано в момент  $\tau$ , благодаря начальному банковскому займу. Имеем в момент создания :

$$K_{\tau} = \tau_{\tau} = br_{\tau}m_{\tau},$$

где  $p_{\tau}$  - цена и  $b$  - технический коэффициент, связанный с капиталом. Уравнения эволюции определены:

$$\begin{cases} \partial m_t / \partial t = -\mu m_t, \\ \partial K_t / \partial t = -\mu^* K_t, \\ \partial i_t / \partial t = r_1 i_t - h_t, \end{cases}$$

где  $\mu$  и  $\mu^*$  - уровни амортизации,  $r_{\tau}$  - уровень процентной ставки, предполагаемый фиксированным на момент создания и  $h_t$  - поток возмещения капитала.

Если предприятие производит  $Y_t$ , ограничение возможностей производства влечет за собой:

$$0 \leq Y_t \leq m_t.$$

Обозначив  $w_t$  - уровень заработной платы,  $n$  - уровень налогообложения и  $l_t$  - количество труда, и полагая, что труд растет пропорционально производственным мощностям

$$l_t = \nu \exp[-\mu(t - \tau)],$$

общий доход фирмы (сверх выплат по займу):

$$\pi_t = [(1 - n)p_t - l_t w_t] Y_t.$$

Автор предполагает кроме того, что существует момент времени  $\bar{t}$  ликвидации предприятия. В этот момент величина ликвидности равна:

$$v_{\bar{t}} = br_{\bar{t}}m_{\bar{t}} - i_{\bar{t}}.$$

Если  $v_{\bar{t}} > 0$ , предприятие высвобождает в момент ликвидации дополнительные доходы.

Если  $v_{\bar{t}} < 0$ , предприятие является банкротом, и банк, предоставивший кредит, восполняет пассив -  $v_{\bar{t}}$ .

Идентичная динамика принята для моделей централизованного планирования и рыночной. Остается об'яснить, что отличает эти две ситуации.

В модели централизованного планирования государство

произвольным образом фиксирует дату ликвидации предприятия  $\bar{t}$ , цены, заработную плату и налоги. Главные плановые индикаторы – уровень роста внутреннего национального продукта ( $\hat{y}$ ) и уровень роста расходов государства ( $\hat{g}$ ). Создание предприятий распределено во времени и капиталовложения ( $I$ ) – функция уровня роста, предусмотренного планом. Планируемое потребление населения есть разница между производством, расходами государства и капиталовложениями:

$$\hat{C}_t = (1 - \hat{g})Y_t - \hat{I}_t.$$

Предприятие должно реализовать план и произвести:

$$\hat{Y}_t = I_r \exp [ -\mu(t - r) ] ; I_t = \hat{I}_t .$$

Если об'ем занятости не позволяет ему этого, корректировка в модели реализуется на макроэкономическом уровне модификацией производственной функции. Таким образом, некоторая гибкость планирования введена в модель на уровне рынка труда. Реальный об'ем занятости есть, с одной стороны – функция производственных возможностей, использованных максимально, с другой стороны, он зависит от степени участия в труде, являющейся функцией уровня заработной платы. Нереализация производственного плана означает в модели, что реальный спрос населения есть минимум между плановым потреблением и потреблением, реально располагаемым.

Банк фиксирует уровень ссуды таким образом, что долги предприятия должны быть покрыты его прибылью. Чистая прибыль предприятия составляет бюджет государства. Потребительские цены рассчитываются исходя из массы заработной платы, зафиксированной пропорционально внутреннему национальному продукту, и исходя из запланированного об'ема потребления. Все макроэкономические показатели получены путем агрегирования предприятий, возникающих в различные моменты времени.

В разделе, соответствующем рыночной экономике, предприятие автономно. Оно может многократно брать займы в банке в течение своей жизни с процентом  $r_{1t}$  или может решить добровольно изменить свой долг. Аналогичным образом оно может скорректировать мгновенно свой спрос на труд согласно нуждам

производства. Оно производит накопления в соответствии с формулой:

$$\partial i_t / \partial t = r_2 i_t .$$

Заем в банке не превышает его фиксированный капитал  $i_t \leq k_t$ . Уровень прибыли  $\rho_t$ , предполагаемой в момент  $t$  не должен быть меньше процентной ставки кредита

$$r_{1t} \leq \rho_t = [(1 - n)p_t - l_t w_t] / b - \mu^* .$$

Спрос на капиталовложения равен тогда

$$\Phi_t^1 = +\infty , \text{ если } r_{1t} \leq \rho_t ;$$

$$\Phi_t^1 = 0, \text{ если } r_{1t} > \rho_t .$$

Объем производства не запланирован и равен:

$$I_t = m_t , \text{ если } (1 - n)p_t - l_t w_t \geq 0 ,$$

$$I_t = 0, \text{ если } (1 - n)p_t - l_t w_t < 0 .$$

Предложение труда пропорционально производству. Расходы населения - функция объема занятости. Развитие заработной платы:

$$dw/dt = w/\Delta w \max\{0, (L - L^D)/L^D\} .$$

Эти модели были имитированы. Тестовые варианты не имели целью реализовать прогноз для экономической политики, не могли они служить и для анализа качества модели. Обычно модели разрабатываются со ссылками на избранные и изложенные в начале теоретические принципы. Анализ модели служит в этом случае проверке обоснованности принятых гипотез или степени их учета авторами. В представленных здесь эволюционных моделях мы не имеем элементов, для такого анализа.

Кроме высказанного интереса к способу создания моделей, покоящихся на прямом описании динамических уравнений, близких к уравнениям в механике, нам нужно кратко отметить и некоторые слабости таких моделей. Слабости очевидно касаются больше раздела рыночной экономики, чем раздела централизованного планирования, которое лучше знакомо российским авторам. Отметим, например, что условия, связанные со всем, что касается кредитных

операций, являются мало реалистичными. Такое ограничение как  $r_t < \rho_t$  абсолютно не учитывает многопериодностирасплачиваемости предприятий с банком и соответствует очень примитивному поведению спроса на кредит, когда фирма смотрит только на свою прибыль в течение одного периода. Также обращает на себя внимание систематически делаемое автором модели допущение о способности рыночной экономики к мгновенной корректировке таких процессов как: остановка производства в течение некоторых периодов, возможность уволить или мгновенно нанять рабочую силу..., все те гипотезы, которые, естественно, влияют на динамические последствия и провоцируют очень (слишком) хаотическое развитие в процессе перехода.

#### ГЛАВА IV. ФОРМИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ЗАПАСАМИ

Переход от плановой экономики к рыночной сопровождается передачей части роли государства предприятиям. Понятно, что в начале перехода предприятия ведут себя монополистически, конкурентный аспект внедряется прогрессивно. Именно этот тип явлений мы намереваемся исследовать, изучая средства контроля, которыми располагает государство, чтобы сдерживать такое поведение предприятий. В модели, которую мы описываем, акцент поставлен на поведении предприятий. Они могут при необходимости влиять на цены, решая, большую или меньшую часть своих запасов конечной продукции представить на рынок. Они могут, например, создать искусственно низкое предложение товаров и таким образом способствовать росту будущих цен.

Модель состоит из двух частей: в первой (параграф 1) предприятия наилучшим образом распоряжаются своими запасами, не пытаясь сознательно влиять на цены. Во второй (параграф 2) предприятия учитывают реакцию потребителей и государства, чтобы играть на объеме своих запасов. Различные варианты имитаций представлены в параграфе 3 и, в частности, рассматривается, как государство может помешать монополистическому поведению предприятий посредством фиксации уровня налогообложения.

Речь идет главным образом о моделях равновесия. Запасы не являются индикаторами неравновесия, но скорее средством межвременного распределения доходов и средством давления. Два типа трансформаций могут быть изучены: – Первый – классический – переход от начального состояния к предельному состоянию, в частности, вдоль траектории равновесия; – Второй – как следствие изменения политики перераспределения.



## 1. КОНКУРЕНТНАЯ СИТУАЦИЯ

Мы рассмотрим одного производителя, который выбирает наилучшим образом в каждый момент времени уровень своего производства, уровень своих запасов и количество продукции, поступающее на рынок, рассматривая цены, уровень налогообложения и капитал, как прошлые, так и настоящие как величины экзогенные. Динамика вводится, в частности, как следствие выбора, осуществленного между запасами и капиталом.

### i) Переменные

Производство товара предприятием требует труда  $L_t$  и капитала  $K_{t-1}$ . Соответствующее количество продукции

$$(1) \quad Q_t^s = f(K_{t-1}, L_t)$$

достигается в соответствии с производственной функцией, которую мы полагаем возрастающей и выпуклой относительно труда при фиксированном капитале. Для определенности мы принимаем в примере форму производственной функции следующего вида:

$$(2) \quad f(k, l) = f_0(k) l^\alpha, \text{ где } 0 < \alpha < 1.$$

Предприятие располагает в конце периода  $t-1$  запасом  $S_{t-1}$  конечного продукта и, если уровень обесценивания запаса  $\gamma$ , запас к началу периода  $t$  равен  $(1-\gamma)S$ . Оно может тогда поставить на рынок в момент времени  $t$  количество:

$$(3) \quad \begin{aligned} Q_t &= \beta_t \left[ Q_t^s + (1-\gamma) S_{t-1} \right] \\ &= \beta_t \left[ f(K_{t-1}, L_t) + (1-\gamma) S_{t-1} \right], \end{aligned}$$

при  $0 \leq \beta_t \leq 1$ .

Это количество полностью продано потребителю. И его запас в конце периода  $t$  становится:

$$(4) \quad S_t = (1 - \beta_t) \left[ Q_t^S + (1 - \gamma) S_{t-1} \right]$$

В каждый момент производитель может зафиксировать: количество продукции  $Q_t^S$  посредством количества труда  $L_t$  и части  $\beta_t$ , которую он решил поставить на рынок.

Полагаем, что этот выбор осуществлен на основе собственных результатов, которые включают непосредственно располагаемую прибыль, предназначенную для использования в качестве капиталовложений, и величину запаса.

ii) Непосредственно располагаемая прибыль

Прибыль определяется из:

$$(5) \quad \pi_t^* = p_t Q_t - w_t L_t,$$

где  $p_t$ ,  $w_t$  - цена товара и заработная плата в момент  $t$ . Мы вводим налог на прибыль, таким образом, что после налога на предприятии остается:

$$(6) \quad \pi_t = (1 - \tau_t) \pi_t^*,$$

где  $\tau_t$  - уровень налогообложения.

Эта прибыль используется для капиталовложения  $I_t$ . Полагая цену капитала равной 1, мы имеем:

$$(7) \quad I_t = \pi_t = K_t - (1 - \delta) K_{t-1},$$

где  $\delta$  - уровень обесценивания капитала.

iii) Динамика запасов

Кроме того, производитель обладает в виде запаса  $S_t$  своеобразной дотацией, которой он не может располагать непосредственно, но которая потенциально пригодна для использования с целью достижения прибыли и будущих капиталовложений. Чтобы не слишком усложнять проблему оценки запасов, обозначим  $\lambda_t$  - цену единицы запаса, определенную фирмой в момент  $t$ . Тогда стоимость запаса равна  $\lambda_t S_t$ . Эта единичная цена

$\lambda$ , о которой пойдет речь более детально позднее, должна учитывать различные аспекты, среди которых :количественное уменьшение запаса, предвидение цен (в отсутствии поставки на рынок аномального количества запаса), предположения о спросе.

iv) Спрос на факторы и управление запасами

Мы полагаем, что в любой момент производитель стремится максимизировать целевую функцию, состоящую из двух типов результатов:

$$(8) \quad \text{Max } V [\pi_t, \lambda_t S_t]. \\ \beta_t, L_t$$

Именно посредством этой функции  $V$  реализуется распределение между немедленной прибылью  $\pi_t$  и будущей прибылью (эффект от которой здесь обобщен посредством  $\lambda_t S_t$ ).

Расписав проблему (8), имеем:

$$\begin{aligned} & V [\pi_t, \lambda_t S_t] \\ &= V [(1-\tau_t) \pi_t^*, \lambda_t S_t] \\ &= V \left\{ (1-\tau_t)(p_t Q_t - w_t L_t), \lambda_t(1-\beta_t) [Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}] \right\} \\ &= V \left\{ (1-\tau_t)[p_t \beta_t(Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}) - w_t L_t], \lambda_t(1-\beta_t)(Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}) \right\} \\ &= V \left\{ (1-\tau_t) [p_t \beta_t(f(K_{t-1}, L_t) + (1-\gamma) S_{t-1}) - w_t L_t], \right. \\ & \quad \left. \lambda_t(1-\beta_t) [f(K_{t-1}, L_t) + (1-\gamma) S_{t-1}] \right\} . \end{aligned}$$

Если мы обозначим  $V_1$  и  $V_2$  соответственно производные  $V$  по двум составляющим, определенным в оптимуме, то получим условия первого порядка:

$$(9) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial L_t} = 0 \Leftrightarrow V_1 (1-\tau_t) [p_t \beta_t \frac{\partial f_t}{\partial L_t} - w]_t + V_2 \lambda_t (1-\beta_t) \frac{\partial f_t}{\partial L_t} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial \beta_t} = 0 \Leftrightarrow V_1 (1-\tau_t) p_t Q_t^S - V_2 \lambda_t Q_t^S = 0 \end{array} \right.$$

С учетом второго уравнения первое может быть записано:

$$-V_1 (1-\tau_t) w_t + V_1 (1-\tau_t) p_t \frac{\partial f_t}{\partial L_t} = 0,$$

$$(10) \Leftrightarrow w_t = p_t \frac{\partial f}{\partial L} (K_{t-1}, L_t).$$

Мы видим, что спрос на труд легко получить, приравняв предельную производительность отношению заработной платы к цене выходного продукта, что является обычным условием. Обозначим:

$$(11) \left\{ \begin{array}{l} L_t = l_t^D [p_t, w_t, \tau_t, \lambda_t, K_{t-1}], \\ \beta_t = \beta_t^S [p_t, w_t, \tau_t, \lambda_t, K_{t-1}], \end{array} \right.$$

оптимальные количества.

#### v) Динамика

Предшествующие решения могут быть выражены по-другому для лучшего выявления динамики. Для этого надо уточнить функцию цены единицы запаса.

$$(12) \quad \lambda_t = \lambda (p_t, w_t, \tau_t),$$

где обозначение  $\underline{p}_t$  вводится для  $p_t, p_{t-1}, \dots$ , и использовать отношения, описывающие текущий капитал и запасы.:

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} K_t = (1-\delta) K_{t-1} + \pi_t \\ \quad = (1-\delta) K_{t-1} + (1-\tau_t) \beta_t^S [f(K_{t-1}, L_t^D) + (1-\gamma) S_{t-1}] \\ \quad \quad - (1-\tau_t) w_t L_t^D, \\ S_t = (1-\beta_t^S) [f(K_{t-1}, L_t^D) + (1-\gamma) S_{t-1}]. \end{array} \right.$$

Тогда получим систему (11)-(12)-(13) относительно переменных  $L_t, \beta_t, \lambda_t, K_t, S_t$ , которая в случае оптимального поведения производителя позволяет выразить переменные (и все переменные, которые с ними связаны  $\pi_t^*, \pi_t, Q_t^S, Q_t$ ) как функции текущих и прошлых значений только цен и уровня налогообложения. Тогда можно записать в явном виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_t = l^d [p_t, w_t, \tau_t], \\ Q_t = q [p_t, w_t, \tau_t], \dots \end{array} \right.$$

#### vi) Равновесие

Мы полагаем, кроме того, существование спроса на производимый товар:

$$(14) C_t = C_t(p_t).$$

Эта функция спроса включает в себя спросы потребителей и государства. Для упрощения записи мы уточняем главным образом ее зависимость от цены  $p_t$ , зависимость от других переменных обобщена индексом  $t$ .

Тогда мы можем записать условие равновесия на рынке товаров:

$$(15) C_t = Q_t,$$

условие, из которого мы получим уровень равновесной цены.

vii) Спецификация модели

Чтобы располагать более конкретным выражением, мы определим оптимальное решение производителя для случая, когда:

$$(2) \quad f(k,l) = f_0(k) l^\alpha, \text{ при } 0 < \alpha < 1,$$

и

$$(16) \quad V(x,y) = x + v(y), \text{ где } v \text{ функция возрастающая и выпуклая.}$$

Мы получаем из (10), что в оптимуме:

$$w_t = p_t \alpha f_0(K_{t-1}) L_t^{\alpha-1},$$

$$(17) \quad L_t = \left[ \frac{w_t}{\alpha p_t f_0(K_{t-1})} \right]^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

Тогда количество продукции вычисляется так:

$$(18) \quad Q_t^S = f_0(K_{t-1}) \left[ \frac{w_t}{\alpha p_t f_0(K_{t-1})} \right]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}},$$

а проданное количество:

$$(19) \quad Q_t = \beta_t \left\{ f_0(K_{t-1}) \left[ \frac{w_t}{\alpha p_t f_0(K_{t-1})} \right]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + (1-\gamma) S_{t-1} \right\}.$$

Величина максимизируемой по  $L$  целевой функции, то есть величина целевой функции, вычисленная при оптимальном количестве труда:

$$\text{Max}_{L_t} V[\pi_t, \lambda_t, S_t]$$

$$\begin{aligned}
&= \text{Max}_{L_t} \left\{ (1-\tau_t) (p_t \beta_t (Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}) - w_t L_t) \right. \\
&\quad \left. + v \left[ \lambda_t (1-\beta_t) (Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}) \right] \right\} \\
&= (1-\tau_t) (p_t \beta_t (Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}) - w_t L_t) + v \left[ \lambda_t (1-\beta_t) (Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}) \right]
\end{aligned}$$

где  $L_t$ ,  $Q_t^S$  — оптимальные выражения, данные в (15) и (16), которые, напомним, не зависят от  $\beta_t$ .

Нам остается лишь оптимизировать это выражение по  $\beta_t$  — части товара, поставленной на рынок. Условие первого порядка выражается:

$$\begin{aligned}
&(1-\tau_t) p_t (Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}) - \lambda_t (Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}) \\
&\quad \frac{dv}{dy} \left[ \lambda_t (1-\beta_t) (Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}) \right] = 0 .
\end{aligned}$$

Обозначив  $v_0$  функцию, обратную  $dv/dy$ , мы получим:

$$(20) \quad 1-\beta_t = \frac{1}{\lambda_t (Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1})} v_0 \left[ \frac{\lambda_t (1-\tau_t) p_t}{\lambda_t} \right] .$$

Положим, что агрегированная функция спроса записывается в линейной форме:

$$(21) \quad c_t = -b_0 p_t + b_1 ,$$

откуда условие равновесия:

$$(22) \quad \left[ Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1} \right] - \frac{1}{\lambda_t} v_0 \left[ \frac{(1-\tau_t) p_t}{\lambda_t} \right] = -b_0 p_t + b_1 .$$

Наконец, мы должны уточнить функцию предвидения.

Есть множество возможных спецификаций этой функции: либо выбор подходящей функции "по здравому смыслу", либо функции, связанной с моделью и отражающей равновесие предвидений. Хотя и

более удовлетворяющий здравому смыслу, этот второй способ представляется здесь очень сложным. Моделирование первого типа могло быть представлено следующим образом.

Рассмотрим случай, когда  $\tau_t = \tau_\infty$ ,  $\forall t$  и назовем  $p_\infty$  - соответствующую ему величину стационарного равновесия.

Положим, что производитель думает, что цены по структуре приблизительно близки авторегрессии первого порядка:

$$p_t = p_\infty + \mu(p_{t-1} - p_\infty) + u_t.$$

Его антисипация цен выражается:

$$\hat{p}_{t+h} = p_\infty + \mu^h(p_t - p_\infty).$$

Кроме того, введем  $\rho$  - коэффициент предпочтения настоящего, предполагаемая цена, откорректированная с учетом этого эффекта запишется так:

$$\tilde{p}_{t+h} = \rho^h \hat{p}_{t+h} = \rho^h \left[ p_\infty + \mu^h (p_t - p_\infty) \right].$$

Если производитель предполагает, что его запас  $S_t$  может быть реализован на будущих рынках только в пропорции  $\nu$ , то, учитывая обесценивание запаса, можно считать что:

в момент  $t+1$   $\nu(1-\gamma) S_t$  поставлено на рынок,

в момент  $t+2$   $\nu(1-\gamma) \left[ (1-\nu)(1-\gamma) \right] S_t$  поставлено на рынок,

в момент  $t+h$   $\nu(1-\gamma)^{h-1} (1-\gamma)^h S_t \equiv \tilde{S}_{t+h}$  поставлено на рынок.

Тогда, предполагаемая величина запаса равна:

$$\begin{aligned} & \sum_{h=1}^{\infty} \tilde{p}_{t+h} \tilde{S}_{t+h} \\ &= \sum_{h=1}^{\infty} \nu(1-\nu)^{h-1} (1-\gamma)^h S_t \rho^h \left[ p_\infty + \mu^h (p_t - p_\infty) \right] \\ &= c_0 S_t + c_1 p_t S_t, \end{aligned}$$

где  $c_0$  и  $c_1$  зависят от параметров  $\nu, \gamma, \rho, p_\infty$ .



Есть два новых параметра  $v$  и  $\rho$ , чего достаточно, чтобы утверждать, что  $c_0$  и  $c_1$  изменяются независимо от других структурных параметров. Эта формулировка имеет преимущество своей интерпретируемостью и при этом проста. Более того, она достаточно хорошо соответствует обычной аргументации предприятий. Однако она не является оптимальной, так как не учитывает изменения цен  $p_{t+h}$ , вызванного поставкой на рынок количества  $\hat{S}_{t+h}$ , которое проявилось бы при использовании формулировки с равновесием предвидений.

## 2. НЕКОНКУРЕНТНАЯ СИТУАЦИЯ

Теперь мы изложим аналогичный подход для случая, когда поведение предприятия монополистическое.

### i) Производитель

Производитель знает, что количество, которое он поставляет на рынок, в частности, посредством запасов, способно влиять на цену. Он может постараться использовать наилучшим образом эту возможность. Для этого он должен учесть реакцию потребителя, которая существует в форме обратной функции спроса

$$(24) \quad p_t = -\frac{c_t}{b_0} + \frac{b_1}{b_0} = -\frac{\beta_t}{b_0} \left[ Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1} \right] + \frac{b_1}{b_0} .$$

Его целевая функция:

$$\begin{aligned} & V [\pi_t, \lambda_t S_t] \\ &= \pi_t + v (\lambda_t S_t) \\ &= (1-\tau_t) [p_t \beta_t (Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}) - w_t L_t] \\ &+ v \left\{ (c_0 + c_1 p_t) (1-\beta_t) (Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}) \right\} . \end{aligned}$$

В этом выражении цена  $p_t$  принимает участие одновременно в

членах, составляющих полезность, связанных с настоящим и будущим.

(\*) Первый способ состоит в учете реакции потребителя на этих двух уровнях. Условия первого порядка тогда таковы:

$$\frac{\partial}{\partial L_t} = 0$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (1-\tau_t) \left\{ \frac{\partial p_t}{\partial L_t} Q_t + p_t \beta_t \frac{\partial f_t}{\partial L_t} - w_t \right\} \\ + \dot{v} \left\{ c_1 \frac{\partial p_t}{\partial L_t} S_t + \lambda_t (1-\beta_t) \frac{\partial f_t}{\partial L_t} \right\} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta_t} = 0$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (1-\tau_t) \left\{ \frac{\partial p_t}{\partial \beta_t} Q_t + p_t [Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}] \right\} \\ + \dot{v} \left\{ c_1 \frac{\partial p_t}{\partial \beta_t} S_t - \lambda_t [Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}] \right\} = 0 \end{aligned}$$

так как  $\frac{\partial p_t}{\partial L_t} = - \frac{\beta_t}{b_0} \frac{\partial f_t}{\partial L_t}$ ,

$$\frac{\partial p_t}{\partial \beta_t} = - \frac{1}{b} [Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}],$$

откуда получаем:

$$\frac{\partial}{\partial L_t} = 0$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (1-\tau_t) \left\{ \frac{\partial f_t}{\partial L_t} \beta_t \left( p_t - \frac{Q_t}{b_0} \right) - w_t \right\} \\ + \dot{v} \frac{\partial f_t}{\partial L_t} \left[ - \frac{\beta_t c_1 S_t}{b_0} + \lambda_t (1-\beta_t) \right] = 0 ; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta_t} = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-\tau_t) \left[ -\frac{\beta_t}{b_0} [Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}] + p_t \right] + \dot{v} \left[ -\frac{c_1}{b_0} S_t - \lambda_t \right] = 0$$

Мы приходим к системе уравнений, которая позволяет получить решение только численным методом.

(\*\*) Предыдущий подход отражает реакцию потребителя относительно полезности в будущем, посредством предполагаемой цены  $\lambda_t$ . Однако, если функция предвидения ошибочна, такой способ может оказаться ненадежным и повлечь за собой посторонние вредные эффекты. Второй подход состоит в том, что реакция потребителя учитывается только на уровне сегодняшней полезности. Реализуя такой подход, мы примем  $\lambda_{t-1}$  вместо  $\lambda_t$  как предвидение цены. Условия 1-го порядка тогда запишутся:

$$\frac{\partial}{\partial L_t} = 0$$

$$\Leftrightarrow (25) (1-\tau_t) \left\{ \frac{\partial f_t}{\partial L_t} \beta_t \left( p_t - \frac{Q_t}{b_0} \right) - w_t \right\}$$

$$+ \dot{v} \frac{\partial f_t}{\partial L_t} \lambda_{t-1} (1-\beta_t) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta_t} = 0$$

$$\Leftrightarrow (26) (1-\tau_t) \left[ p_t - \frac{Q_t}{b_0} \right] - \dot{v} \lambda_{t-1} = 0$$

В этом случае равенство предельной производительности отношению цен более не существует. Точнее, комбинируя два предыдущих условия, мы имеем условие:

$$\frac{\partial f_t}{\partial L_t} = \frac{w_t}{p_t - \frac{Q_t}{b_0}},$$

которое заменяет уравнение (10), полученное для условий конкуренции.

ii) Частный случай

Произведем расчет в случае, когда функция  $v$ , вводимая в (16), является квадратичной:  $v(y) = a_0 y - a_1 y^2/2$ ,  $v'(y) = a_0 - a_1 y$ . Второе условие первого порядка становится:

$$(1-\tau_t) \left\{ -\frac{2\beta_t \tilde{f}_t}{b_0} + \frac{b_1}{b_0} \right\} - \left[ a_0 - a_1 \lambda_{t-1} (1-\beta_t) \tilde{f}_t \right] \lambda_{t-1} = 0,$$

при  $\tilde{f}_t = Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}$ .

Речь идет о линейном уравнении относительно  $\beta_t$ , решение которого будет:

$$(27) \beta_t = \left\{ -b_0 \lambda_{t-1} \left[ a_0 - a_1 \lambda_{t-1} \tilde{f}_t \right] + b_1 (1-\tau_t) \right\} \\ \left\{ 2(1-\tau_t) \tilde{f}_t + a_1 b_0 \lambda_{t-1}^2 \tilde{f}_t \right\}^{-1}.$$

Тогда можно подставить это выражение в уравнение, полученное из (25) - (26):

$$\frac{\partial f_t}{\partial L_t} \left[ p_t - \frac{Q_t}{b_0} \right] = w_t$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial f_t}{\partial L_t} \left[ -2\beta_t \tilde{f}_t + b_1 \right] = w_t b_0$$

Это ведет к следующему уравнению:

$$(28) \frac{\partial f_t}{\partial L_t} \left[ 2b_0 \lambda_{t-1} (a_0 - a_1 \lambda_{t-1} \tilde{f}_t) + a_1 b_0 b_1 \lambda_{t-1}^2 \right] \\ = w_t b_0 \left[ 2(1-\tau_t) + a_1 b_0 \lambda_{t-1}^2 \right],$$

которое зависит только от одной переменной  $L_t$ .

### iii) Равновесная модель

Взятая в совокупности равновесная модель с монополистическим поведением фирмы, базирующимся только на сегодняшней полезности, состоит из следующих уравнений:

уравнение (28) позволяет найти оптимальное количество труда; уравнение (27) дает долю продукции, поставляемую на рынок; затем идут уравнения:

$$(2) \quad Q_t^S = f(K_{t-1}, L_t),$$

$$(3) \quad Q_t = \beta_t [Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}],$$

$$(4) \quad S_t = (1-\beta_t) [Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}],$$

дающие различные количества и приводящие к:

$$(24) \quad p_t = -\frac{t}{b_o} + \frac{1}{b_o},$$

определяющему равновесную цену и:

$$(6) \quad I_t = (1-\tau_t) (p_t Q_t - w_t L_t),$$

$$(7) \quad K_t = I_t + (1-\delta) K_{t-1},$$

$$(23) \quad \lambda_t = c_0 + c_1 p_t.$$

## 3. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ

### i) Спецификация

Чтобы осуществить имитацию цены и количеств в двух ситуациях, соответствующих монополистическому и немонаполистическому поведению фирмы, остается уточнить производственную функцию ( $f_o$ ) и функцию полезности фирмы ( $v$ ), затем зафиксировать значения параметров.

Принимаем производственную функцию типа Кобб-Дуглас:

$$(29) f_0(k) = k^{\alpha_0},$$

в которую мы не вводим постоянный множитель, так как последний всегда может быть нормализован в соответствии с единицами измерения.

Функция полезности производителя принята в квадратичной форме:

$$(30) v(y) = a_0 y - a_1 \frac{y^2}{2},$$

Тогда имеем:

$$\frac{dv(y)}{dy} = a_0 - a_1 y,$$

для которой обратная функция выражается:

$$v_0(y) = a_0/a_1 - y/a_1.$$

#### ii) Конкурентное равновесие

Для такого вида функций уравнение, дающее равновесную цену таково:

$$K_{t-1}^{\alpha_0} \left( \frac{w_t}{\alpha p_t K_{t-1}^{\alpha_0}} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + (1-\gamma) S_{t-1} - \frac{a_0}{a_1} \frac{1}{c_0 + c_1 p_t} + \frac{(1-\tau_t) p_t}{a_1 (c_0 + c_1 p_t)^2} = -b_0 p_t + b_1.$$

Это уравнение нелинейно относительно цены  $p_t$ . С целью избежать при численной имитации поиска на каждом шаге решения такого уравнения, мы предположим, что предприятие принимает свои решения на основе цен, заработной платы и предполагаемой цены предыдущего момента. Это позволяет описать полную модель в рекурсивной форме:

$$(m.1) p_t = - \frac{1}{b_0} \left\{ K_{t-1}^{\alpha_0} \left[ \frac{w_{t-1}}{\alpha_0 p_{t-1} K_{t-1}} \right]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + (1-\gamma) S_{t-1} \right.$$

$$\left. - \frac{a_0}{a_1} \frac{1}{c_0 + c_1 p_{t-1}} + \frac{(1-\tau_{t-1}) p_{t-1}}{a_1 (c_0 + c_1 p_{t-1})^2} \right\} \frac{b_1}{b_0} ,$$

$$(m.2) L_t = \left[ \frac{w_{t-1}}{\alpha_0 p_{t-1} K_{t-1}} \right]^{\frac{1}{\alpha-1}} ,$$

$$(m.3) \lambda_t = c_0 + c_1 p_t ,$$

$$(m.4) Q_t^S = K_{t-1}^{\alpha_0} L_t^\alpha ,$$

$$(m.5) \beta_t = + \left[ \frac{-a_0}{a_1} + \frac{(1-\tau_{t-1}) p_{t-1}}{a_1 \lambda_{t-1}} \right] \frac{1}{\lambda_{t-1} [Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}]} ,$$

$$(m.6) S_t = (1-\beta_t) [Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}] ,$$

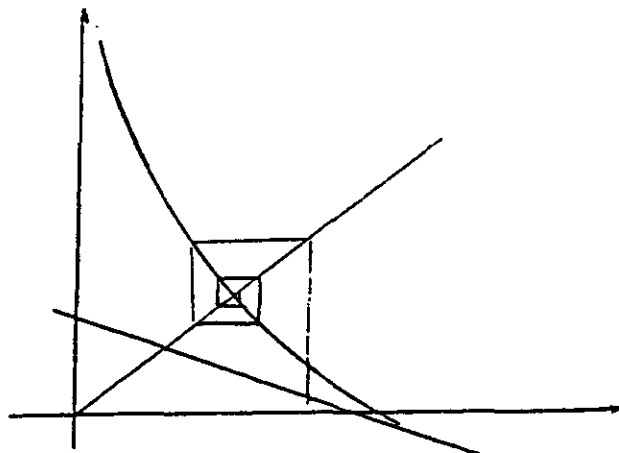
$$(m.7) I_t = (1-\tau_t) [p_t \beta_t [Q_t^S + (1-\gamma) S_{t-1}] - w_t L_t] ,$$

$$(m.8) K_t = (1-\delta) K_{t-1} + I_t .$$

Эта система содержит нелинейную динамику, в частности, в уравнении определения цены, и кроме частного случая эта динамика может быть проанализирована только численно. Несмотря на это, легко увидеть, что для некоторых значений параметров система представляет определенную устойчивость. Положим  $\delta = 0$ ,  $\tau_t = 1$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $w_t = 1$ ,  $c_0 = 0$ ,  $c_1 = 1$ . Тогда видно, что капитал постоянен и равен своей начальной величине и, что уравнение развития цены преобразуется к виду:

$$p_t = - \frac{K_0}{b_0} 0.5 p_{t-1} + \frac{a_0}{b_0 a_1} \frac{1}{p_{t-1}} + \frac{b_1}{b_0}$$

Речь идет об уравнении вида  $p_t = g(p_{t-1})$ , где в зависимости от знаков различных коэффициентов функция  $g$  имеет форму ветви гиперболы:



Уравнение  $p_t = g(p_{t-1})$  получает свойство стабильности типа Кобвеба как только коэффициент  $0.5 K_0 / b_0$  меньше единицы. Естественно поэтому осуществлять имитации, принимая значения, близкие к этому ограничению, даже если потом другие коэффициенты выбраны отличным образом.

### iii) Траектории имитаций

Мы осуществили различные имитации развития переменных, изучая, в частности, влияние уровня налогообложения  $\tau$  в зависимости от значений параметров  $\gamma$  - уровня обесценивания запаса и  $\delta$  - уровня обесценивания капитала, то есть тех параметров, которые влияют на способы межвременного перенесения прибылей.

Другие параметры были зафиксированы при следующих значениях:

$$a_0 = 3, a_1 = 1, b_0 = 10, b_1 = 12, \alpha = \alpha_0 = 0.5, c_0 = 0, c_1 = 1.$$

Начальные значения переменных:



$$p_0 = \lambda_0 = 1.2, L_0 = 3, Q_0^S = 6, \beta_0 = 0.5, S_0 = 4, I_0 = 2, K_0 = 10.$$

Более того, мы зафиксировали заработную плату для всех моментов времени  $w_t = 1, \forall t$ , таким образом, что траектории рассматриваются в эквиваленте заработной платы, и уровень налогообложения положен постоянным в течение всего периода  $\tau_t = \tau$

Установленные кривые развития заметно зависят от выбора 3-х других параметров  $\gamma, \delta, \tau$ . Рост уровня налогообложения проявляется одновременно как уменьшающий важность капитала (это проистекает из того факта, что в модели отсутствуют субсидии или правительственные заказы, компенсирующие эффект налогообложения), но также как стабилизирующий развитие. Различные полученные траектории представлены в приложении. Можно, в частности, различить три типа развития, каждый из которых представлен нелинейными динамическими характеристиками. Первый тип соответствует периоду краткосрочных флуктуаций, за которым следует стабилизация, близкая к равновесным значениям или к регулярному тренду (см. рис 6) (сценарий: корректировка - стабилизация). Второй тип - априори достаточно похожий на первый, кроме периода стабилизации, который здесь является промежуточным и с некоторого момента ведет к "катастрофе" с исчезновением предприятия (рис.7) (сценарий корректировка - стабилизация - депрессия).

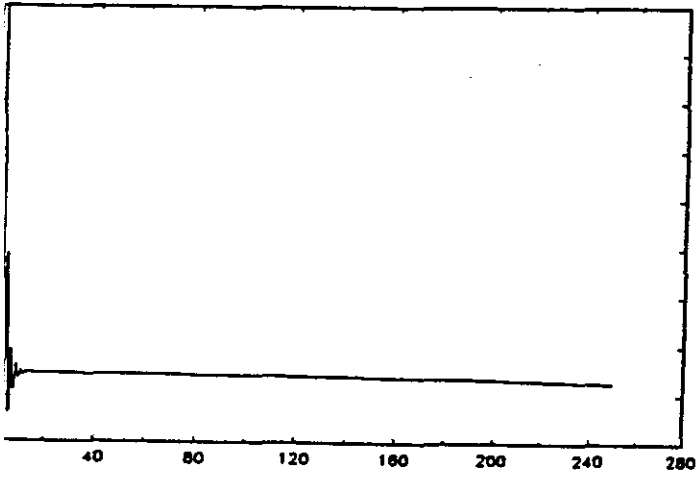
Наконец, третий тип динамики представляет последовательность флуктуаций и стабилизаций (рис.8) (сценарий: перемежающиеся корректировки - стабилизации). В таких схемах некоторые переменные менее чувствительны, чем другие, к нелинейности явлений. Отметим, что имитации проведены с достаточно большим числом итераций (между 50 и 150), так что некоторые свойства или зависимости отражают долгосрочные характеристики модели. Они должны интерпретироваться как таковые. Для более краткосрочных целей симуляции должны проводиться с меньшим числом итераций. При этом особенно, важно ослабить гипотезу о постоянном уровне налогообложения (здесь единственная контролируемая переменная) и наблюдать как изменение этого уровня может позволить компенсировать некоторые хаотические явления, выявленные при постоянстве налогообложения.

Предшествующие графики получены со схемой антисипации, где  $\lambda_t = p_t$ . Можно задаться вопросом, заметно ли изменяются результаты, когда меняется это условие. На графиках, представленных далее, мы рассматриваем схемы типа  $\lambda_t = c_o + (1 - c_o)p_t$ , где  $c_o$  может принимать различные значения. Другие параметры сохраняют значения, которые были зафиксированы для случая хаотического развития (рис.8). Рассмотренные значения  $c_o$  таковы:  $c_o = 0.2$ ,  $c_o = 0.5$ ,  $c_o = 0.95$ . Ожидается, что когда  $c_o$  растет, то есть когда фирма дает более высокий вес предвидению равенства цены единице, чем "наивному" предвидению  $p_t$ , то система становится более "устойчива". Это можно обнаружить на рис. 9 с асимптотическим существованием эндогенных налагающихся циклов (сценарий: наложенные циклы) здесь графики даны для двух переменных: цены  $p_t$  и капиталовложения  $I_t$ .

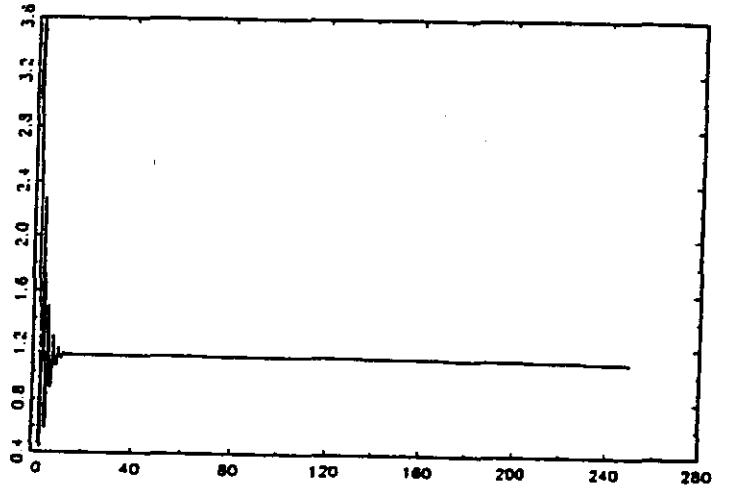
Рисунок 6

Сценарий: корректировка - стабилизация

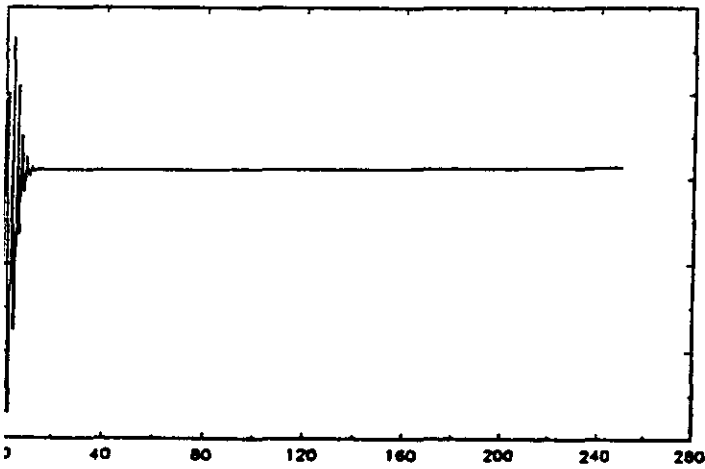
output -  $Q_t$ ,  $to0 = 0.1$ ,  $del = 0.147$ ,  $gam = 0.2$



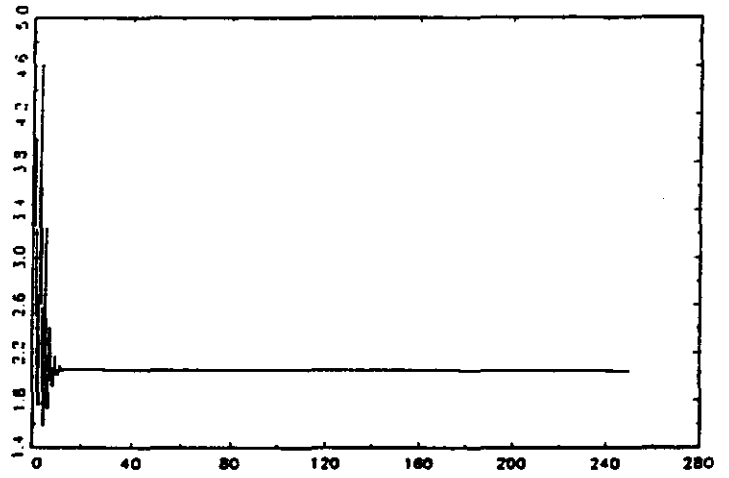
emploi -  $L_t$ ,  $to0 = 0.1$ ,  $del = 0.147$ ,  $gam = 0.2$



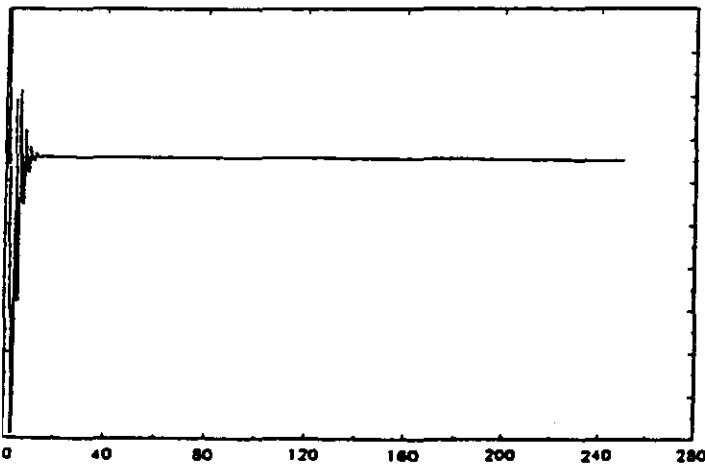
prix -  $p$  et  $lam$ ,  $to0 = 0.1$ ,  $del = 0.147$ ,  $gam = 0.2$



stock -  $S_t$ ,  $to0 = 0.1$ ,  $del = 0.147$ ,  $gam = 0.2$



investissement -  $I_t$ ,  $to0 = 0.1$ ,  $del = 0.147$ ,  $gam = 0.2$



capital -  $K_t$ ,  $to0 = 0.1$ ,  $del = 0.147$ ,  $gam = 0.2$

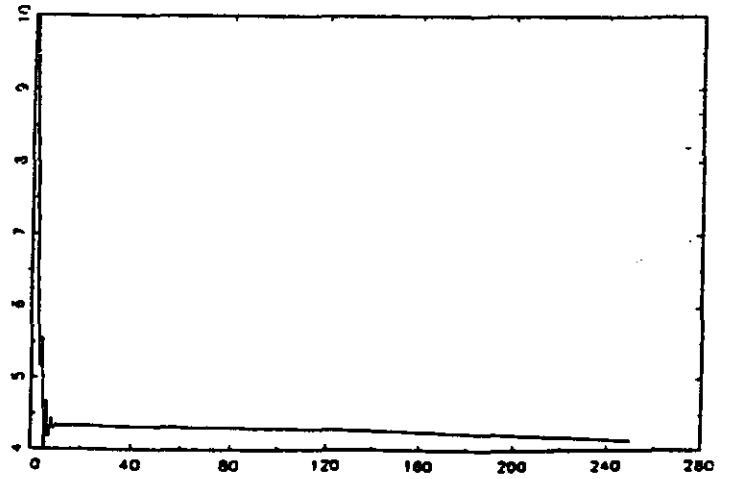


Рисунок 7

Сценарий: корректировка – стабилизация – депрессия

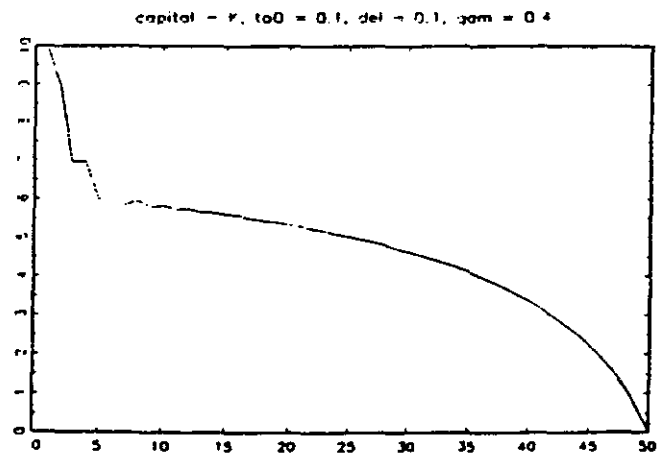
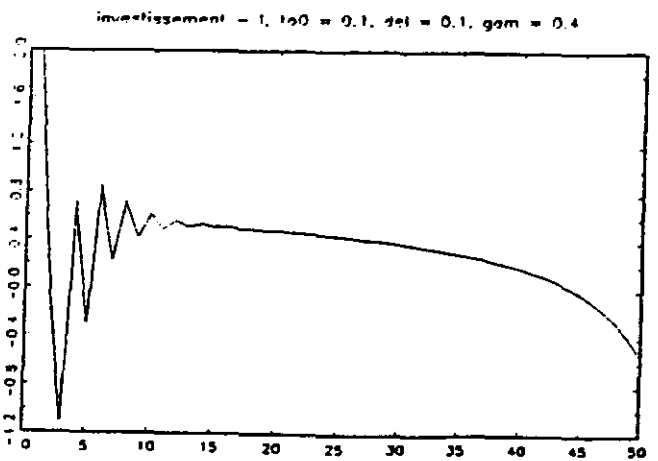
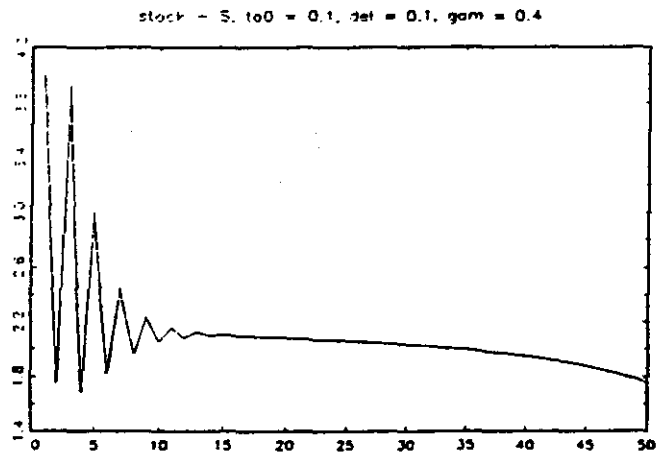
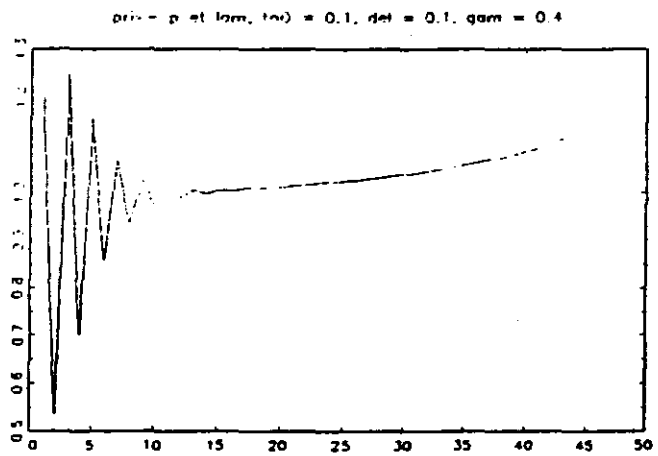
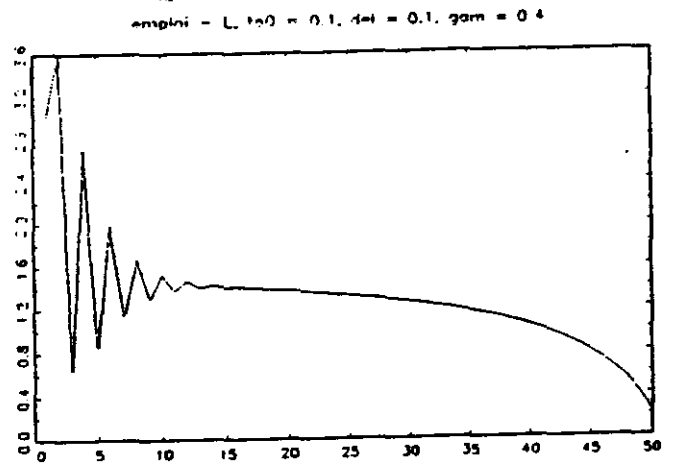
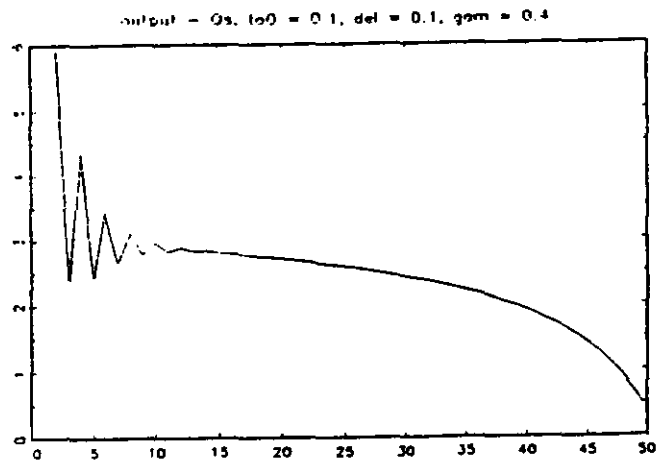


Рисунок 8

Сценарий: перемежающиеся корректировки – стабилизации

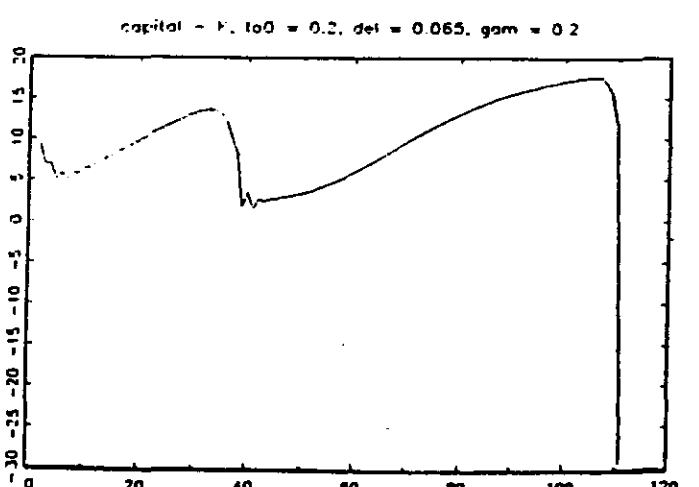
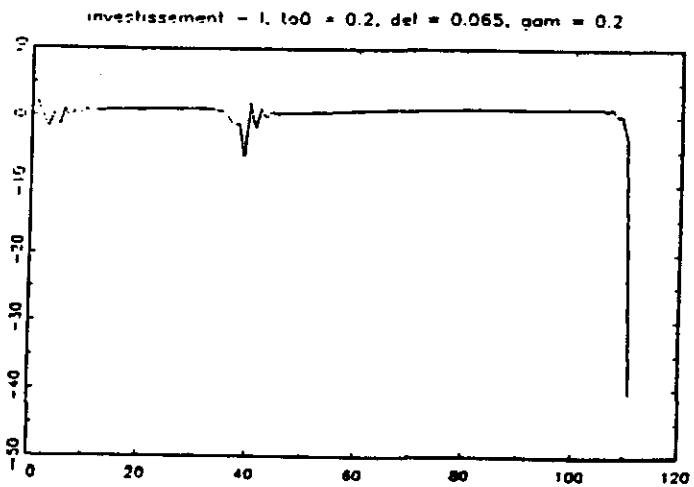
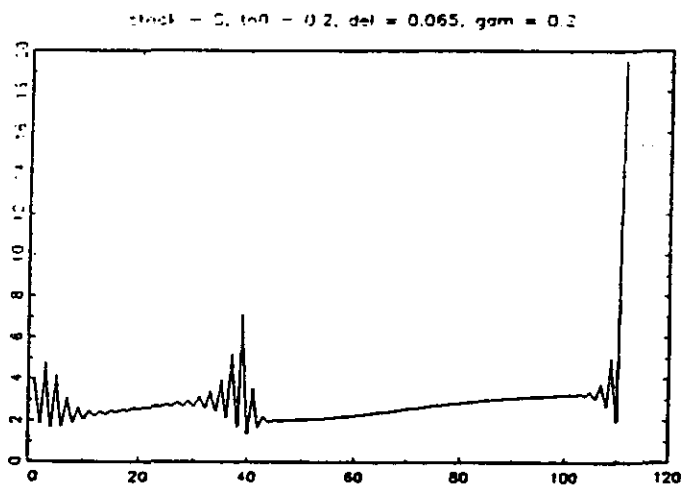
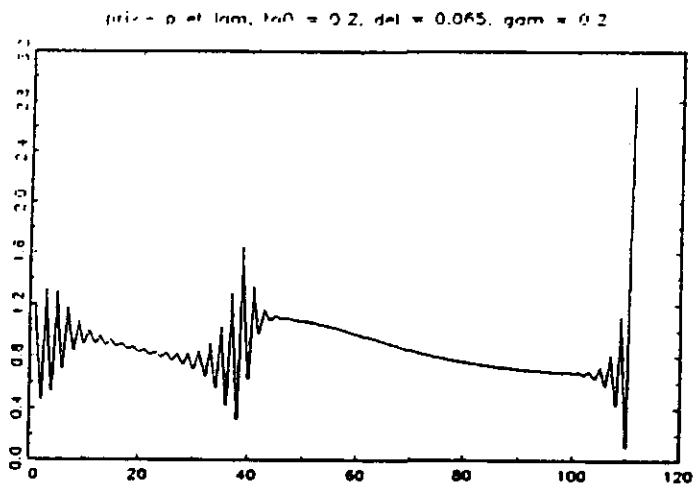
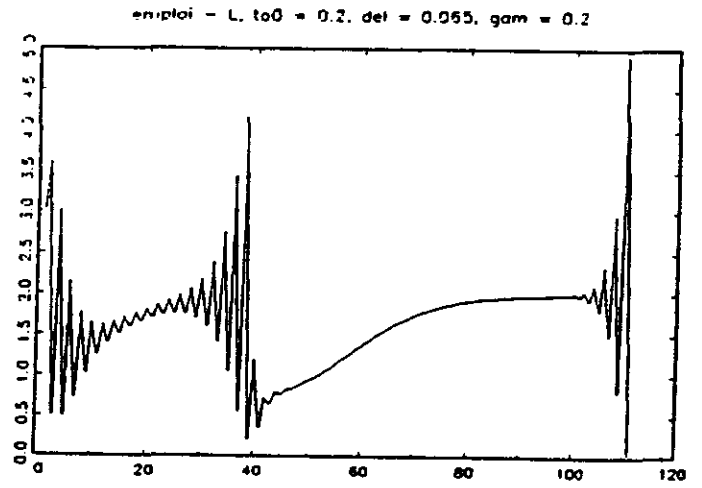
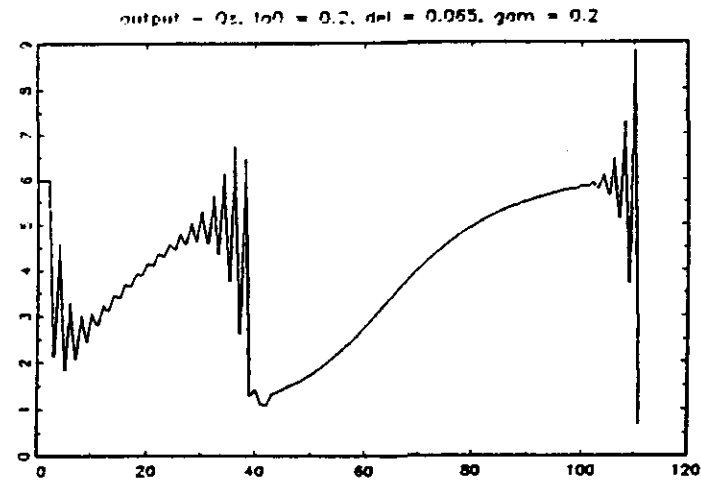
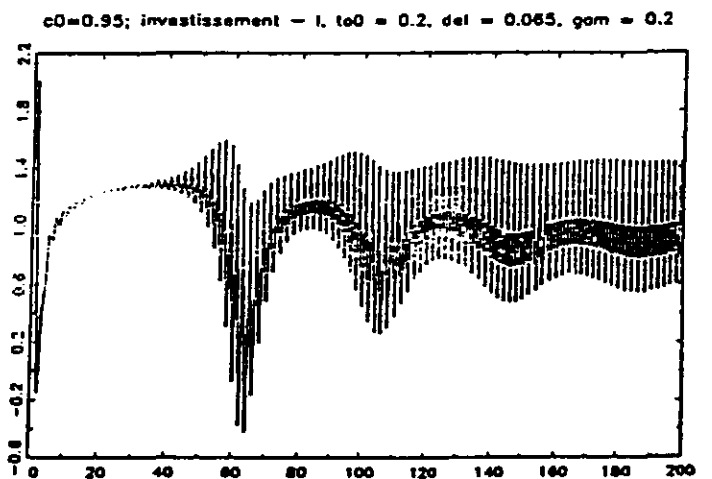
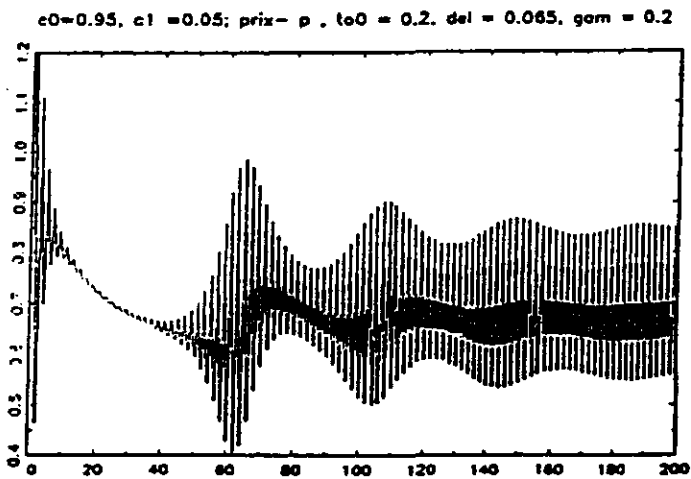
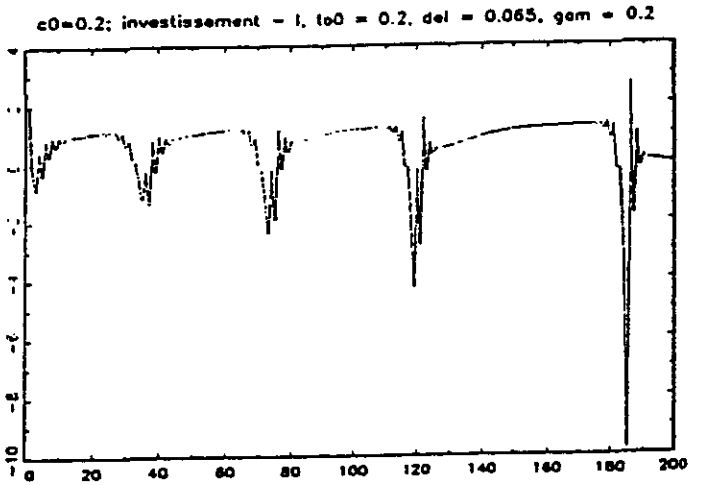
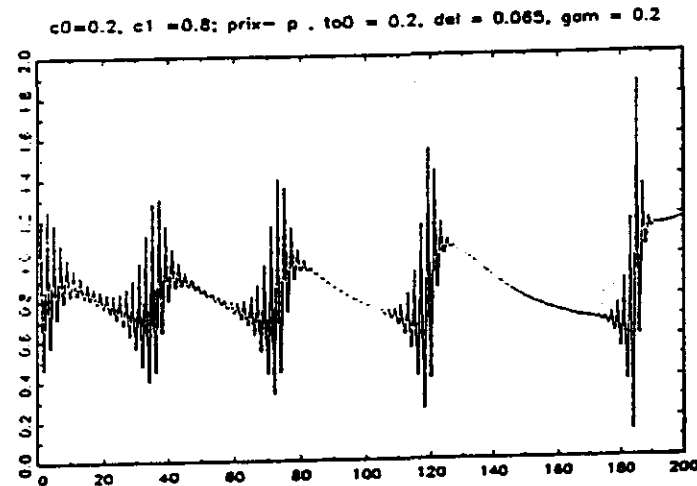
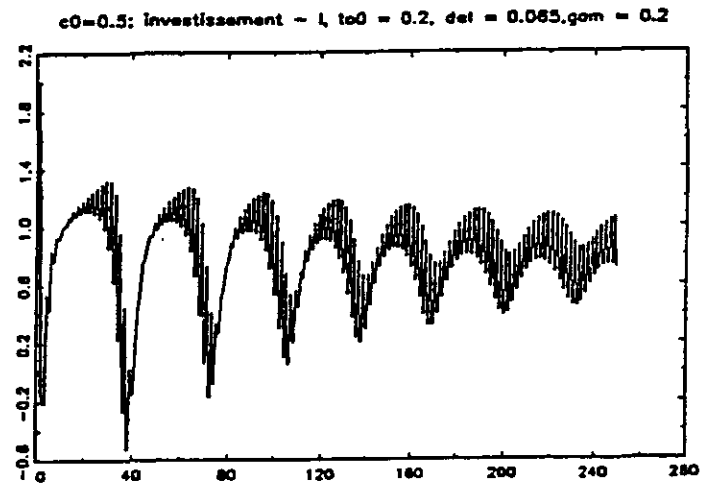
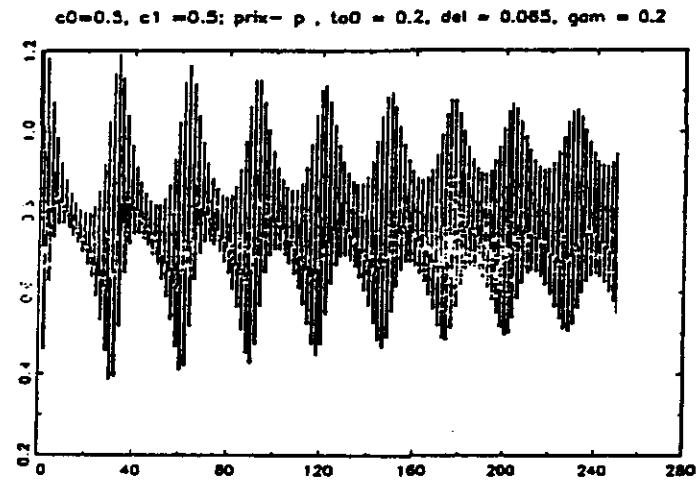


Рисунок 9

Сценарий: наложенные циклы



iv) Неконкурентное равновесие

При форме производственной функции:

$f(k, l) = k^{\alpha_0} l^{\alpha}$ , при  $\alpha = 0.5$ , уравнение (28), позволяющее определить спрос на труд, записывается:

$$0.5 K_{t-1}^{\alpha_0} L_t^{-0.5} \left[ 2 b_0 \lambda_{t-1} \left( a_0 - a_1 \lambda_{t-1} (K_{t-1}^{\alpha_0}, L_t^{0.5} + (1-\gamma) S_{t-1}) \right) + a_1 b_0 b_1 \lambda_{t-1}^2 \right] = w_t b_0 \left[ 2 (1-\tau_t) + a_1 b_0 \lambda_{t-1}^2 \right],$$

или эквивалентно:

$$0.5 K_{t-1}^{\alpha_0} \left\{ 2 b_0 \lambda_{t-1} \left[ a_0 - a_1 \lambda_{t-1} K_{t-1}^{\alpha_0} L_t^{0.5} - a_1 \lambda_{t-1} (1-\gamma) S_{t-1} \right] + a_1 b_1 \lambda_{t-1}^2 \right\} = L_t^{0.5} w_t b_0 \left[ 2(1-\tau_t) + a_1 b_0 \lambda_{t-1}^2 \right].$$

Откуда непосредственно получаем выражение для  $L$ :

$$(29) L_t = \left[ a_0 b_0 \lambda_{t-1} K_{t-1}^{\alpha_0} + 0.5 K_{t-1}^{\alpha_0} a_1 b_0 b_1 \lambda_{t-1} - a_1 b_0 K_{t-1}^{\alpha_0} \lambda_{t-1} S_{t-1} \right]^2 \left[ a_1 b_0 \lambda_{t-1}^2 K_{t-1}^{2\alpha_0} + w_t b_0 2(1-\tau_t) + w_t a_1 b_0^2 \lambda_{t-1}^2 \right]^{-2}.$$

Фиксируя как в конкурентном случае развитие заработной платы  $w_t = 1$ ,  $\forall t$  мы получаем модель равновесия, состоящую из следующих уравнений:

$$(m^*1) L_t = \left[ a_0 b_0 \lambda_{t-1} K_{t-1}^{\alpha_0} + 0.5 K_{t-1}^{\alpha_0} a_1 b_0 b_1 \lambda_{t-1}^2 - a_1 b_0 K_{t-1}^{\alpha_0} \lambda_{t-1}^2 (1-\gamma) S_{t-1} \right]^2 \left[ a_1 b_0 \lambda_{t-1}^2 K_{t-1}^{2\alpha_0} + b_0 2(1-\tau_t) + a_1 b_0^2 \lambda_{t-1}^2 \right]^{-2},$$

$$\begin{aligned}
 (m^*2) \beta_t = & \left[ -b_0 \lambda_{t-1} (a_0 - a_1 \lambda_{t-1} (K_{t-1}^{\alpha_0} L_t^{0.5} + (1-\gamma) S_{t-1})) \right. \\
 & \left. + b_1 (1-\tau_t) \right]^* \\
 & \left[ 2(1-\tau_t) (K_{t-1}^{\alpha_0} L_t^{0.5} + (1-\gamma) S_{t-1}) + a_1 b_0 \lambda_{t-1}^2 (K_{t-1}^{\alpha_0} L_t^{0.5} \right. \\
 & \left. + (1-\gamma) S_{t-1}) \right]^{-1},
 \end{aligned}$$

$$(m^*3) Q_t = \beta_t \left[ K_{t-1}^{\alpha_0} L_t^{0.5} + (1-\gamma) S_{t-1} \right],$$

$$(m^*4) p_t = -\frac{Q_t}{b_0} + \frac{b_1}{b_0},$$

$$(m^*5) \lambda_t = c_0 + c_1 p_t,$$

$$(m^*6) S_t = (1-\beta_t) \left[ K_{t-1}^{\alpha_0} L_t^{0.5} + (1-\gamma) S_{t-1} \right],$$

$$(m^*7) I_t = (1-\tau_t) \left[ p_t Q_t - L_t \right],$$

$$(m^*8) K_t = I_t + (1-\delta) K_{t-1}.$$

Как и система, описанная в конкурентном случае, система (m\*1) – (m\*8) содержит нелинейные динамики. Свойства устойчивости этой системы могут быть выявлены при рассмотрении эволюции цены, соответствующей частному случаю  $\gamma=1, \tau_t=1, \gamma=1, \alpha=0.5, w_t=1, c_0=0, c_1=1$ . В этом случае легко видеть, что цены таковы, что:

$$p_t = \frac{a_0}{a_1 p_{t-1} (K_0^{2\alpha_0} + b_0)} + \frac{b_1}{b_0 (K_0^{2\alpha_0} + b_0)} (0.5 K_0^{2\alpha_0} + b_0).$$



Речь идет о нелинейном рекуррентном уравнении гиперболического типа, с теми же свойствами устойчивости типа Кобвеба что и в условиях конкуренции.

v) Траектории имитаций

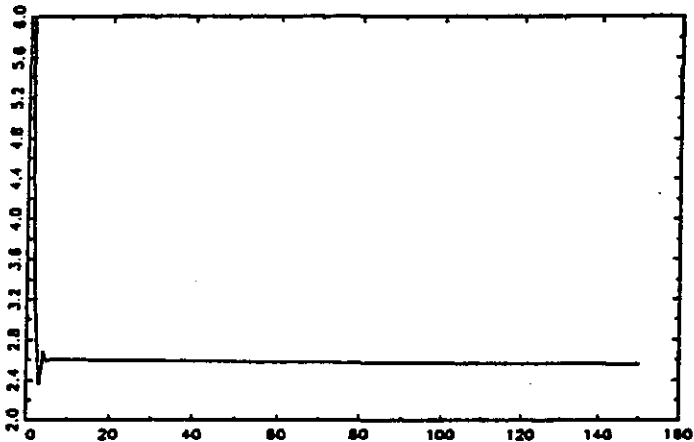
Фиксируя те же значения параметров, что и в случае конкуренции  $a_0 = 3$ ,  $a_1 = 1$ ,  $b_0 = 10$ ,  $b_1 = 12$ ,  $\alpha = \alpha_0 = 0,5$ ,  $c_0 = 0$ ,  $c_1 = 1$ , мы осуществили различные имитации для различных уровней  $\gamma, \delta, \tau$ . Констатируется, что один из случаев, проявившийся в условиях конкуренции, а именно – наложенные циклы, здесь отсутствует. Получается, что монополистическое поведение способствует некоторым образом "сглаживанию" развития. Другие же процессы (рис.10 и 11) являются процессами такого же типа, что и процессы, полученные в случае конкуренции.

Рисунок 10

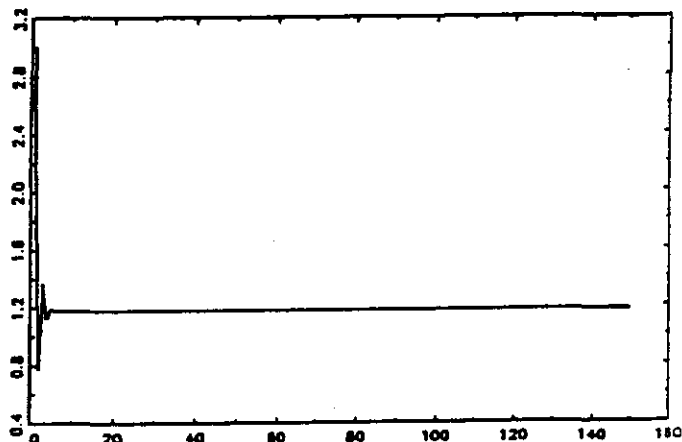
Сценарий: корректировка - стабилизация

$$\gamma = 0.3, \delta = 0.05, \tau = 0.6$$

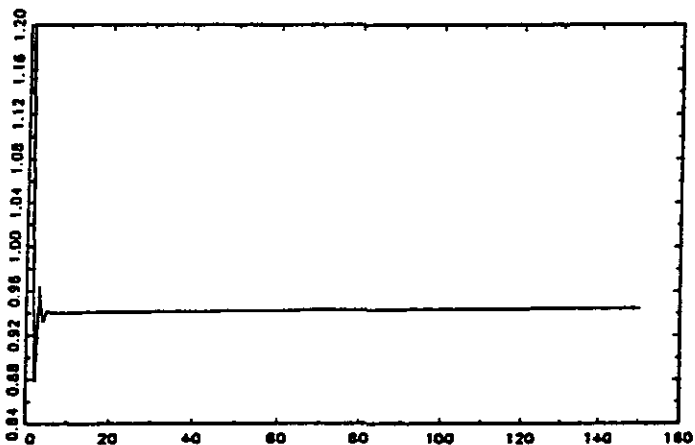
output - Q



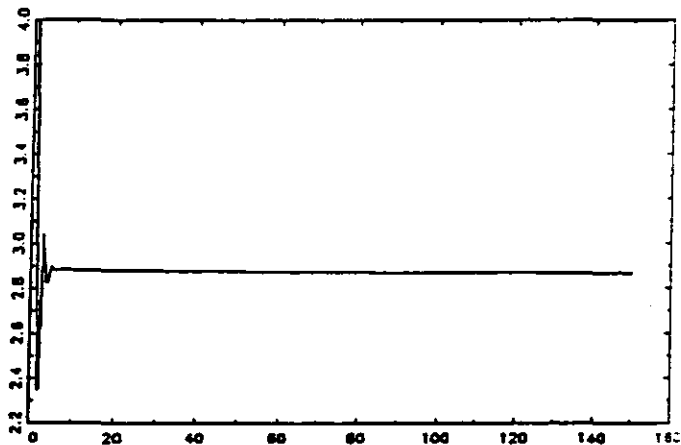
emploi - l



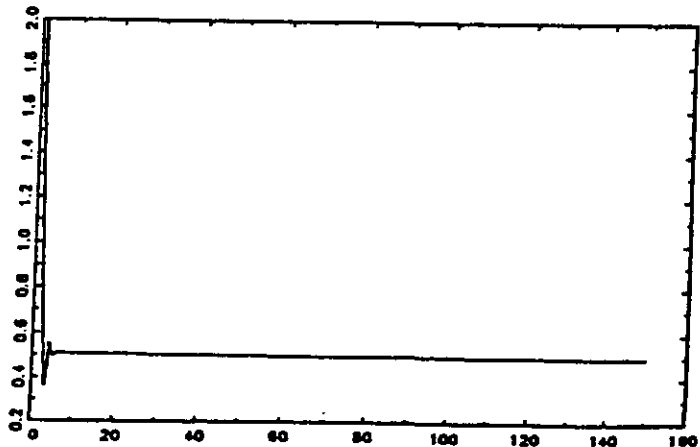
prix - p



stock - S



investissement - i



partie du Qs en vente - bet

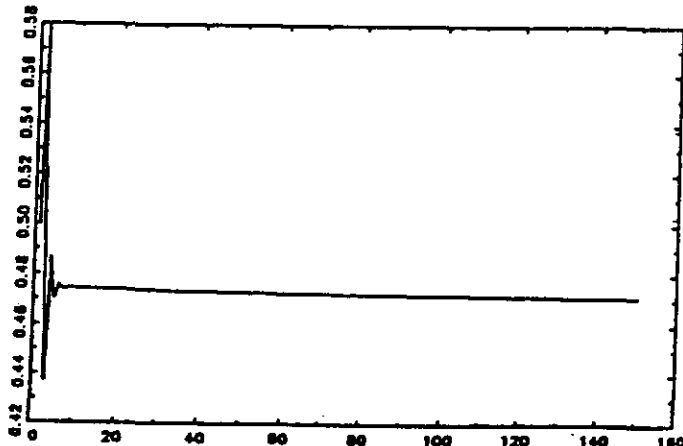
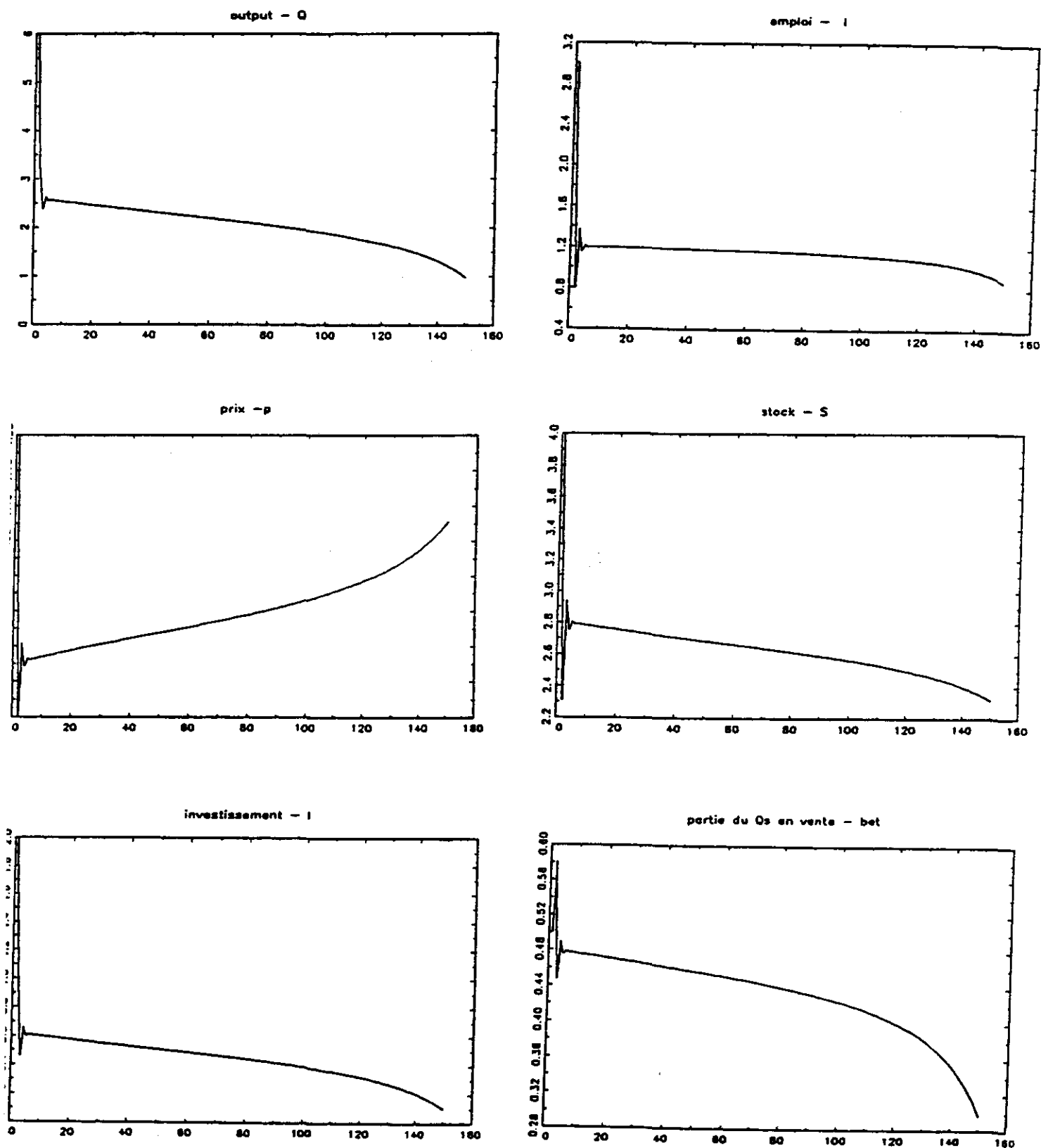


Рисунок 11

Сценарий: корректировка - стабилизация - депрессия

$$\gamma = 0.33, \delta = 0.065, \tau = 0.5$$

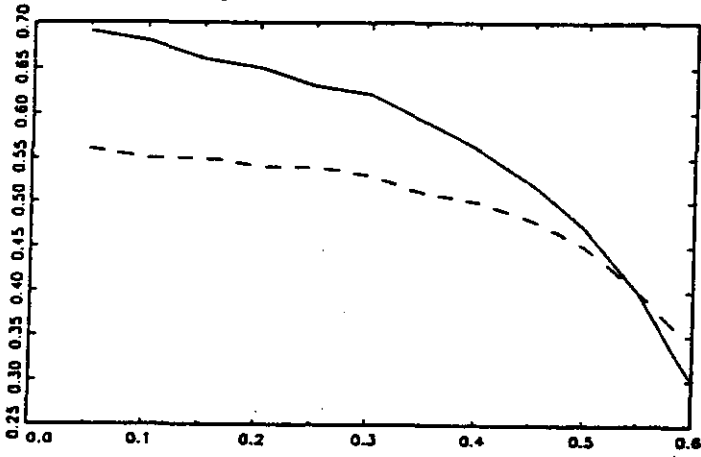


#### vi) Эффект уровня налогообложения

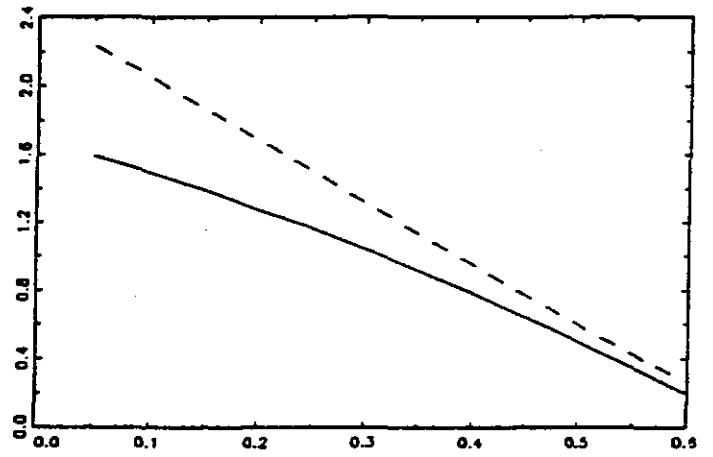
Даже когда кривые развития, получаемые в условиях конкуренции и при ее отсутствии, кажутся аналогичными, полезно рассмотреть как долгосрочные значения различных переменных зависят от уровней  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\tau$ . Чтобы проиллюстрировать эффект уровня налогообложения, мы приняли значения  $\gamma = 0.1$ ,  $\delta = 0.1$ , для которых две системы  $(m)$  и  $(m^*)$  асимптотически устойчивы, при широком диапазоне значений уровня налогообложения. В этих условиях мы можем осуществить изучение сравнительной статики и посмотреть как равновесные значения переменных зависят от уровня налога и сравнить зависимости, полученные в условиях конкуренции. На графиках (рис. 12) сплошные кривые соответствуют конкурентному случаю, пунктирные — неконкурентному случаю. Установлено, что в общем случае часть продукции, поставленная на рынок —  $\beta$ , при данном уровне налогообложения, выше в первом случае, чем во втором, или, что эквивалентно, чтобы достичь в 2-х ситуациях одной и той же доли  $\beta$  надо увеличить налогообложение, когда предприятие ведет себя как монополист. Аналогичные замечания могут быть сделаны для других переменных: монополистическое поведение приводит (что известно из теории) к увеличению цены и уменьшению производства. Можно также отметить, что такое предприятие имеет позитивный эффект на капиталовложение и негативный на занятость. Эти эффекты однако более или менее значимы в зависимости от уровня налогообложения и в нашем примере наблюдаются некоторые резкие изменения, когда уровень налогообложения достигает значений 50 — 60 %.

Рисунок 12

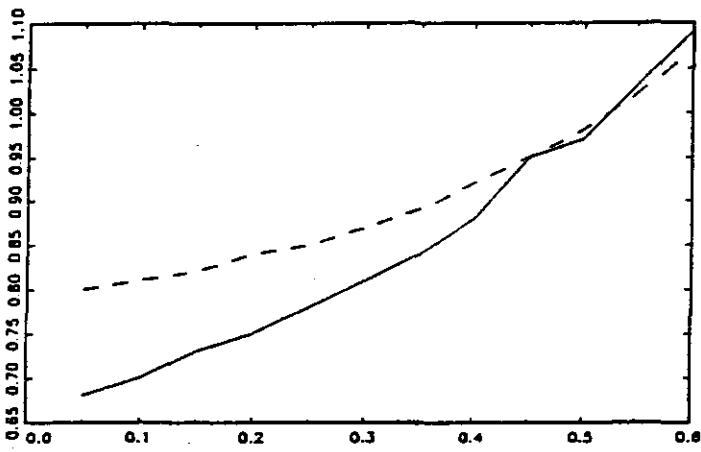
$\beta$  bet c et bet m & to0



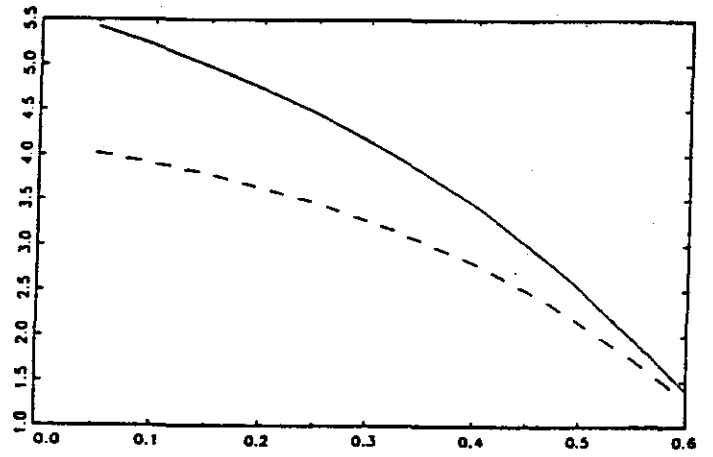
investissement  $Ic$  et  $I_m$  & to0



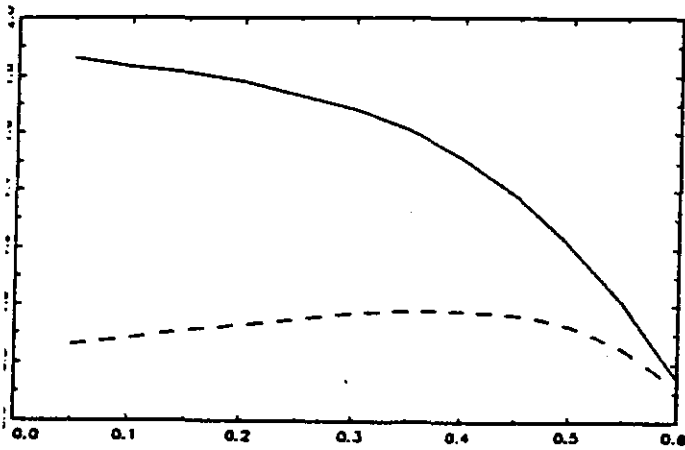
prix -  $p_c$  et  $p_m$  & to0



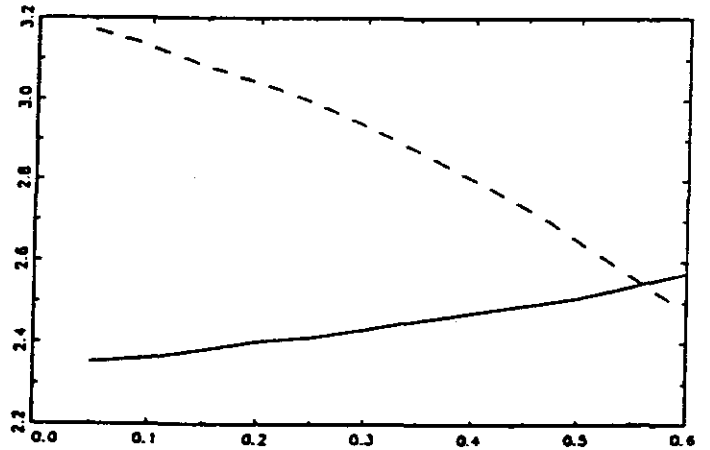
$Q_c$  et  $Q_m$  & to0



emploi  $L_c$  et  $L_m$  & to0



stock -  $S_c$  et  $S_m$  & to0



## ГЛАВА V. ПОВЕДЕНИЕ ПОТРЕБИТЕЛЯ ПРИ ПОЯВЛЕНИИ НОВОЙ ПРОДУКЦИИ

В этом параграфе мы намереваемся обсудить поведение потребителей при появлении новой продукции. В плановой системе в России номенклатура продукции устанавливалась центром. В конце периода планируемой экономики в 1985 году существовало 2000 наименований, продаваемых по фиксированным и неизменяемым ценам. Либерализация цен, большая свобода решений, предоставленная предприятиям, и большая открытость внешним рынкам привели к появлению новой продукции. Интересно знать, каков естественный спрос потребителей на новую продукцию? По какой цене она может быть предложена? Какие продукты из существующих рискуют исчезнуть после внедрения новых на рынок?... Ответы на такие вопросы требуют информации о реакции потребителей посредством анализа их предшествующего поведения, которое соответствовало ситуациям, когда эти продукты отсутствовали на рынке. В качестве способа установить связь между этими двумя ситуациями до и после внедрения нового продукта на рынок, мы рассмотрим далее прием, когда каждый товар описывается некоторыми "вторичными" характеристиками, которые влияют одновременно на спрос и на цены. Идея заключается в том, чтобы вывести из наблюдения прошлого, то есть из цен на некоторые существовавшие товары, "условные" цены их "вторичных" характеристик, а затем, зная характеристики новых продуктов, приписать уже цены последних.

Такой метод был уже предложен в литературе в контексте, не связанном со специфическими проблемами экономики, покидающей плановую систему (Lancaster (1971), Becker (1965), Anderson & De Palma & Thyse (1989), Berry & Levinsohn & Pakes (1993)). Он служит базой создания индексов гедонических цен, рассчитанных, например, для персональных компьютеров (см., например, индексы, опубликованные IBM и INSEE). Так как материальные объекты меняются очень быстро, сравнивать напрямую их цены в различные периоды практически невозможно. Поэтому и возникает идея

конструирования условных цен некоторых из характеристик этих объектов, таких как объем памяти, быстродействие, количество слотов расширения, и рассмотрения непосредственно эволюции этих условных цен (Griliches (1961), Griliches & Adelman (1961), Rosen (1974)).

В первом параграфе мы представляем эту декомпозицию товаров на их характеристики и описываем поведение потребителя. Различные ситуации могут быть выделены при этом в соответствии с относительными количествами товаров и "вторичных" характеристик на рынке. Описание гипотезы "полного" рынка приведено во втором параграфе. В третьем параграфе мы исследуем модификацию спроса при появлении новой продукции с заданной ценой. Это позволяет, в частности, увидеть, какие продукты при этих ценах исчезают с рынка и предложить уровни и изменение цен, откорректированных эффектом внедрения нового продукта. Мы можем также предвидеть, какой новый продукт должна была бы внедрить монополия и на каком уровне могла бы быть зафиксирована его цена. Эта глава является главным образом теоритической и имеет целью продемонстрировать, что для различных задач [модификация товаров, развитие спроса, расчет индекса цен...] подход с помощью характеристик предметов является неизбежным.

## 1. ОПИСАНИЕ ТОВАРОВ И ПОВЕДЕНИЯ ПОТРЕБИТЕЛЯ

### а) Поведение потребителя

На рынке существуют различные товары  $j=, \dots, J$ . Каждый из них обладает различными качественными характеристиками (показателями)  $k=1, \dots, K$  (например, объем памяти для персональных компьютеров, количество калорий, протеина, ... для продовольственных товаров). Так как для каждой из этих характеристик зафиксированы единицы измерения, каждый товар может рассматриваться как их набор, или "корзина":

$$(1) \quad (a_{1j}, \dots, a_{kj})$$

где  $a_{kj}$  означает величину  $k$ -го показателя, соответствующую единице  $j$ -го товара.

Потребитель, располагающий потребительской корзиной из

товаров  $j=1, \dots, J$ , в количествах соответственно  $x=(x_1, \dots, x_J)'$ , тем самым располагает потребительской корзиной характеристик  $y=(y_1, \dots, y_K)'$ , где:

$$Y_k = \sum_{j=1}^J a_{kj} x_j, \quad k = 1, \dots, K,$$

$$(2) \quad Y = Ax,$$

где  $A$  – матрица размерности  $(K, J)$  с элементами  $a_{kj}$ . Эта матрица названа Ланкастером технологической матрицей потребления и ее коэффициенты полагаем впредь строго положительными. [Это допущение может, однако, быть ослаблено для некоторых из результатов, полученных ниже].

Мы полагаем впредь, что полезность потребителя зависит от количества "вторичных" характеристик, которыми он располагает. Так, мы рассматриваем:

$$u(Y) = u(Y_1, \dots, Y_K) = u(Ax).$$

Предпочтения на существующие товары являются производными от предпочтений на "вторичные" характеристики последних. Такая транспортировка предпочтений предполагает, что каждому из потребителей известна матрица коэффициентов  $A$ . Функция спроса, полученная максимизацией полезности при бюджетном ограничении, находится из решения задачи:

$$\text{Max}_x u(Ax)$$

$$p'x = R,$$

$$x \geq 0,$$

где  $p=(p_1, \dots, p_J)'$  – вектор цен на товары, имеющиеся на рынке;

Условия первого порядка (без учета ограничения положительности, которое мы обсудим в следующем параграфе) таковы:

$$A' \frac{du(Ax)}{dy} \Big|_{(J,K)} \Big|_{(K,1)} - \lambda p = 0,$$

$$p'x = R.$$



### Пример

В качестве иллюстрации и чтобы полно провести расчеты, рассмотрим случай квадратичной полезности:  $u(y) = \alpha'y - 1/2 y'\Omega y$ .

Имеем:  $du/dy = \alpha - \Omega y$  и :

$$A'\alpha - A'\Omega Ax - \lambda p = 0,$$

$$p'x = R.$$

Положим, что матрица  $A$  является матрицей полного ранга  $J$  (этот пункт будет обсужден позднее), мы получим:

$$x = (A'\Omega A)^{-1} A'\alpha - \lambda (A'\Omega A)^{-1} p,$$

и, учитывая бюджетное ограничение, мы получим выражение для множителя Лагранжа:

$$-\lambda = \frac{R - p'(A'\Omega A)^{-1} A'\alpha}{p'(A'\Omega A)^{-1} p}$$

Тогда функция спроса:

$$(3) \quad x = (A'\Omega A)^{-1} A'\alpha + \frac{R - p'(A'\Omega A)^{-1} A'\alpha}{p'(A'\Omega A)^{-1} p} (A'\Omega A)^{-1} p,$$

и получаем количества характеристик:

$$(4) \quad y = A(A'\Omega A)^{-1} A'\alpha + \frac{R - p'(A'\Omega A)^{-1} A'\alpha}{p'(A'\Omega A)^{-1} p} A(A'\Omega A)^{-1} p.$$

### b) Совокупность корзин реализуемых характеристик

Мы сформулировали в предыдущем параграфе условия 1-го порядка, связанные с поведением потребителя, когда зафиксированное количество каждого из товаров, имеющих на рынке, положительно. Речь идет очевидно о проблеме, исследуемой в терминах потребительской корзины. Интересно также изучить непосредственно проблему в терминах корзины характеристик. В этом случае задача описывается как задача максимизации:

$$\text{Max } u(y)$$

$y$

при  $y \in \mathcal{E}$

где  $\mathcal{E}$  – совокупность корзин реализуемых характеристик. Эта совокупность есть линейное преобразование подобия  $A$  выпуклого множества  $D = \{x: x \geq 0, p'x \leq R\}$  и является из-за этого выпуклым многогранником. В качестве иллюстрации мы можем рассмотреть пример, предложенный Ланкастером, в котором  $J = 3$ ,  $K = 2$ ,  $p = (1, 1, 1)'$ ,  $R = 1$ ,

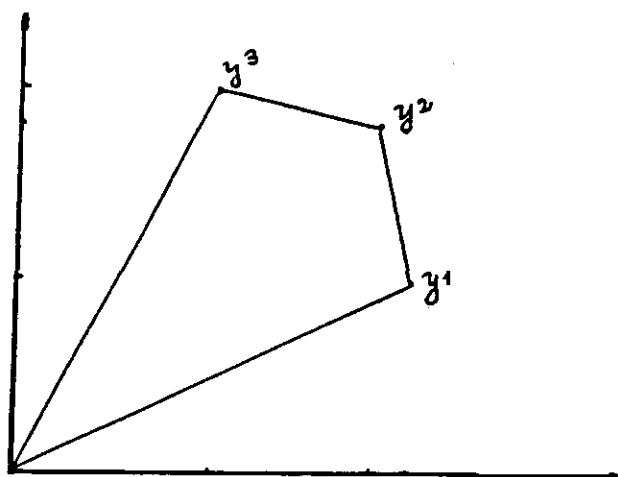
$$A = \begin{vmatrix} 2 & 1.8 & 1 \\ 1 & 1.8 & 2 \end{vmatrix}.$$

В терминах товаров реализуемые корзины  $x$  принадлежат выпуклому множеству  $D$ , порожденному экстремальными точками:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

После линейного преобразования  $A$  это множество трансформируется в совокупность корзин реализуемых характеристик, которая есть выпуклое множество  $\mathcal{E}$ , порожденное:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1.8 \\ 1.8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$



Констатируется, что в области характеристик проблема оптимизации достаточно отличается от обычных задач. Действительно, совокупность  $\mathcal{E}$  допускает недифференцируемую границу. Когда пытаются достичь кривую безразличия максимального уровня, последняя должна быть "касательной" к в высшей части

границы. Кроме случая "нулевого измерения", это приводит к тому, что оптимум достигается для одной из экстремальных корзин  $y^1$ ,  $y^2$ ,  $y^3$ .

Так, когда параметры полезности меняются, констатируется существование 3-х режимов в терминах характеристик, в то время, как функции спроса в терминах располагаемых на рынке товаров изменяются более непрерывно. Эти режимы можно использовать для классификации (при заданном доходе) потребителей по трем группам, согласно их спросу на  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ . Этот подход через характеристики ведет естественным образом к выявлению сегментации рынка.

Аналогичным образом мы могли бы рассмотреть пример, где число характеристик больше числа товаров на рынке. Возьмем случай:  $J=2$ ,  $k=3$ ,  $p=(1,1)'$ ,  $R=1$ ,

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

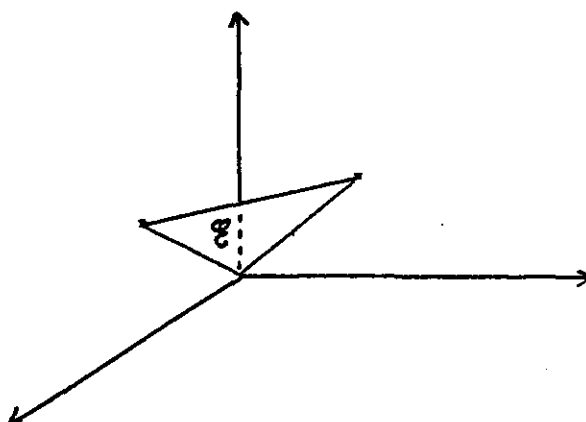
Множество  $\mathcal{E}$  — выпуклое, из  $R^3$  порожденное векторами:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

и являющееся частью подпространства, размерность которого  $-2$  — строго меньше числа характеристик. Поиск кривой безразличия, позволяющей достигнуть уровня максимальной полезности на корзинах реализуемых характеристик ведет тогда к написанию только двух условий касательных:

$$A' du(y)/dy - \lambda p = 0 .$$

В этом случае мы также наблюдаем появление нескольких "угловых" решений, провоцирующих сегментацию рынка.



Эти два учебных примера показывают важность введения неоднородности потребителей. Вынуждая функцию полезности зависеть от параметров  $\theta$  можно:

- изучить как модифицируется поведение спроса в зависимости от величины  $\theta$ , то есть переход от решения в "углу" к другому решению в "углу";

- ввести континуум потребителей, т.е. континуум величин  $\theta$  и изучить распределение этих потребителей на различных корзинах возможных характеристик.

## 2. УСЛОВНЫЕ ЦЕНЫ

### а) Существование условных цен

Выражения спроса были получены без учета ограничения положительности на количества. Нижеследующее свойство уточняет действие этих ограничений.

Свойство. Пусть  $u$  — строго возрастающая выпуклая функция, если существует решение  $x$  задачи оптимизации со строго положительными компонентами, то существует и вектор  $q$  размерности  $k$  со строго положительными компонентами, такими, что  $p = A'q$ .

Доказательство: Мы даем кратко доказательство в случае, когда функция полезности дифференцируема. Пусть  $x, \lambda$  — решение задачи

оптимизации с  $\hat{x}$  строго положительными компонентами. Тогда мы знаем, что решения будут удовлетворять условиям первого порядка, и, что  $\hat{\lambda}$  строго больше 0. Мы имеем:

$$A' du[\hat{Ax}]/dy = \hat{\lambda} p$$

$$\Leftrightarrow p = A' 1/\hat{\lambda} du[\hat{Ax}]/dy.$$

Достаточно положить  $q = 1/\hat{\lambda} du[\hat{Ax}]/dy$ , и учесть, что функция  $u$  строго возрастающая, чтобы вывести результат. Что и требовалось доказать.

Как интерпретировать такой вектор  $q$ ? Можно его рассматривать как задающий цены "вторичных" характеристик: где  $q_k$ , является ценой единицы  $k$ . Так как вектор  $q$  не обязательно является единственным, не всегда возможно восстановить однозначно цены "вторичных" характеристик, исходя из цен товаров.

Далее мы определим через

$$(5) \quad \mathcal{E}(p, A) = \{q : q \in \mathcal{R}^k, q > 0, A'q = p\}$$

множество этих условных допустимых цен.

Мы выводим из доказательства свойства, что это множество записывается:

$$\mathcal{E}(p, A) = \{1/\hat{\lambda} du[\hat{Ax}]/dy + \text{Ker } A'\} \cap (\mathcal{R}^{+*})^k.$$

Отметим, что существование условной цены является здесь следствием возможности оптимизационного поведения потребителя и неявно выраженного допущения, что его спрос будет удовлетворен. Аргумент не зависит, кроме того, от числа потребителей, в случае  $n$  потребителей будем иметь  $A' du_i[\hat{Ax}_i]/dy = \hat{\lambda}_i p$ , где  $i$  - индекс потребителя, и результат приемлем, как только  $\hat{x}_i$  имеет строго положительные компоненты по меньшей мере для одного потребителя.

Если мы используем эту форму цены,  $p = A'q$ , которая приемлема как только товары действительно присутствуют и продаваемы на рынке, и для примера рассмотрим полезность, представленную в квадратичной форме, то увидим, что:

$$\Omega^{1/2} y = \Omega^{1/2} A(A'\Omega A)^{-1} A' \alpha + \frac{R - q' A(A'\Omega A)^{-1} A' \alpha}{q' A(A'\Omega A)^{-1} A' q} \Omega^{1/2} A(A'\Omega A)^{-1} A' q,$$

где  $\Omega^{1/2}$  – положительный корень матрицы  $\Omega$

Если мы введем матрицу  $P = \Omega^{1/2} A (A' \Omega A)^{-1} A' \Omega^{1/2}$ , ортогональную проекцию на столбцы  $\Omega^{1/2} A$  для скалярного произведения, связанного с  $\Omega$ , и положим  $\alpha^* = \Omega^{-1/2} \alpha$ ,  $q^* = \Omega^{1/2} q$ , мы будем иметь:

$$y^* = \Omega^{1/2} y = P_A \alpha + \frac{R - q^{*'} P_A \alpha^*}{q^{*'} P_A q^*} P_A q^*,$$

$$(6) \quad y^* = P_A \left\{ \alpha^* - \frac{q^{*'} P_A \alpha^*}{q^{*'} P_A q^*} q^* \right\} + \frac{R P_A q^*}{q^{*'} P_A q^*}.$$

Если мы рассмотрим различных потребителей, функции полезности которых таковы, что  $\alpha_i = \theta_i \bar{\alpha}$ ,  $\theta_i > 0$ ,  $\Omega_i = \Omega$  и доходы  $R$ , мы имеем:

$$y_i^* = \Omega_i P_A \left\{ \bar{\alpha}^* - \frac{q^{*'} P_A \bar{\alpha}^*}{q^{*'} P_A q^*} q^* \right\} + R_i \frac{P_A q^*}{q^{*'} P_A q^*}.$$

Совокупность корзин оптимальных характеристик – выпуклое множество размерности 1, порожденное двумя корзинами:

$$P_A \left\{ \bar{\alpha}^* - \frac{q^{*'} P_A \bar{\alpha}^*}{q^{*'} P_A q^*} q^* \right\}, \quad \frac{P_A q^*}{q^{*'} P_A q^*}.$$

#### б) Уровень полезности

В точке оптимума уровень полезности достигает:

$$u^* = \text{Max} \{ u[Ax], \text{ для } x \geq 0, p'x = R \}$$

$$= \text{Max} \{ u[Ax], \text{ для } x \geq 0, q'Ax = R \},$$

где  $q$  – одна из условных допустимых цен. Констатируется, что оптимальный уровень не зависит от рассматриваемой условной допустимой цены.

Чтобы раз'яснить результаты, мы можем еще раз ограничиться случаем квадратической полезности. В оптимуме величина квадратической полезности:

$$\begin{aligned}
u^* &= \alpha' y - 1/2 y' \Omega y \\
&= \alpha^*, \Omega^{1/2} y - 1/2 (\Omega^{1/2} y)' (\Omega^{1/2} y) \\
&= \alpha^{*'} y^* - 1/2 y^{*'} y^* ,
\end{aligned}$$

где:

$$y^* = P_A (\alpha^* - \frac{q^{*'} P_A \alpha^*}{q^{*'} P_A q^*} q^*) + \frac{R P_A q^*}{q^{*'} P_A q^*} ,$$

комбинация двух ортогональных векторов  $P_A q^*$  и

$$P_A (\alpha^* - \frac{q^{*'} P_A \alpha^*}{q^{*'} P_A q^*} q^*) .$$

Откуда мы получим:

$$\begin{aligned}
u^* &= \alpha^{*'} y^* - 1/2 y^{*'} y^* \\
&= (P_A \alpha^*)' y^* - 1/2 y^{*'} y^* \\
&= \{ P_A (\alpha^* - \frac{q^{*'} P_A \alpha^*}{q^{*'} P_A q^*} q^*) + \frac{q^{*'} P_A \alpha^*}{q^{*'} P_A q^*} P_A q^* \}' y^* - 1/2 y^{*'} y^* \\
&= \| P_A (\alpha^* - \frac{q^{*'} P_A \alpha^*}{q^{*'} P_A q^*} q^*) \|^2 (1 - 1/2) \\
&+ \| P_A q^* \|^2 ( \frac{R q^{*'} P_A \alpha^*}{(q^{*'} P_A q^*)^2} - 1/2 \frac{R^2}{(q^{*'} P_A q^*)^2} ) ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u^* &= 1/2 \| P_A (\alpha^* - \frac{q^{*'} P_A \alpha^*}{q^{*'} P_A q^*} q^*) \|^2 \\
&+ \frac{R}{\| P_A q^* \|^2} (q^{*'} P_A q^* - 1/2 R) .
\end{aligned}$$

Выбор квадратической функции полезности, упрощающий расчеты, представляет неудобство тем, что он только при некоторых

специфических ограничениях на количества спроса соответствует возрастающей функции полезности. Это обнаруживается на уровне косвенной полезности  $u^*$ , которая имеет смысл только на ограниченной области величин цен и дохода. Эта область – область, для которой функция  $u^*$  – возрастающая функция  $R$ , то есть соответствует условию:

$$R \leq q^{*'} P_A q^*.$$

Максимальный уровень при любом доходе, который может быть достигнут, выражается:

$$\text{Max}_R u^* = 1/2 \| P_A (\alpha^* - \frac{q^{*'} P_A \alpha^*}{q^{*'} P_A q^*} q^*) \|^2 + 1/2 \| P_A q^* \|^2,$$

$$\text{Max}_R u^* = 1/2 \| P_A \alpha^* \|^2.$$

Этот уровень, естественно не зависит от цен.

### с) Рынки полные – рынки неполные

Ограничения между наблюдаемыми ценами  $p$  и условными –  $q$  допускают различные интерпретации согласно числам  $J$  и  $K$  – соответственно товаров на рынке и характеристик.

Если  $J < K$ , то невозможно единственным способом восстановить, исходя из цен  $p$  условные цены скрытых характеристик  $q$ . Действительно, известно только, что эти цены (фиктивные, так как характеристики априори не обмениваемы на рынке) таковы, что

$$A'q = p,$$

$$q \geq 0,$$

и что они ограничены принадлежностью к выпуклому множеству подпространства размерности  $K-J$ . Этот случай соответствует классической идее неполного рынка.

Если  $J=K$ , можно восстановить единственным образом скрытые цены  $q=(A')^{-1}p$  и каждая характеристика, если элементы матрицы  $(A')^{-1}$  положительны, может быть включена в корзину



товаров, обмениваемых на рынке, то есть рассматриваться фиктивно как обмениваемые в свою очередь.

Если  $J > K$ , также существует, при соблюдении условий свойства возможность восстановить единственным образом условные цены  $q$ . Более того, условие влечет за собой линейные ограничения между ценами обмениваемых товаров. Так, если мы введем время, полагая  $A$  фиксированным, то увидим, что  $p_t = A'q_t$  и что  $Bp_t = 0$  для всех матриц  $B$ , удовлетворяющих  $BA' = 0$ , откуда следует устойчивость отношений между наблюдаемыми ценами. Эти последние случаи  $J=K$ ,  $J > K$  соответствуют обычной идее полного рынка.

Мы рассмотрели различие между полным и неполным рынком в терминах цен. Может быть интересно также уточнить его в терминах реализуемых корзин, то есть в терминах количеств. В действительности часто смешивают понятие полного рынка с возможностью восстановления, исходя из располагаемых товаров на рынке, всей корзины характеристик. Такое условие записывается:

$$\forall y \in (R^+)^K \exists x \in (R^+)^J \text{ такое, что } y = Ax.$$

Для того, чтобы такое условие удовлетворялось, надо, очевидно, чтобы  $J \leq K$ . Это условие не является, однако, достаточным из факта ограничений на положительность компонент  $x$ . Это свойство проявляет себя в примере, рассмотренном в i)b), где совокупность  $\mathcal{E}$  очень ограничена. Отметим, в частности, что существование 3-х товаров на рынке только для двух характеристик вовсе не означает, что один из этих товаров будет избыточным, напротив, любой из них может пользоваться спросом в одном из классов потребителей.

### 3. ВНЕДРЕНИЕ НОВОГО ПРОДУКТА

#### а) Внедрение без изменения цен других товаров

Рассмотрим новый продукт с индексом  $J+1$ , который можно рассматривать как корзину с той же совокупностью характеристик  $(a_{1,J+1}, \dots, a_{K,J+1})$  и обозначим  $\bar{A}$  - матрицу  $(K, J+1)$ , определяющую составляющие различных товаров. Пусть  $\bar{p} = (p', p_{J+1})'$  - вектор цен этих товаров. Нам известно, что перед внедрением  $J+1$  продукта рынки существуют и соответствуют не нулевым спросам, значит, в соответствии со свойством:

$$\exists q, q > 0 : p = A'q.$$

После внедрения нового продукта могут реализоваться два случая:

$$\nexists \bar{q}, \bar{q} > 0 : \bar{p} = \bar{A}'\bar{q},$$

или  $\exists \bar{q}, \bar{q} > 0 : \bar{p} = \bar{A}'\bar{q}.$

В первом случае потребители привели в соответствие свой спрос и это привело их к тому, что они стали обходиться без некоторых товаров, которые исчезают с рынка, или отказались от вводимого нового товара. Во втором случае все товары пользуются спросом и имеет место главным образом модификация условных цен.

Отметим также, что в некоторых случаях это модифицирует распределение потребителей по различным сегментам. Вернемся к примеру i)b) и введем новый товар с ценой  $p_4 = 1$  и с составляющими :

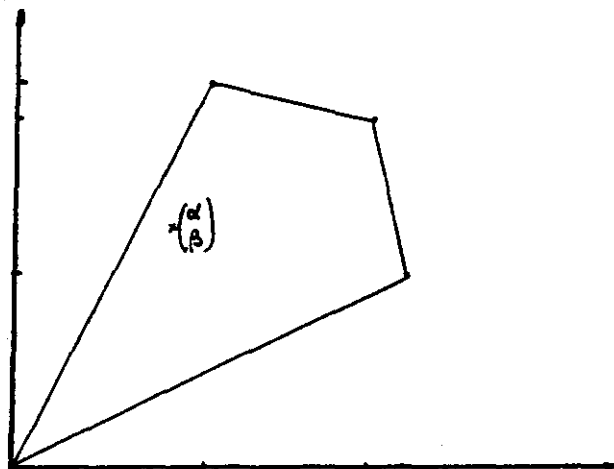
$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}.$$

Корзины реализуемых характеристик принадлежат выпуклому множеству  $\mathcal{E}$ , порожденному:

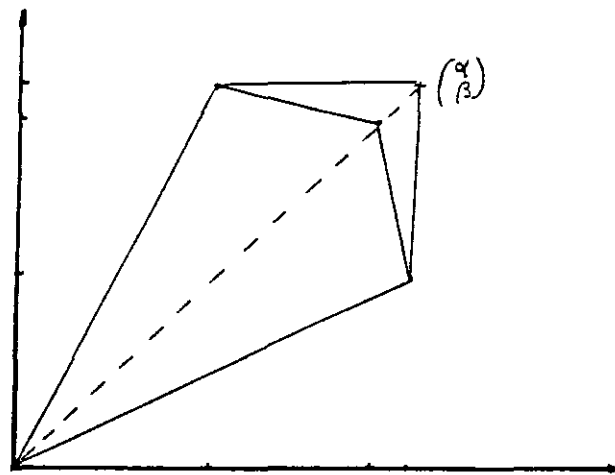
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1.8 \\ 1.8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}.$$

Новая классификация зависит от сравниваемой композиции нового товара по отношению к предыдущим. Мы рассмотрим далее 4 случая:

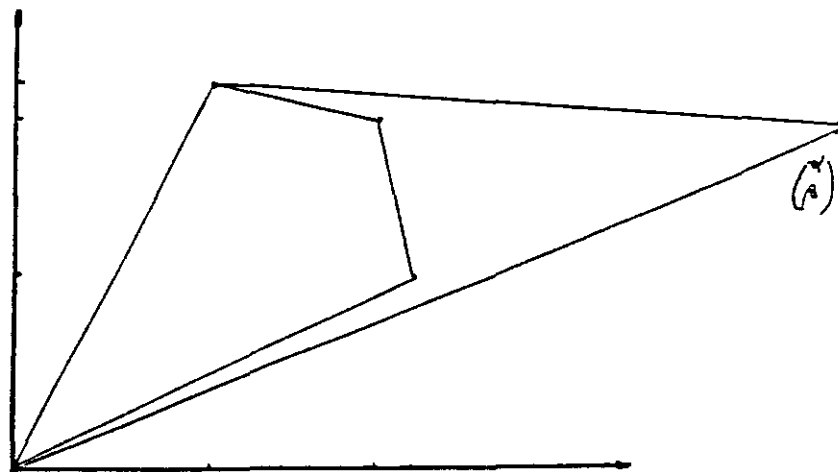
В первом новый вводимый товар принадлежит выпуклому множеству  $\mathcal{E}$ . Он излишний (схожий с уже существовавшими) и не будет пользоваться спросом.



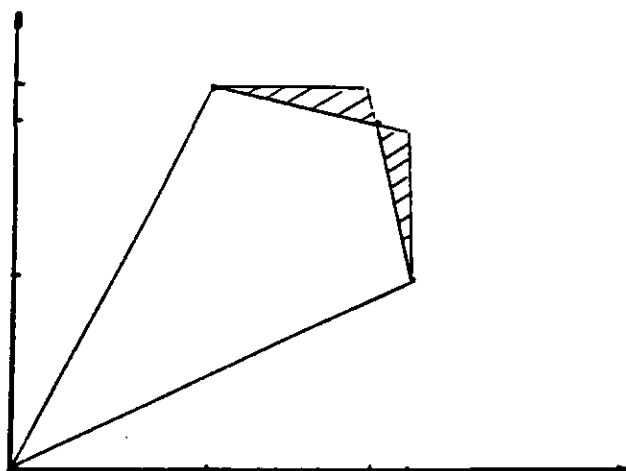
Во втором случае его внедрение делает неконкурентоспособным один из товаров, существовавших ранее. На рисунке видно, что новый товар идентичен старому товару 2, но дешевле его.



Внедрение товара 4 может также привести к исчезновению многих товаров, что ведет тогда к концентрации рынка и к уменьшению числа классов потребителей.



В итоге его внедрение может служить частичному росту возможностей выбора потребителей. Это реализуется, когда новый товар появляется в заштрихованной зоне фигуры, изображенной ниже.



#### b) Монополистическое поведение

Рассмотрим ситуацию с  $J$  товарами, имеющимися на рынке, с ценами  $p_j$ ,  $j=1, \dots, J$ , — компонентами, составляющими матрицу  $A$ . Рассмотрим тогда предприятие, желающее внедрить новый товар. Как должно оно выбрать новый товар, внедряемый на рынок и по какой цене оно должно его предложить? Ответ на этот вопрос очевидно зависит от его положения на рынке в данный момент: предлагает ли оно уже какие-либо товары? Если да, речь идет действительно о поиске оптимальной гаммы продукции и предприятие не должно забывать о заменах, которые может сделать потребитель: внедрение его нового продукта может в действительности уменьшить спрос на один из его уже существующих продуктов. Во втором случае речь идет о проникновении на рынок. Вопросы тогда отличаются, так как в короткий срок все потенциальные замены продуктов касаются других участников.

В обоих случаях это предприятие, однако, должно быть готовым к реакции других поставщиков, и необходимо уточнить серьезность и "боеготовность" своего проникновения. Хочет оно избежать или нет исчезновения других поставщиков? Хочет оно или нет избежать изменения цен на существующие на рынке товары? Хочет оно или нет взять свою часть с рынка наравне с другими поставщиками?

В этом параграфе мы не пытаемся трактовать все эти проблемы, но просто представляем одно возможное поведение. Это позволит

выявить специфику монополистического поведения, когда предпочтения потребителей касаются величин "вторичных" характеристик (Shaked & Sutton (1982), Feenstra & Levinsohn (1991), Pakes & McGuire(1991)).

Взглянем на ситуацию с позиции кратковременной. Мы полагаем в кратковременном аспекте жесткими цены наличных на рынке товаров перед внедрением нового продукта. Мы обозначим  $a_{J+1}$  - его состав,  $p_{J+1}$  - его цену. Если предприятие знает спрос потребителей в терминах характеристик, то оно знает также спрос в терминах товаров, располагаемых на рынке. Обозначим:

$$d_{J+1} [A, a_{J+1}, p, p_{J+1}],$$

спрос товара J+1, когда его составляющая -  $a_{J+1}$ , его цена  $p_{J+1}$ , и когда другие наличные товары характеризуются  $A, p$ . С позиций монополии предприятие должно тогда зафиксировать состав нового продукта  $a_{J+1}$  и его цену  $p_{J+1}$  таким образом, чтобы максимизировать свой доход:

$$(7) \text{Max}_{a_{J+1}, p_{J+1}} p_{J+1} d_{J+1} [A, a_{J+1}, p, p_{J+1}] - c[a_{J+1}, d_{J+1}(A, a_{J+1}, p, p_{J+1})]$$

где  $c[a_{J+1}, d_{J+1}]$  обозначает издержки создания  $d_{J+1}$  единиц новой продукции состава  $a_{J+1}$ . Эта задача отлична от классического описания поведения монополии по меньшей мере в двух аспектах:

i) ищется оптимум не только цены (и об'ема производства), но и композиция нового товара;

ii) для того, чтобы проблема имела смысл, надо неявно допустить существование двух рынков: рынка, на котором могут действовать потребители и на котором главным образом обмениваются разнообразными товарами  $j=1, \dots, J$ ; и второго, куда могут внедряться предприятия (но не потребители) и где могут практически быть обмениваемы характеристики, хотя бы при этом и нужно было бы допускать дополнительные затраты на их сочленение.

Эта сегментация рынков может быть проиллюстрирована в нашем приложении тем фактом, что только крупные участники имеют, например, реальный выход на зарубежные рынки. Они становятся как бы посредниками, адаптирующими лучшим образом товары существующие

на этих зарубежных рынках к спросу и предпочтениям российских потребителей.

Внедрение нового продукта ведет к модификации совокупности возможных цен характеристик. Так что:

$$\mathcal{E} = \{q : A'q = p, a'_{J+1}q = p_{J+1}, q > 0\}$$

и значит включено в множество  $\mathcal{E} = \{q : A'q = p, q > 0\}$ . Внедрение нового товара частично уменьшает неопределенность в ценах характеристик.

Поведение, которое мы только что описали, предполагает твердые цены в течение короткого промежутка времени и следовательно корректировку предложения. Можно было бы, очевидно, провести симметричное рассуждение и предположить, что предложение  $x_1, \dots, x_J$  товаров на рынке неизменно в ближайшее время и что цены этих товаров могут корректироваться. Надо было бы тогда учесть спрос потребителей типа:

$$d^*_{J+1}[A, a_{J+1}, x, p_{J+1}],$$

полагая, что в момент внедрения нового товара об'явлена его цена (а не количество, поступившее на рынок). Программа решения такова:

$$(8) \text{ Max}_{a_{J+1}, p_{J+1}} p_{J+1} d^*_{J+1}[A, a_{J+1}, x, p_{J+1}] - c[a_{J+1}, d^*_{J+1}(A, a_{J+1}, x, p_{J+1})]$$

В этом случае имеет место изменение цен  $p_1, \dots, p_J$  после внедрения нового товара, а значит и модификация совокупности соответствующих цен характеристик.

### с) Меры изменения цен

В ситуации, когда товары, поставленные на рынок, быстро меняются по количеству и составу, невозможно измерить изменение цен традиционными методами, основанными на индексах цен типа индексов Ласпейреса, например. Такие индексы могут действительно быть использованы только к товарам устойчивого состава, что в нашем контексте естественно ведет к необходимости вынудить играть специфическую роль условные "вторичные" характеристики. Мы

используем в нашем примере индексы, основанные на выигрыше в полезности, то есть индексы покупательной способности, а не индексы Ласпейреса. Таким образом учитываются перераспределения спроса, осуществляемые покупателями в условиях модификации цен. Более того, для простоты мы ограничимся случаем "представительного" потребителя.

Мы рассматриваем две ситуации, например, два момента  $t$ ,  $t+1$ . Товары действительно присутствующие на рынке в эти моменты времени по количеству соответствуют  $J_t$ ,  $J_{t+1}$ , по составу  $A_t$ ,  $A_{t+1}$ , по ценам  $p_t$ ,  $p_{t+1}$ . Пусть для потребителя функция полезности обозначена  $u_t$ ,  $u_{t+1}$  в каждый момент времени соответственно и доходы  $R_t$ ,  $R_{t+1}$ . Обозначим  $x_t(J, A, q, R)$  - функцию спроса агента в момент  $t$  при наличии  $J$  товаров на рынке состава  $A$  с ценой  $p = A'q$ , когда он имеет доход  $R$ . Индексы построены таким образом, чтобы разложить изменения достигнутых уровней полезности в эти два момента, то есть, рассматривая отношение:

$$\frac{u_{t+1}^*}{u_t^*} = \frac{u_{t+1} [A_{t+1} x_{t+1} (J_{t+1}, A_{t+1}, q_{t+1}, R_{t+1})]}{u_t [A_t x_t (J_t, A_t, q_t, R_t)]},$$

при:  $q_t \in \mathcal{E} [p_t, A_t]$ ,  $q_{t+1} \in \mathcal{E} [p_{t+1}, A_{t+1}]$ . Это отношение очевидно рассчитано для каждой возможной пары условных цен  $(q_t, q_{t+1})$ , но легко устанавливается, что оно независимо в действительности от выбранного представления. Это свойство не будет однако более удовлетворяться в разложенных индексах, которые мы введем теперь. Модификации уровня полезности состоят из:

- модификаций предпочтений (переход от  $u_t$  к  $u_{t+1}$ ),
- модификаций товаров по количеству и составу (переход от  $J_t, A_t$  к  $J_{t+1}, A_{t+1}$ ),
- модификаций цен (переход от  $q_t$  к  $q_{t+1}$ ),
- модификаций доходов (переход от  $R_t$  к  $R_{t+1}$ ).

Существует много способов разложения отношения, чтобы выявить этот эффект. Мы представим ниже один из них:

$$u_{t+1}^* / u_t^* = I_t(J, A) I_t(q) I_t(R) I_t(u),$$

при:

$$I_t(J, A) = \frac{u_t [A_{t+1} x_t (J_{t+1}, A_{t+1}, q_t, R_t)]}{u_t [A_t x_t (J_t, A_t, q_t, R_t)]},$$

$$I_t(q) = \frac{u_t [A_{t+1} x_t (J_{t+1}, A_{t+1}, q_{t+1}, R_t)]}{u_t [A_{t+1} x_t (J_{t+1}, A_{t+1}, q_t, R_t)]},$$

$$I_t(R) = \frac{u_t [A_{t+1} x_t (J_{t+1}, A_{t+1}, q_{t+1}, R_{t+1})]}{u_t [A_{t+1} x_t (J_{t+1}, A_{t+1}, q_{t+1}, R_t)]},$$

$$I_t(u) = \frac{u_{t+1} [A_{t+1} x_{t+1} (J_{t+1}, A_{t+1}, q_t, R_{t+1})]}{u_{t+1} [A_{t+1} x_t (J_{t+1}, A_{t+1}, q_{t+1}, R_{t+1})]}.$$

Первый индекс измеряет изменение полезности, вызванное изменением товаров, находящихся на рынке [как эффекты количества, сужения или расширения набора товаров, имеющих на рынке], второй — изменения, вызванные ценами... Очевидно здесь необходимо работать с ценами  $q$ , а не напрямую с ценами  $p$ . Действительно рассмотрение непосредственно эволюции цен  $p_t \Rightarrow p_{t+1}$  не позволило бы разделить эти два эффекта: состав — цена, и привело бы к весьма ошибочному предвидению развития цен. Написание предшествующей декомпозиции создает, однако, одну сложность. Действительно, если  $u_t^* [A_t x_t (J_t, A_t, q_t, R_t)]$  не зависимо от представления, выбранного в  $\mathcal{E}_t$ , то, например,  $u_t [A_{t+1} x_t (J_{t+1}, A_{t+1}, q_t, R_t)]$  зависит от него. Различные декомпозируемые индексы  $I_t(J, A)$ ,  $I_t(q)$ ,  $I_t(R)$ ,  $I_t(u)$  зависят от этих выборов, и не существует единственных значений, как только один из рынков в момент  $t$  или  $t+1$  окажется неполон. Таким образом, невозможно дать, кроме как при использовании более сильного дополнительного допущения, единственное значение индексу цен. Можно, однако, получить его границы, рассчитав два значения:

$$\underline{I}_t(q) = I_t(\underline{q}_t, \underline{q}_{t+1}) = \text{Min}_{\substack{q_t \in E_t \\ q_{t+1} \in E_{t+1}}} I_t(q_t, q_{t+1}),$$

$$\overline{I}_t(q) = I_t(\overline{q}_t, \overline{q}_{t+1}) = \text{Max}_{\substack{q_t \in E_t \\ q_{t+1} \in E_{t+1}}} I_t(q_t, q_{t+1}).$$

Так как множества  $\mathcal{E}_t$ ,  $\mathcal{E}_{t+1}$  являются выпуклыми многогранниками,



результаты этой минимизации и максимизации достижимы в вершине, а значит в единственной системе  $(q_t, q_{t+1}), (\bar{q}_t, \bar{q}_{t+1})$  соответственно. Для этих двух крайних случаев развития цен можно вывести однозначным образом соответствующее развитие других индексов, например:

$$\underline{I}_t(J, A) = \frac{u_t[A_{t+1}x_t(J_{t+1}, A_{t+1}, \underline{q}_t, R_t)]}{u_t[A_t x_t(J_t, A_t, \underline{q}_t, R_t)]}$$

Предшествующее изложение отдает предпочтение тому, что касается изменения цен. Можно было бы аналогичным образом отдать предпочтение изменениям состава продуктов, исследуя величины минимальную и максимальную для  $I_t(J, A)$ , что естественно ведет к выбору других вершин для  $q_t, q_{t+1}$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модели, представленные в этой работе, разработаны для освещения некоторых аспектов управления производственным сектором в переходный период. Эти модели являются теоретическими в том смысле, что они абстрактны и не содержат эмпирического анализа происходящих процессов. Разрабатывая их, мы преследовали цель описать трансформации и пытались при этом предложить нетрадиционные способы моделирования. Однако, глобальное моделирование, используемое для практических целей, потребовало бы больше, чем разработки серии локальных моделей, даже если последние и отражают специфику происходящего. Такое моделирование предполагает, во-первых, хорошее знание статистических данных и разработку методов их выравнивания, ввиду их плохого качества; во-вторых, приведение в соответствие данных модели локального поведения агентов и реальности. К тому же глобализация должна быть реализована только спустя некоторое время, когда и обработка данных и частичное моделирование могут быть приспособлены не к описанию начального периода трансформации, то-есть недавнего прошлого и настоящего, а установившегося процесса. Такова программа будущих исследований, а данная работа лишь один из ее этапов.

Другой подготовительный этап этой обширной программы, касающийся разработки методов для эмпирического анализа, содержится в работе Гурьеру – Посель (1993) "Статистический анализ российских реформ" (по-французски). Здесь же, в заключении, мы только делаем ссылки на некоторые данные для уточнения или подтверждения гипотез, вложенных нами в теоретические модели данной работы.

В начале, а именно, в 1991 году, мы думали разработать одну теоретическую модель перехода от централизованно планируемой экономики к управляемой децентрализованно. Вместо этого мы предложили серию моделей. Уже с начала 1992 года стало ясно, что централизованная экономика не существует, и изучение постепенного перехода от нее к другой потеряло смысл. Предприятия одновременно были поставлены перед необходимостью принятия решений, и главной проблемой стало изучение новых форм децентрализованного управления

в условиях, нестандартных для экономики рынка. Мы попытались рассмотреть основные ситуации, отсюда – серия моделей.

Всего мы разработали восемь моделей, семь из которых описывают поведение предприятий или секторов, а одна анализирует роль спроса потребителя в отборе новых продуктов.

Отметим, что наши модели основаны на так называемом принципе микро-экономического обоснования макро-экономики, т.е. являются моделями нео-классического типа. Этот принцип моделирования очень важен именно для данной работы. Он позволяет принимать во внимание сильную гетерогенность поведения экономических агентов в переходный период. В России, например, ускоряется процесс формирования различных социальных групп, поэтому построение моделей на базе поведения некоего единого репрезентативного агента не сможет быть признано удовлетворительным.

Феномен гетерогентности оказывается одной из важных характеристик фазы перехода. Например, он не позволяет корректно интерпретировать и даже просто использовать агрегированные статистические показатели. Изучение цен и производства в России между 1990 и 1993 годами показывает, что расчет индексов Пааша и Ласпейреса для традиционных рубрик по отраслям затрудняет анализ динамики, т.к. гомогенность подрубрик и их стабильность, предполагаемая в теории, не соблюдаются на практике. Для описания переходов, т.е. динамических процессов, имеющих заведомо противоречивые тенденции, правильнее использовать модели расчета индексов, построенных на основе отыскания скрытых факторов, предопределяющих существенные контрасты в развитии (Гурьеру – Посель (1993)).

Один из аспектов трансформации экономики анализируется в работе с помощью модели оптимизации, где выбрана смешанная целевая функция, чистыми функциями которой являются прибыль и добавленная стоимость, отнесенные каждая к авансированному капиталу. Первая из этих чистых функций соответствует в некотором смысле критерию капиталистического управления фирмой, вторая – критерию самоуправленческому. В переходный период фирмы располагаются в относительной близости от одной или другой формы управления в зависимости от избранной целевой функции. В последние годы большую методологическую работу по оценке достоинств и недостатков перехода экономики России (и других стран, ищущих рыночный путь развития) к самоуправлению, с точки

зрения социально-экономической результативности произвел Т. Вейскопф (1991), (1992), (1993). Он показал, что кооперативы производителей способствуют росту производительности и мотивации к труду в сравнении с капиталистической формой хозяйствования. Кооперация внутри предприятия способствует нововведениям. Так как кооперативы являются предприятиями среднего размера, их распространение приводит к деконцентрации капитала и большей экономической конкурентности. При этой форме управления достигается большая трансформация дополнительных издержек, вызванных внешними причинами, во внутренние издержки производства (например, лучше обстоит дело с охраной предприятием окружающей среды). Меньшей становится вероятность конвергенции личных интересов промышленной и государственной власти. Самоуправление ставит однако и ряд трудноразрешимых проблем. Главная из них – это так называемая проблема "горизонта", появляющаяся из-за конечности жизни лиц и предприятий и приводящая, с одной стороны, к замедленности капиталовложений на долгую перспективу и, с другой стороны, к закреплению занятости. Это приводит к снижению гибкости в перемещении труда и капитала. Необходимость удовлетворять одновременно интересам большого количества людей и отсутствие конкуренции за право контролировать и управлять приводят к относительному ослаблению инициативности управленцев. Демократический вариант самоуправления (работник – один голос) не способствует приросту капиталоемкости на каждого члена кооператива, откуда – потенциальный спад предложения капитала. Кроме перечисленных экономических последствий, можно предвидеть и социальные последствия. Если самоуправленческая форма позволяет большую демократию, равенство и общность политических и социальных интересов, она же, с экономической точки зрения, приводит к потенциальному неравенству в обществе из-за различий в эффективности предприятий, из-за их большей или меньшей капиталоемкости, из-за слабой дифференциации набора акций в руках населения. Таким образом, к неравенству зарплат (за одинаковую по количеству и качеству работу) добавляется неравенство доходов на капитал в зависимости от места его приложения.

Некоторые из перечисленных проблем анализируются с помощью моделей в главе "Изменение целевых установок предприятия". В одном из рассмотренных случаев показывается, что максимизация прибыли приводит к совместному развитию заработной платы и

инвестиций, в то время, как инвестирование оказывается автономным процессом, когда максимизируется добавленная стоимость. Поэтому при желании перехода от самоуправленческой формы к капиталистической можно постепенно принимать во внимание затраты предприятия на развитие фонда заработной платы. В этом процессе цены все более влияют на развитие капитала и можно асимптотически достигнуть режима, соответствующего максимизации прибыли.

Критерий самоуправленческой фирмы, соответствовал ли он критерию предприятий в России в прошлом? Соответствует ли он нынешнему этапу их деятельности? Выявление критерия управления на эмпирической основе никогда и нигде не было проведено с достаточной тщательностью. Не было это сделано и в России. Поэтому выбор целевой функции в моделях всегда носит нормативный характер. Что касается самоуправления, то оно было провозглашено приоритетом в эпоху Горбачева и официально снято Ельциным. Однако, в действительности (Полтерович (1993)) оказывается, что формы управления, близкие к описываемым моделью самоуправленческой фирмы, максимизирующей добавленную стоимость, развиваются в России спонтанно с момента исчезновения централизованного планирования. Так как критерий управления не может быть введен извне, а возникает и конкретизируется при определенных объективных обстоятельствах, то оказывается весьма важным анализировать этот процесс. Недавние опросы руководителей российских предприятий (1993, Экспертный институт российского союза промышленников и предпринимателей) указывают на интерес, проявляемый ими к уровню и изменению добавленной стоимости, причем, независимо от форм собственности. Эти данные утверждают нас во мнении, что необходимо изучать с помощью моделей, как выбор критериев управления на предприятиях предопределяет на долгую перспективу развитие производства, инвестирования, занятости и т.д.

В модели динамического равновесия с двумя секторами (гл. II) начальные значения переменных, характеризующих каждый из секторов, не были взяты из официальной российской статистики. Это было вызвано не только относительностью ее "качества". Об'яснение можно скорее найти в том, что модель может быть рассчитана для региона, города (здесь тоже доминирует интерес к дезагрегации) или всей страны в целом. Имитация развития секторов проводилась

по этой причине для целого набора начальных значений переменных обоих секторов. Исходя из этого, получено несколько сравнимых между собой траекторий (в работе представлены рисунки, соответствующие двум из них).

Важно заметить, что данная модель является нелинейной, что отличает ее от других существовавших до настоящего времени, но что она схожа с ними в описании переменных. Анализ свойств нелинейных моделей важен для моделирования и для прогнозирования, так как они являются относительно новыми и малоизученными. Анализ нашей модели проведен именно с этой целью, являющейся отчасти второстепенной по отношению к проблеме трансформации экономики.

Модель – двухсекторная. Но не выбор количества секторов определяет ее специфику. В моделях часто можно преумножить количество уравнений, вводя все больше и больше деталей и секторов. Практика же построения и анализа динамики таких конструкций показывает, что чем они больше, тем более они упрощены, линейны, искусственно точны и содержат большое число ошибок в расчетах, делающих предсказания мало-достоверными и неясными.

Еще одной особенностью данной двухсекторной модели трансформации с либерализацией цен является введение индексации оплаты труда и ограничения по занятости (отсутствие безработицы). Мы хотели знать, можно ли в рыночной экономике, имеющей целью удовлетворение кратко-срочного спроса населения, сохранить в течение длительного времени сектора, производящие средства производства, и существующие социальные гарантии. Имитации показывают, что для "выживания" экономики (в нашем случае обоих секторов) нереально держаться за полную занятость и индексацию зарплаты. Естественно, что изучение влияния эволюции фонда заработной платы на инфляцию или на другие экономические показатели является важным и интересным, но мы не желали вводить в модель зависимости между ними в виде какой-либо заданной функции. Прежде, чем решиться на это, нужно было провести предварительно большую эмпирическую работу по выяснению сложных причинно-следственных связей. В работе "Статистический анализ реформ" (Гурьеру – Посель (1993)) мы выявили влияние заработной платы на цены и на объем производства предметов потребления, а также связь между ценами и зарплатой внутри отдельных отраслей российской экономики. Но влияние, например, заработной платы на

цены оказывается не зависящим от объема труда в соответствующих отраслях.

Несколько замечаний может быть сделано относительно модели из главы "Формирование и управление запасами". В этой модели динамического равновесия мы не учли финансовый "мир". Это было связано, с одной стороны, с желанием не усложнять уже и так достаточно обширную проблему спроса и предложения предприятий и, с другой стороны, с атрофированностью финансовой системы в России. На поверку оказалось, что финансовые проблемы стали главными для предприятий за последние два года, и поэтому мы признаем теперь необходимость подробного изучения их, к сожалению, проведенного в данной работе только на примерах моделей других авторов.

Наша модель управления запасами (так же как и модель сравнительной статики в главе 1) изучает вопросы влияния монопольного положения предприятий в переходный период. Либерализация цен в январе 1992 года показала трудности, связанные с монополистической формой ценообразования и со спекулятивным поведением секторов, производящих промежуточную продукцию. Руководители предприятий указывали в своих ответах на анкету 1991 года, (Институт проблем переходного периода) что третьей по сложности проблемой (после проблемы юридической дезорганизации и общей неопределенности) является повышение цен поставщиками-монополистами. Проблемы сбыта собственной продукции в этот период еще на существовало. Положение изменилось в 1992 году, и директора предприятий поняли важность установления связей не только с поставщиками, но и с клиентами-потребителями, опасаясь за свои рынки сбыта. Анкета 1992 года (Институт проблем переходного периода) показывает, что предприятия предпочитают заниматься сами сбытом произведенной ими продукции, чем сбывать ее коммерческим структурам. Последние имели тенденцию делать запасы с целью повышения цен, приводившие к снижению уровня спроса. Спад производства и рост цен были не только следствиями предвзятого и классического поведения монополий-производителей, но и следствием динамического процесса управления запасами предприятий, работающих на рынок. Именно эти связи исследуются в модели четвертой главы. Сравнение динамик эволюций (имитаций, сделанных исходя из двух вариантов модели) экономических показателей при конкурентном и монополистическом поведении фирм

при данной государственной политике показывает, что:

- часть продукции, поставляемой фирмой на рынок больше в случае конкурентного поведения;
- монополистическое поведение способствует росту капиталовложений;
- монополистическое поведение имеет неблагоприятное влияние на об'ем занятости (снижая ее).

Есть еще один интересный результат, полученный при имитации модели управления запасами. Модель – нелинейная. Это означает, что соотношения между переменными в системе уравнений являются сложными, даже если они проистекают из очень простых гипотез. При отыскании стабильной магистрали развития экономики (предприятия, сектора, ...) мы получаем параметры контроля, позволяющие этой магистрали существовать в течение относительно длительного времени (100 – 150 периодов). При этом возникает склонность сделать вывод (как в случае с линейной моделью), что экономическая политика, описанная такими параметрами, является политикой стабилизации. Имитирование модели показывает, однако, что развитие системы и ее составляющих может привести к хаосу, как только период расчетов продолжен. Таким образом, нелинейность, не имеющая в данном случае никакой связи ни с изменением типа производства, ни с изменением поведения, ни с изменением экономической политики, может породить изменения в режимах развития (рост, цикличность, хаос, ...). Этот аспект динамического анализа не должен ускользать из внимания при разработках прогнозов с помощью моделей, или при выяснении причин экономических колебаний и циклов. Ошибочно можно приписать изменению поведения или изменению институтов то, что происходит только от нелинейности зависимостей.

Последняя глава работы изучает появление новых товаров на рынке. Исследуется их тарификация в зависимости от выбора, делаемого потребителями. Последние основывают свой выбор, опираясь на некоторые характеристики товаров. Такие задачи возникают, когда существуют взаимозаменяемые товары. Является ли это проблемой экономики переходного периода, когда наблюдается относительное обеднение населения? Оказывается, что эффекты заменяемости продуктов могут иметь место, как в период обогащения, так и в период обеднения. Основное влияние на этот процесс оказывает наличие новых товаров, а не уровень богатства.



В России 1992 и 1993 были годами относительного обеднения населения. Вместе с тем, совершенно новые продукты появлялись на рынке и нужно было назначать им цену. Проблема распространяется и на сферу услуг. Формулы тарификации, основанные на издержках, окончательно устарели. В стране, где все быстро меняется, логично разрабатывать и новые, наиболее усовершенствованные методы ценообразования. Кроме того, статистические данные указывают, что застоя потребления в России не происходит. Так, если производство в целом упало в эти годы, объемы продаж населению увеличились (на 2% в первые десять месяцев 1993 года). В 1992 году структура потребления указывала на прирост продуктов питания в ущерб промтоварам, а в 1993 году тенденции изменились. Покупка тканей, трикотажа, спортивных товаров – подчас новых для российского потребителя – увеличивалась особенно быстро (Институт проблем переходного периода, №2, 1993). Изменения еще более разительны в структуре производства. Здесь имеет место стабилизация именно в отраслях, производящих предметы потребления. В 1992 году возросло производства пылесосов, деталей машин, кухонных аппаратов, сельско – хозяйственных машин, одежды. В 1993 году на 17% выросло производство новых видов холодильников, на 60% – морозильных камер, на 42% – электроаппаратуры, на 7% – цветных телевизоров и на 23% – автомобилей и запасных частей для них.

Заметим, что и здесь необходимо микро – экономическое рассмотрение проблемы, т.к. значительный рост потребления некоторых продуктов происходит на фоне общего спада потребления. Но какой смысл может иметь общий показатель в экономике, где нельзя агрегировать цены и объемы товарооборота?

Наше моделирование процессов трансформации не претендует на программу рекомендаций экономической политики. Естественно, политики обращаются за "советом" к научным работам экономистов и, в частности, к их модельным разработкам. И так как основное назначение моделей – это предвидение, то последние логически могут вписываться в разработку экономической политики. Имитациями моделей, проведенными в данной работе, мы обрисовали возможные последствия изменения экономической структуры, но не делали выводов относительно самой экономической теории или практики.

## БИБЛИОГРАФИЯ

- Аукуционок С.П. (1992) "Равновесие в плановой экономике и проблемы перехода к рынку", Экономика и математические методы № 3
- Полтерович В.М. (1993) "Экономические реформы 1992 г.: битва правительства с трудовыми коллективами", Экономика и математические методы № 4
- "Российская экономика" –месячные и квартальные обзоры Института Экономических Проблем Переходного Периода, за 1991 – 1994 годы
- Трофимов Г.Ю. (1991) "Временное равновесие и скользящее планирование", Экономика и математические методы № 2
- Туган – Барановский М.И. (1921) "Социальные основы кооперации", Петроград
- Anderson S., De Palma A., Thisse F. (1989) "Demand for Differentiated Products, Discrete Choice Models and the Characteristics Approach", Review of Economic Studies, 56.
- Arkin V.I., Evstigneev I.V. (1987) "Stochastic models of control and economic dynamics", Academic Press.
- Becker G.S. (1965) "A theory of the Allocation of Time", Economic Journal, Vol.75.
- Bénard J. (1987) "Socialist incentive schemes and price planning" D.T. CEPREMAP.
- Berry S., Levinsohn J., Pakes A. (1993) "Automobile Prices in Market Equilibrium", NBER N°4264.
- Feenstra R., Levinsohn J. (1991) "The Characteristics Approach and Oligopoly Pricing", Mimeo.
- Gouriéroux C., Peaucelle I. (1990) "Révélation des objectifs des firmes industrielles", D.T. CEPREMAP.
- Grandmont J-M, Laroque G. (1991) "Economic dynamics with learning: Some instability examples" in "Equilibrium theory and applications", Cambridge University Press.
- Gregory P. & Stuart R. (1990) "Soviet Economic Structure and Performance", Harper Collins.
- Griliches Z. (1961) "Hedonic Price Indexes for Automobiles", NBER Price Statistics of the Federal Government.
- Griliches Z. , Adelman I. (1961) "On an Index of Quality Change", Journal of the American Statistical Association, Vol.56.
- Heal G.M. (1973) "The Theory of Economic Planning", North-Holland/American Elsevier.

- Lancaster K. (1971) "Consumer Demand", Columbia University Press.
- Pakes A., McGuive P. (1991) "Computation of Markov Perfect Nash Equilibria I: Numerical Implications of a Dynamic Differentiated Product Model", NBER.
- Petrov A. (1990) "Mathematical Modelling of Transition Processes in Economy", W.P. Computer Center of Academy of Sciences of the USSR.
- Rosen S. (1974) "Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition", Journal of Political Economy, 82.
- Shaked A., Sutton J. (1982) "Relaxing Price Competition through Product Differentiation" Review of Economic Studies, 49.
- Vanek, J. (1970) "The general Theory of Labor-Managed Market Economies", Cornell University Press.
- Vanek, J. (1971) "The Participating Economy", Cornell University Press.
- Ward, B. (1958) "The Firm in Illyria -Market Syndicalism", American Economic Review, 48, 566-589.
- Younes Y. (1972) "Indices prospectifs quantitatifs et procédures décentralisées d'élaboration des plans", Econometrica, vol.40, N°1.