Controverses et prise de décision*

Thibault Gajdos†, Jean-Marc Tallon‡, Jean-Christophe Vergnaud§

Septembre 2002

1 Introduction

Face à un environnement incertain, un décideur se tourne naturellement vers des experts, afin que ces derniers lui fournissent des éléments l'aidant à prendre sa décision. Ainsi, les pouvoirs publics consultent-ils des experts afin de déterminer la politique économique, légiférer en matière d'environnement ou de santé publique. De même, les individus tendent à consulter plusieurs médecins lorsqu'ils doivent prendre une décision médicale importante. Or, s'il est exagéré de prétendre qu'il y a, en règle générale, autant d'opinions que d'experts[1], il n'en reste pas moins que le désaccord entre experts n'est pas, il s'en faut de beaucoup, exceptionnel. Ces divergences d'opinions peuvent provenir d'une absence de consensus quant au "bon modèle" à adopter (les différents choix de modélisation des phénomènes climatiques retenus dans le rapport du GIEC en sont un bon exemple), ou du fait que les experts utilisent des données différentes (ce dernier cas se rencontre fréquemment dans le domaine médical).

Prendre une décision lorsqu'il y a dissensus entre les experts est délicat. La méthode usuellement préconisée, est de tenter de se forger une opinion propre à partir des rapports des experts, c'est-à-dire une opinion de même nature que celles fournies par les experts. Le décideur peut par exemple, ne retenir que l'opinion de l'expert qui lui paraît le plus fiable ou il peut recourir à une technique d'agrégation plus sophistiquée des opinions des experts. L'exploitation d'informations divergentes a fait, on s'en doute, l'objet d'une vaste littérature.

L'objectif de cet article est de préconiser une approche différente. Plutôt que de tenter de se forger une opinion, nous proposons de conserver l'ensemble des opinions et de l'utiliser comme tel dans la prise de décision. Il nous semble en effet que l'ensemble total

*Nous remercions Michèle Cohen pour ses remarques.

†CNRS–CREST, gajdos@ensae.fr

‡CNRS–EUREQua, jmtallon@univ-paris1.fr

§CNRS–EUREQua, vergnaud@univ-paris1.fr

1. Comme le remarquent Ottaviani et Sorensen (2001), les opinions d'experts peuvent tendre à converger lorsque chaque expert prend en compte la dégradation possible de sa réputation s'il est le seul à se tromper.

de ces opinions permet de conserver toute l'information alors qu'une agrégation conduisant à une opinion moyenne par exemple, conduit à perdre de vue le dissensus initial. Or le fait qu'il y ait dissensus est symptômatique d'une incertitude importante dont il faut tenir compte à part entière. Ceci est corroboré par l'observation expérimentale que les personnes présentent une aversion à l'ambiguïté, que nous traduirons dans le cadre examiné ici, comme une aversion au dissensus, et ne sont donc absolument pas neutres vis-à-vis du caractère consensuelle ou non de l'information qu'ils reçoivent.

Cette proposition serait gratuite et vaine si on n'explicitait pas une procédure opérationnelle de prise de décision permettant de traiter un tel ensemble. Traditionnellement en économie, la prise de décision dans l'incertain est vue a travers le prisme du modèle de l'utilité espérée. L'évaluation est faite en combinant des probabilités représentant les croyances ou l'opinion du décideur et des utilités mesurant les valeurs des conséquences possibles. Lorsque les experts présentent des opinions divergentes exprimées sous forme de probabilités, ce modèle force le décideur à construire une distribution de probabilités agrégeant les probabilités exprimées. Nous suggérons au contraire de conserver l'ensemble de ces probabilités sous la forme naturelle d'une famille de probabilités.

Un premier avantage de cette méthode est qu'elle permet de résoudre éventuellement des biais dans l'expression des opinions par les experts. En effet, il se peut que le processus d'agrégation lui-même modifie le comportement des experts. Supposons que nous ayons affaire à des experts "sincères", en ce sens qu'ils cherchent à amener le décideur à avoir une opinion aussi proche que possible de la leur. Dès lors, s'il a connaissance de la procédure d'agrégation, un expert peut être tenté de déformer son rapport afin de rapprocher le résultat de l'agrégation de son opinion véritable. Se pose, alors, la question de la robustesse de la procédure d'agrégation par rapport à de telles manipulations stratégiques de l'information livrée par les experts. On sait que lorsque l'agrégation se fait par moyennage, les experts sont tentés "d'exagérer", afin de tirer cette moyenne vers leur opinion véritable.

Pour fournir une réponse opérationnelle à l'utilisation d'une famille de probabilités dans la prise de décision, nous nous appuierons sur la littérature récente en théorie de la décision en environnement incertain. Si cette littérature ne s'est pas intéressée à l'agrégation d'opinion, les outils qui ont été développés dans ce cadre nous seront toutefois très utiles dans notre entreprise.

L'article est organisé de la manière suivante. Dans une première partie, nous analyserons les mécanismes d'agrégation d'information et de réduction des désaccords entre experts. Dans le domaine médical par exemple, de nombreux mécanismes ont été proposés pour réduire la variabilité souvent extrême observée dans le traitement de symptômes a priori similaires (voir références dans Gabel et Shipan (2001)). Les méta-analyses permettent ainsi souvent de réduire les divergences; de même, la méthode DELPHI, basée sur une communication entre experts permet parfois d'approcher un consensus. Nous distinguons ainsi deux types de situations, selon que les divergences entre experts sont réductibles ou non. Dans le premier cas, les différences d'opinions reposent par exemple sur l'utilisation de bases de données différentes pour l'estimation d'un risque. Dans ce cas, il semble que fusionner les bases de données pour obtenir une estimation plus précise est la solution permettant de réconcilier les experts. En revanche, lorsque les divergences portent directement sur des théories scientifiques entre lesquelles il n'est pas possible de trancher, nous suggérons de retenir l'ensemble des probabilités plutôt que de considérer la moyenne des opinions probabilistes exprimées. Nous examinerons également la robustesse de ces deux méthodes par rapport à d'éventuelles manipulations stratégiques de l'information de la part des experts.

Dans une seconde partie, nous envisagerons les moyens pour le décideur d'intégrer cet ensemble de probabilités dans le processus de décision. Ceci nous conduira tout d'abord à rappeler la motivation qui a conduit à développer des modèles non-probabilistes pour représenter les préférences individuelles en situation d'incertitude. Nous indiquerons ensuite les différentes voies pour adapter ces modèles dans le cadre considéré ici. Un exemple permettra de clarifier ces modèles et d'analyser comment ils se distinguent du modèle traditionnel de l'utilité espérée. Enfin, nous conclurons par quelques commentaires.

2 Controverses et agrégation d'opinion

Pour simplifier le propos, nous supposons une situation (stylisée) où les experts fournissent une information probabiliste au décideur. Pour formaliser quelque peu la discussion, nous considérons qu'un ensemble S d'états de la nature a été identifié. Un état de la nature, noté génériquement s, est une contingence sur lequel le décideur n'a pas de prise. Selon le problème, un état s pourra recouvrir des réalités très diverses : "le patient est porteur du gène de la myopathie", "la pièce de monnaie est tombée sur pile", "un tremblement de terre se produit à Nice en 2005"... L'expert i donnera son avis en disant que selon lui, la probabilité d'apparition de l'état s est de $p_i(s)$.

Cette simplification est parfois réaliste comme par exemple dans le domaine médical où il est question de données épidémiologiques ou d'estimer une probabilité de survenance d'une maladie chez un patient. Au pire, on peut considérer qu'il s'agit d'une abstraction qui offre un langage formel pour discuter du problème étudié. Par ailleurs, nous utilisons le mot expert dans un sens large. A un extrême, l'expert est une personne en chair et en os qui du fait de ses compétences et de son expérience est consultée pour exprimer son avis. A un autre extrême, nous tiendrons également comme "opinion d'expert", les résultats d'une étude statistique. Nous supposons implicitement que les experts sont d'une qualité homogène : plusieurs experts émettant des avis subjectifs ou plusieurs études statistiques menées en parallèle... Il serait hasardeux de laisser croire que la méthode proposée permet de traiter une controverse où par exemple, un expert jugerait erronés les résultats d'une étude statistique.

Plaçons-nous dans le cas d'un désaccord entre experts : les probabilités exprimées ne coïncident pas. Avant de pouvoir conclure sur ce que ce désaccord entre experts signifie, il convient d'en comprendre l'origine. Ainsi, il peut tout simplement provenir du fait que les experts, bien que d'accord sur le modèle scientifique sous-jacent, basent leur jugement sur des observations qui ne sont pas les mêmes. On parlera alors de divergences réductibles. Il se peut également que le désaccord entre experts provienne du fait qu'ils se réfèrent à des modèles scientifiques différents et incompatibles, sans que les données disponibles permettent de trancher en faveur d'un modèle particulier. On parlera alors de divergences irréductibles, de véritables controverses. La solution traditionnelle d'agrégation des opinions ne fait pas de distinction entre ces deux cas.

2.1 L'opinion moyenne

Le désaccord entre experts, peut provenir du fait que les experts, bien que d'accord sur le modèle scientifique sous-jacent, basent leur jugement sur des observations qui ne sont pas les mêmes. A titre d'exemple, on peut considérer par exemple l'estimation d'une probabilité à l'aide de bases de données différentes. Dans ce cas, un moyen de réduire les divergences serait de fusionner les bases de données et d'estimer ensuite les paramètres d'intérêt à l'aide de cette "méta-base".

Cette intuition est celle gouvernant la pratique, désormais courante, de la "méta-analyse" (voir, par exemple, V. Hasselblad et D. McCrory, 1995). Nous ne rentrerons pas dans le détail technique des moyens de pratiquer cette méta-analyse. La méthodologie appropriée dépend en effet des études existantes, de leur plus ou moins grande compatibilité, etc. A titre d'exemple, considérons que le décideur se concentre sur l'opinion moyenne des experts qu'il a consultés. Cette moyenne peut être une moyenne simple si tous les experts apparaissent comme étant d'une égale fiabilité (les échantillons utilisés ont tous la même taille et la même "qualité") ou une moyenne pondérée si le décideur a des raisons de "surpondérer" l'opinion de tel expert par rapport à tel autre. Plaçons nous dans le cas où les experts sont a priori tous également fiables, car disposant d'études de qualités similaires. Dans ce cas de figure la croyance du décideur serait donc la distribution de probabilité moyenne $\bar{p}$ telle que $\bar{p}(s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_i(s)}{n}$, où n est le nombre d'experts consultés.

Cette solution a le mérite de la simplicité et a été proposée (et axiomatisée), dans le cadre de l'agrégation statistique des probabilités (voir Stone (1961), McConway (1981) , Genest et Zidek (1986)). Le principe de la méta-analyse consiste en une généralisation de ce critère dans un cadre statistique quelque peu différent, mais traitant essentiellement du même problème.

Lorsque les opinions d'experts correspondent à l'expression de probabilités subjectives, la méthode DELPHI peut permettre de faire émerger naturellement un consensus. Le principe qui est de permettre aux experts d'affiner dans un processus répété leur opinion à la lumière de ce que les autres ont exprimé précedemment permet parfois d'approcher un consensus. Toutefois, lorsqu'au bout de deux ou trois itérations, il n'y a plus d'évolution notable malgré de fortes divergences, il est d'usage de stopper le questionnement et de calculer une moyenne (ou éventuellement la médiane).

Appliquer de manière aveugle cette technique d'agrégation pose problème car il faut s'interroger sur la nature de la divergence d'opinions. Elle apparaît comme satisfaisante dans le cas de ce que nous appellerons les divergences d'opinions réductibles. Est-elle pour autant souhaitable dans un cadre de controverses plus radicales? Nous voudrions convaincre le lecteur que tel n'est pas le cas.

2.2 Divergences réductibles ou controverses irréductibles

Considérons un problème de décision dans lequel l'incertitude peut être représentée par deux états de la nature s_1 et s_2. Supposons que le décideur fasse appel à deux experts. Le premier annonce qu'il pense que l'état s_1 se réalisera de manière certaine: son rapport d'expert précise que la distribution de probabilité à considérer est (1,0). Le second pour sa part croit exactement l'inverse: pour lui il n'y a pas de doute que s_2 se réalisera, et il annonce donc la distribution (0,1). Si le décideur adopte la règle consistant à prendre l'opinion moyenne des experts, il en concluera que la distribution pertinente est (1/2,1/2). Envisageons maintenant le cas où, pour le même problème, les deux experts auraient été en total accord et auraient annoncé la distribution (1/2,1/2) tous les deux. Là encore, en appliquant la règle de la moyenne, les croyances du décideur seraient données par (1/2,1/2).

Il faut comprendre quelles sont les origines du désaccord entre experts pour le traiter convenablement. Si les évaluations des experts sont basées sur des observations limitées et différentes, et que la mise en commun de leurs bases de données leur aurait permis de converger vers la distribution de probabilité (1/2,1/2), l'agrégation moyenne ne pose pas, en elle-même, de problème: il suffit, dans ce cas, d'amener les experts à partager leur information. La méthode DELPHI qui consiste à faire communiquer les experts entre eux avant qu'ils ne donnent une opinion "définitive" est précisément un moyen de vérifier si les experts concernés sont eux mêmes d'accord pour utiliser une sorte d'opinion moyenne, une fois toutes les informations mises en commun.

En revanche, si la divergence entre les experts trouve sa source dans le recours à des modèles scientifiques différents et incompatibles, le désaccord est d'une autre nature. Il est plus profond parce qu'il porte en général sur des positions scientifiques divergentes. Tel est le cas, par exemple, lorsqu'il s'agit de controverses scientifiques concernant l'évolution du climat, la capacité des océans à absorber l'excès de CO2, l'appréciation de la croissance économique future, etc. Les données dont on dispose sont insuffisantes pour permettre de réconcilier les experts, notamment lorsque ces derniers fondent leurs opinions sur des modèles scientifiques différents. Ce sont ces situations que nous qualifierons de "controverses irréductibles". Ainsi, par exemple, lorsque surgit un problème sanitaire nouveau et que peu de données sont disponibles sur le sujet, il se peut que différentes opinions voient le jour sans qu'il soit a priori possible de les réconcilier sur la base des données existantes. Dans ce type de situation, l'information disponible n'est pas suffisamment fine et précise pour pouvoir trancher entre des théories potentiellement très différentes.

La règle de l'agrégation moyenne ne distingue pas entre ces deux types de situation. En effet, les croyances du décideur sont alors identiques, que les experts soient unanimes ou qu'ils aient des appréciations radicalement opposées de la situation. Il est évidemment difficile d'admettre qu'en l'absence de moyen de trancher entre les opinions des experts, les décisions prises ne dépendent pas du degré de consensus des experts sur l'incertitude qui entoure les conséquences de cette décision.

En d'autres termes, la règle consistant à utiliser la moyenne des probabilités annoncées par les experts ne fait aucun cas de l'aspect consensuel des opinions de ces derniers. Elle ne semble donc pas adaptée si le décideur est un tant soit peu sensible à cet aspect du problème. Il nous faut donc conclure, sur la base de cet exemple simple, que l'agrégation linéaire des opinions d'experts n'est pas satisfaisante en l'absence d'un relatif consensus. Avant d'en venir à notre proposition proprement dite, examinons le problème de la manipulabilité qui peut constituer un autre inconvénient de la règle de l'agrégation moyenne.

2.3 Manipulabilité

Un des problèmes soulevé par le recours à l'expertise est de réussir à obtenir l'opinion non biaisée des experts. Pour la méthode DELPHI, il est souvent évoqué le fait que les experts puissent être tentés "d'exagérer" de façon à influencer les autres experts et à tirer l'opinion moyenne dans la direction de leur propre opinion. Supposons, pour illustrer ce point, que les croyances des experts concernant la probabilité d'apparition des états s_1 et s_2 soient respectivement (1/3,2/3) pour l'expert 1 et (3/4,1/4) pour l'expert 2. Supposons, de plus, que les experts soient "sincères", en ce sens qu'ils souhaitent que la distribution de probabilité retenue par le décideur soit aussi proche que possible de leurs vraies croyances. Considérons le cas dans lequel l'expert 1 annonce ses vraies croyances, c'est-à-dire (1/3,2/3). Si l'expert 2 annonce (3/4,1/4), le résultat de l'agrégation sera (13/24,11/24). Mais, si l'expert 2 annonce (1,0), le résultat de l'agrégation sera (2/3,1/3) qui est plus proche de (3/4,1/4): l'expert 2 n'a donc pas intérêt à révéler ses vraies croyances. Il s'ensuit que, dans cet exemple, la révélation des vraies croyances est peu crédible. Si on voit cette situation comme un jeu et qu'on la traite par les outils de théorie des jeux (équilibre de Nash), alors on prédit que l'expert 1 devrait annoncer (0,1), tandis que l'expert 2 annoncerait (1,0). Le décideur conclura donc qu'il est face à un cas extrême de divergence d'opinions entre experts (ce qui n'est pas le cas), et retiendra comme distribution de probabilité (1/2,1/2). Or, si les experts avaient livré leurs vraies croyances, la distribution retenue par le décideur aurait été (13/24,11/24). A l'évidence, cette fragilité de la règle d'agrégation moyenne par rapport à d'éventuelles manipulations stratégiques de l'information livrée par les experts peut poser des problèmes lorsque le décideur n'a pas les moyens de contrôler les rapports de ceux-ci. La méthode que nous proposons ci-après nous paraît moins susceptible d'être sujette à la manipulation statégique des opinions par les experts.

2.4 Controverses irréductibles et agrégation prudente

Reprenons l'exemple caricatural, dans lequel les deux experts ont des opinions radicalement opposées ((1,0) et (0,1)). Si ces opinions sont basées sur des jugements subjectifs, ou sur des théories différentes qu'il n'est a priori pas possible de tester statistiquement, alors le problème mentionné ci-dessus, à savoir que prendre l'opinion moyenne occulte totalement le désaccord entre experts, conduit assez naturellement à chercher un autre moyen d'agrégation des croyances.

Nous proposons ici une règle de traitement des croyances qui, d'une manière très simple, permet de prendre en compte le consensus et, à l'inverse, le désaccord existant entre les experts consultés. La règle s'énonce de manière très intuitive: plutôt que de prendre l'opinion moyenne, le décideur retient l'ensemble des croyances exprimées par les experts. Reprenons l'exemple simpliste ci-dessus. Dans le cas où les experts annoncent (1,0) et (0,1) respectivement, la règle proposée consiste à dire que le décideur considérera l'ensemble de probabilités $\mathcal{P} = \{(1,0),(0,1)\}$.

On peut s'interroger sur la robustesse de cette méthode d'agrégation par rapport à d'éventuelles manipulations stratégiques de l'information de la part des experts. Remarquons que, par définition, l'information transmise par l'expert sera conservée dans son intégralité par le décideur. Cela suffit à assurer que les experts "sincères" ne pourront pas tenter de manipuler l'information. Ainsi, cette règle d'agrégation, outre qu'elle permet de prendre en compte le consensus ou les divergences entre experts, présente également l'avantage de n'être pas manipulable. A ce titre, son intérêt dépasse les situations de controverses irréductibles.

Il nous reste maintenant à envisager les règles de décision que devraient suivre un décideur qui aurait agréger les différentes opinions de la manière que nous venons de suggérer. En effet, la règle d'aggrégation qui implique que le décideur a maintenant une opinion représentée par une famille de probabilités, ne permet pas, en elle même, de dire quelle option est la meilleure. Pour ce faire, il nous faut développer un critère de décision dans l'incertain lorsque l'information disponible n'est pas probabiliste. Il se trouve que ce type de critère existe en théorie de la décision individuelle, sur laquelle nous nous penchons maintenant.

3 Critères de décision

Nous envisageons le processus de décision à travers le prisme de la théorie de la décision individuelle. On se doute que cette analyse est forcément réductrice lorsque l'on s'intéresse à un décideur public qui en général est la figure de référence lorsque l'on parle de recours à l'expertise. Néanmoins, bien que la constitution d'un critère de décision collectif soit un énorme problème, il a quelque chose à voir avec les préférences individuelles qu'il est sensé agréger et par conséquent il est éclairant de s'intéresser aux aspects psychologiques qui influent dans les décisions individuelles en situation d'incertitude. Aussi commençons nous tout d'abord par rappeler les limites du modèle de l'utilité espérée.

3.1 L'aversion à l'ambiguïté, limite du modèle de l'utilité espérée

La théorie micro-économique traditionnelle se fonde sur le modèle de l'utilité espérée. A titre d'exemple, ce qui est préconisée en matière d'aide à la décision publique, est de mener des analyse coûts-bénéfices dans un cadre d'incertitude en recourant à un critère d'espérance. Les justifications du recours à ce modèle sont axiomatiques. Dans l'incertain, c'est-à-dire quand on ne suppose pas qu'une distribution de probabilités est objectivement donnée, la première axiomatisation du critère de l'utilité espérée[2] a été proposée par

2. Dans un environnement incertain, ce modèle est également appelé modèle de Savage.

Savage (1954). Ce critère peut être sommairement présenté de la manière suivante (pour une présentation plus détaillée, voir Cohen et Tallon (2001) et Tallon et Vergnaud (2002)).

Tout d'abord, le décideur se forme une idée de la probabilité d'occurrence des différents événements (on notera $p(s)$ la probabilité d'apparition de l'état s retenue par le décideur). La distribution de probabilité p reflète les croyances du décideur. Puis, le décideur évalue le niveau de satisfaction ou bien-être associé à chaque conséquence grâce à une fonction d'utilité u, qui reflète son attitude vis-à-vis du risque. Armé de ces deux éléments constitutifs des préférences du décideur, le choix optimal est celui qui donne l'utilité espérée la plus élevée: la décision d sera préférée à la décision d' si $\sum_{s \in S} p(s)u[d(s)] > \sum_{s \in S} p(s)u[d'(s)]$ où $d(s)$ (respectivement $d'(s)$) est la conséquence de la décision d (respectivement d') dans l'état s.

Une caractéristique importante de ce modèle est qu'il repose sur une approche bayesienne subjectiviste des croyances du décideur. Transcrit dans notre situation d'expertise, cela signifie que le décideur doit se former une croyance p à partir des opinions probabilistes p_i fournie par les experts. D'où le besoin d'agréger de manière judicieuse ces probabilités comme nous l'avons vu ci-dessus.

Or ce modèle a été mis à mal par le paradoxe d'Ellsberg. Rappelons cette expérience désormais célèbre. On présente à une personne deux urnes, la première contenant 50 boules noires et 50 boules blanches, la deuxième contenant une centaine de boules noires ou blanches en proportion indéterminée. Une boule va être tirée. Si elle est Noire, la personne gagne un prix monétaire, si elle est Blanche, elle ne gagne rien. Il est demandé à la personne de choisir dans quelle urne doit être effectuer le tirage. La majorité des personnes préfèrent la première urne et montrent en cela qu'elles ne sont pas Bayésiennes. En effet, des croyances Bayésiennes raisonnables conduiraient à considérer que la probabilité d'une boule noire est identique dans les deux urnes, à savoir $\frac{1}{2}$. Le terme d'aversion à l'ambiguïté est devenu le terme commun pour caractériser cette préférence pour les situations où les probabilités sont connues précisément. Pour ce qui nous préoccupe, ceci suggère que les individus ne sont pas indifférents à une situation de controverse, qu'ils n'ont pas du tout la même appréhension d'une situation où par exemple, en faisant référence à nos exemples considérés ci-avant, deux experts seraient en total accord sur le fait que la distribution est (1/2,1/2) (situation sans ambiguïté) et une situation où l'un des experts annoncerait (1,0) et l'autre (0,1). L'agrégation par la moyenne ne fait, elle, pas de différence, gommant la possibilité de prendre en compte une aversion à l'ambiguïté.

Comment prendre en compte de tels comportements? On dispose dans la littérature de modèles convaincants permettant de représenter de telles préférences, notamment le modèle de Gilboa et Schmeidler (1989) . La représentation qu'ils proposent est celle d'un modèle où le décideur ferait comme si il avait une famille de probabilité et qu'il prenait ses décisions en prenant la décision qui lui donne la plus grande d'utilité espérée minimale: le décideur évalue chaque décision à l'aide de toutes les lois de probabilités dans sa famille de probabilités et compare les décisions entre elles sur la base de l'utilité espérée minimale qu'elles procurent. Ce modèle a souvent été mal interprété et critiqué sur le fait qu'il modélisait des comportements très frileux qui ne correspondaient pas à celui du commun du mortel. Cette critique mal fondée reposait sur l'idée que la famille de probabilité que le décideur considérait était celle fournie par les données probabilistes incomplètes: dans le cas de l'urne, par exemple, il retenait toutes les probabilités allant de $p(Noire) = 1$ à $p(Noire) = 0$ pour évaluer des paris basés sur des tirages dans la seconde urne, ce qui assurément, conduit à une évaluation extrêmement précautionneuse. Or en fait, le modèle de Gilboa-Schmeidler ne précise aucunement le lien entre la famille de probabilités qui sert à l'évaluation et celle qui est fournie par les données. Il n'y a pas lieu de considérer qu'elles sont identiques et au contraire, il faut laisser une flexibilité dans le degré d'aversion à l'ambiguïté que peuvent présenter les décideurs. Néanmoins, ces résultats obtenus dans le cadre de la théorie de la décision, justifie notre proposition de garder l'ensemble des opinions d'experts. Il reste maintenant à proposer un critère de décision plus flexible que l'évaluation du type $Maxmin$.

3.2 Famille de probabilités et critères de décision

Du fait de son approche "subjectiviste" [3], le modèle de Gilboa et Schmeidler n'est pas directement opérationnel comme critère de décision. Le lien entre information reçue et croyances n'est pas explicitement modélisé, ce qui constitue un handicap pour étudier de manière intégrée l'agrégation des informations fournies par les experts et son utilisation par le décideur. Il nous reste à préciser comment le décideur tient compte de l'ensemble des probabilités que lui ont fourni les experts. Il existe plusieurs modèles dans la littérature qui, d'une manière ou d'une autre, peuvent permettre de traiter de ce problème (cf. Jaffray (1989), Ghirardato (2001), Hansen et alii (2001), Klibanoff, Marinacci et Mukerji (2002), Gajdos, Tallon et Vergnaud (2002)). Ces modèles ont en commun de tenir compte explicitement des données objectives probabilistes dont dispose le décideur. Nous n'entrerons pas dans le détail de ces modèles et de leurs fondements axiomatiques, relativement techniques, mais nous proposerons une adaptation de deux types de critère au cadre que nous considérons.

Tout d'abord, en s'inspirant des modèles proposés par Jaffray et Ghirardato, existe un critère qui mixe le "Max et le Min". Plus explicitement, si $\mathcal{P}$ est la famille des opinions des experts, une décision d sera préférée à une décision d' si

$$\begin{aligned} & \alpha \min_{p\in\mathcal{P}} \sum_{s\in S} p(s)u[(d(s)] + (1-\alpha)\max_{p\in\mathcal{P}} \sum_{s\in S} p(s)u[(d(s)] \\ > \quad & \alpha \min_{p\in\mathcal{P}} \sum_{s\in S} p(s)u[(d'(s)] + (1-\alpha)\max_{p\in\mathcal{P}} \sum_{s\in S} p(s)u[(d'(s)] \end{aligned}$$

où $0 \leq \alpha \leq 1$ est interprétée comme un coefficient d'aversion à l'ambiguïté: $\alpha = 1$ est le coefficient d'un agent qui déteste l'ambiguïté, $\alpha = 0$ celui d'un agent qui l'adore! Le problème de ce critère est qu'il ne présente pas comme cas particulier, le cas d'une neutralité à l'ambiguïté qui correspondrait à des croyances Bayésiennes. Alors que l'on

3. On dénomme ainsi une approche qui consiste à faire révéler par les préférences du décideur, les croyances de celui-ci. Elle s'oppose à une approche "objectiviste" qui utiliserait plus clairement l'information dont dispose le décideur.

pourrait envisager que $\alpha = \frac{1}{2}$ correspond à une telle neutralité, il n'en est rien. En général, cela ne correspond pas à une utilité espérée qui par exemple, serait calculée par rapport à la probabilité moyenne.

Le second type de critère, inspiré des travaux de Klibanoff, Marinacci et Mukerji (2002) et de Gajdos, Tallon et Vergnaud (2002) n'a pas cet inconvénient. Ce critère repose sur une première idée qui est que la probabilité moyenne $\bar{p}$[4] constitue une probabilité d'ancrage, une estimation centrale, et le critère mixe le "Min et l'estimation centrale" lorsque l'on veut traduire une aversion à l'ambiguïté. Si $\mathcal{P}$, est la famille des opinions des experts, une décision d sera préférée à une décision d' si

$$\begin{aligned} & \alpha \min_{p\in\mathcal{P}} \sum_{s\in S} p(s)u[(d(s)] + (1-\alpha) \sum_{s\in S} \bar{p}(s)u[(d(s)] \\ > \quad & \alpha \min_{p\in\mathcal{P}} \sum_{s\in S} p(s)u[(d'(s)] + (1-\alpha) \sum_{s\in S} \bar{p}(s)u[(d'(s)] \end{aligned}$$

où $0 \leq \alpha \leq 1$ est interprétée également comme un coefficient d'aversion à l'ambiguïté mais où cette fois $\alpha = 1$ est le coefficient d'un agent qui est neutre à l'ambiguïté et qui se comporte de manière Bayésienne par rapport à l'opinion moyenne. Pour traduire a contrario une préférence pour l'ambiguïté, il suffit de mixer le "Max et l'estimation centrale".

3.3 Exemple

L'exemple ci-dessous, librement inspiré du problème de la vaccination des enfants contre l'hépatite B nous permettra de manipuler ces critères et de les comparer au modèle de l'utilité espérée. Supposons donc qu'il existe, pour le ministre de la santé, deux décisions possibles. La décision V qui consiste à lancer une campagne de vaccination qui touchera un nombre N (grand) d'enfants et la décision nV qui consiste à ne pas lancer une telle campagne. Nous allons grossièrement étudier la décision qui serait la moins coûteuse socialement. La vaccination coûte C_V par enfant. Elle permet éventuellement d'éviter une maladie grave dont le coût social est estimée unitairement à C_M[5]. On craint par contre des effets secondaires graves dont le coût social est lui estimé unitairement à C_E. La controverse scientifique est double. D'une part, les experts ne sont pas d'accord sur l'incidence de la maladie en cas de non vaccination. Les opinions exprimées varient entre $\underline{p}$ et $\overline{p}$ $\left(\underline{p} < \overline{p}\right)$ avec une opinion moyenne égale à $\widetilde{p}$. D'autre part, il sont également en désaccord sur l'incidence des effets secondaires en cas de vaccination, les opinions exprimées variant entre $\underline{q}$ et $\overline{q}$ $\left(\underline{q} < \overline{q}\right)$ avec une opinion moyenne égale à $\widetilde{q}$. Dans les faits, la controverse est beaucoup plus sévère sur la question des effets secondaires, faute de données fiables et on a quasiment $\widetilde{q} \approx \underline{q} \approx 0$.

La loi des grands nombres indique que le nombre d'occurence de maladies ou d'effets secondaires est certain quoique inconnu. L'application du critère de l'utilité espérée couplé avec l'utilisation de l'opinion moyenne conduit aux évaluations des coûts suivantes :

4. Notation introduite plus haut avec $\bar{p}(s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_i(s)}{n}$, où n est le nombre d'experts consultés.
5. Nous supposons réglée toute la difficile question de l'évaluation du coût social d'une maladie.

$$
\begin{aligned}
C^{EU}(V) &= N.(-\widetilde{q}.C_E - C_V) \\
C^{EU}(nV) &= N.(-\widetilde{p}.C_M)
\end{aligned}
$$

et par conséquent la décision de vaccination V sera jugée la meilleure si

$$\widetilde{q}.C_E + C_V > \widetilde{p}.C_M$$

Avec le premier type de critère introduit ci-dessus, les évaluations seront

$$
\begin{aligned}
C^1(V) &= N.(-\left(\alpha\overline{q} + (1-\alpha)\underline{q}\right).C_E - C_V) \\
C^1(nV) &= N.(-\left(\alpha\overline{p} + (1-\alpha)\underline{p}\right).C_M)
\end{aligned}
$$

et par conséquent la décision de vaccination V sera jugée la meilleure si

$$\left(\alpha\overline{q} + (1-\alpha)\underline{q}\right).C_E + C_V > \left(\alpha\overline{p} + (1-\alpha)\underline{p}\right).C_M$$

Avec le second type de critère on a

$$
\begin{aligned}
C^2(V) &= N.(-(\alpha\overline{q} + (1-\alpha)\widetilde{q}).C_E - C_V) \\
C^2(nV) &= N.(-(\alpha\overline{p} + (1-\alpha)\widetilde{p}).C_M)
\end{aligned}
$$

et la décision de vaccination V sera jugée la meilleure si

$$(\alpha\overline{q} + (1-\alpha)\widetilde{q}).C_E + C_V > (\alpha\overline{p} + (1-\alpha)\widetilde{p}).C_M$$

Dans le cas où la controverse est plus importante sur les effets secondaires que sur l'incidence de la maladie, les deux critères introduits conduiront à évaluer en comparaison, plus favorablement la décision de non vaccination. Si on prend au sérieux cette aversion à l'ambiguïté, cela paraît logique. Il est possible que les décideurs publics y soient déjà sensibles et qu'ils amendent de manière heuristique leur procédure de décision en en tenant compte dans la formation de leur opinion. Par exemple ici, plutôt que de choisir l'opinion moyenne, il choisirait de retenir $q > \widetilde{q}$ et de faire implicitement peser d'un poids plus grand, le prophète (minoritaire) de malheur. Plutôt qu'une telle technique d'amendement, il nous semble préférable d'user des critères proposés qui font apparaître explictement comment la présence d'une controverse joue un rôle dans les décisions.

4 Conclusion

Nous avons abordé le problème de l'agrégation d'opinions d'experts du point de vue de la théorie de la décision. Cette approche a le mérite de permettre un traitement global du traitement de l'information fournie par les experts et de son utilisation.

Nous avons proposé une typologie des situations de controverses, en distinguant les situations de controverses réductibles, dans lesquelles l'information disponible permet d'espérer atteindre une forme de consensus entre les experts, et les situations de controverses irréductibles, dans lesquelles l'absence de données empêche de rapprocher les positions des experts. Nous avons également proposé deux méthodes d'agrégation: la méthode d'agrégation linéaire, qui consiste à faire la moyenne des opinions des experts, et la règle d'agrégation prudente, qui consiste à conserver l'ensemble des opinions des experts. Nous avons dans cet article considéré que les experts étaient de fiabilité sinon identique, du moins comparable. Dans les faits, cette hypothèse n'est pas toujours facile à vérifier: dans le cas de l'expertise scientifique, quels sont les critères qui permettent d'assurer la scientificité d'un avis et, à l'inverse, le caractère non fondé d'un autre avis? Si notre règle propose de garder l'ensemble des opinions à caractère scientifique établi, nous n'avons toutefois pas proposé une définition rigoureuse de ce qui constitue un avis scientifique. Cette dernière définition, particulièrement difficile à préciser (voir à ce sujet Henry et Henry (2002)), est nécessaire pour la mise en œuvre de notre règle d'agrégation.

La règle d'agrégation linéaire est un outil utile lorsque l'on fait face à des situations de controverses réductibles, c'est-à-dire lorsque les sources de divergence d'opinions entre experts peuvent être ramenées à des différences, qui, une fois mises à jour, sont reconnues par les experts comme n'étant pas insurmontables: chaque expert est au contraire prêt à utiliser l'information que les autres ont recueillie et l'agrégation des opinions revient en quelque sorte à effectuer l'estimation que chaque expert aurait faite s'il avait disposé de toute l'information éparpillée entre chacun d'entre eux. Toutefois, ces situations sont assez particulières et ne permettent pas de rendre compte des cas où les différences d'opinions reposent sur des controverses scientifiques difficiles à trancher avec les données existantes (controverses irréductibles). Dans ce dernier cas, la règle consistant à conserver toutes les opinions exprimées par les experts semble préférable.

Enfin, nous avons étudié ces deux règles d'agrégation du point de vue de leur manipulabilité par des experts "sincères", dont l'objectif serait que l'information agrégée soit aussi proche que possible de leur propre opinion. Il s'avère que la règle d'agrégation linéaire est extrêmement fragile de ce point de vue. En revanche, la règle d'agrégation prudente est immunisée contre d'éventuelles manipulations stratégiques de l'information, ce qui constitue un argument en faveur de cette règle, y compris dans le cas de controverses réductibles (notamment lorsque le décideur n'a pas de moyen de contrôler les données à partir desquelles les experts se prononcent).

Un aspect que nous n'avons pas traité ici est l'évolution dynamique des croyances du décideur, lorsque l'arrivée d'information est séquentielle. La modélisation des croyances sous la forme d'ensemble de probabilité a l'avantage de permettre un traitement assez flexible de l'arrivée d'information. Une information nouvelle peut correspondre par exemple à une réduction de cet ensemble, le décideur pouvant éliminer certaines options désormais jugées impossibles. On est alors dans le cas d'une réduction de l'ambiguïté. Lorsque les croyances sont représentées par un ensemble de probabilité, l'information nouvelle a moins de chance d'être en contradiction avec les croyances initiales que si on s'était forgé une opinion probabiliste.

Références

Cohen, M., et J.-M. Tallon (2000): “Décision dans le risque et l’incertain : l’apport des modèles non-additifs,” *Revue d’Economie Politique*, 110, 631–681.

Gajdos, T., J.-M. Tallon, et J.-C. Vergnaud (2002): “Decision making with imprecise probabilistic information,” Working Paper 2002-50, EUREQua-Université Paris I.

Genest, C., et J. Zidek (1986): “Combining Probability Distributions: A Critique and an Annotated Bibliography,” *Statistical Science*, 1, 114–148.

Ghirardato, P. (2001): “Coping with Ignorance: Unforeseen Contingencies and Non-Additive Uncertainty,” *Economic Theory*, 17, 247–276.

Gilboa, I., et D. Schmeidler (1989): “Maxmin expected utility with a non-unique prior,” *Journal of Mathematical Economics*, 18, 141–153.

Hansen, L., T. Sargent, G. Turmuhambetova, et N. Williams (2001): “Robusteness and Uncertainty Aversion,” mimeo.

Henry, C., et M. Henry (2002): “Incertitude scientifique et principe de précaution,” *Risques*, 49, 99–104.

Jaffray, J.-Y. (1989): “Linear utility for belief functions,” *Operations Research Letters*, 8, 107–112.

Klibanoff, P., M. Marinacci, et S. Mukerji (2002): “A Smooth Model of Decision Making Under Uncertainy,” mimeo.

McConway, K. (1981): “Marginalization and the linear opinion pools,” *Journal of the American Statistical Association*, 76(374), 410–414.

Ottaviani, M., et P. Sorensen (2001): “Professional advice: the theory of reputational cheap talk,” mimeo.

Savage, L. (1954): *The foundations of statistics*. New-York, John Wiley.

Stone, M. (1961): “The opinion pool,” *Annals of Mathematical Statistics*, 32, 1339–1342.

Tallon, J.-M., et J.-C. Vergnaud (2002): “Comment exprimer les croyances dans l’incertain?,” *Risques*, 49, 93–98.